



HS 渐进损伤分析

1 渐进损伤分析原理

渐进损伤分析是复合材料破坏过程分析的一种有效方法。与各向同性材料不同，复合材料的破坏是一个渐进的过程。渐进损伤方法基于损伤力学，将复合材料的失效视为一种损伤，采用材料退化模型来描述损伤材料的力学行为。它通过渐进的应力分析和失效评价来模拟复合材料结构的损伤起始、损伤扩展以及最终失效的全过程。

渐进损伤方法预测复合材料（CMCs）结构的强度及破坏过程主要包括四个部分：有限元分析、失效准则选择、材料退化模型和最终失效评价方法。这四个部分相互关联，针对不同的材料结构建立适当的应力分析模型，可对宏观模型及细观模型进行力学分析及破坏过程的模拟。选择适用的失效准则和材料退化模型，可以得到适用于 CMCs 宏观结构和细观结构分析的渐进损伤模型。

渐进损伤分析方法主要应用于两种场景：第一种是校核给定载荷下结构是否发生失效；第二种是连续增加外部载荷，计算结构的极限承载能力。其中，第一种应用包含于第二种应用，即第二种应用中的每次计算都相当于第一种情况。接下来，主要对流程较为复杂的第二种应用场景的计算方法进行介绍。

基于渐进损伤分析算法计算结构极限强度的分析流程图如图 1 所示。主要过程为：首先对 CMCs 结构施加初始位移载荷 L （或其他载荷），进行有限元计算，获取所有单元的应力应变数据。然后，用失效准则对每个单元是否失效进行判断。若单元发生失效，则将单元的所有弹性模量进行折减；如果单元没有失效，则基于材料应力应变曲线对单元弹性模量进行折减。所有单元讨论完后，判断整个结构是否发生完全破坏。若发生破坏，则渐进损伤分析过程结束；若没有发生完全破坏，则增加位移载荷，重复上述分析步骤，直至结构发生完全破坏。

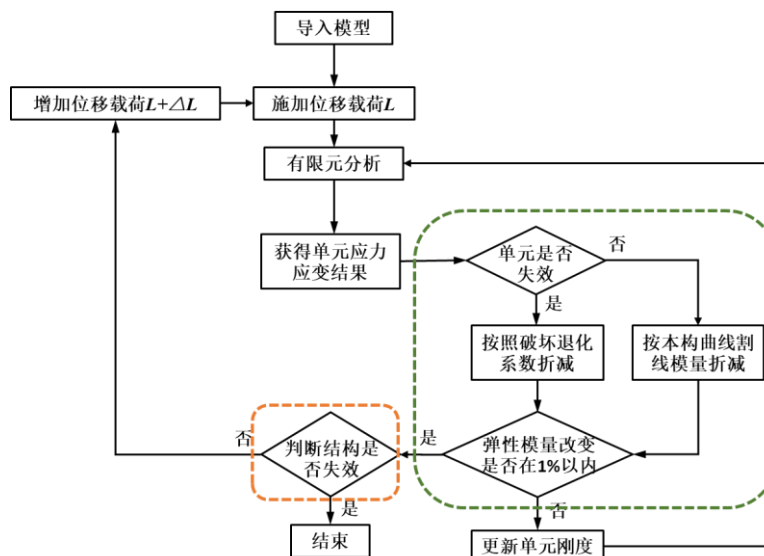




图 1 渐进损伤分析流程

以下是对渐进损伤分析流程中几个核心内容的介绍，主要包括单元失效准则（以及失效后单元的折减方式）、基于材料应力应变曲线的单元刚度折减、结构失效判据等。

1.1 单元失效准则

通过失效准则，可以评估在任意给定载荷条件下单元是否发生失效。复合材料的失效准则包括最大应力准则、最大应变准则、Tsai-Hill 强度准则、Hoffman 强度准则、Hashin 失效准则和 Tsai-Wu 张量准则等。对于陶瓷基复合材料（CMCs），较为简单且有效的失效准则为最大应变准则。因此，这里主要对最大应变失效准则进行介绍，其他失效准则可以通过查阅相关文献进行学习。

最大应变准则的核心内容是：当任意主方向的应变值达到该方向的极限值时，材料就发生失效。在进行三维有限元计算时，所有主方向的应变主要包括 X/Y/Z 三个方向的拉伸应变（及压缩应变，此处暂时不考虑）以及 XY/YZ/XZ 三个方向的剪切应变。公式（1）表示了三个拉伸方向的最大应变准则，公式（2）表示了三个剪切方向的最大应变准则。

$$\varepsilon_x < X_T; \varepsilon_y < Y_T; \varepsilon_z < Z_T \quad (1)$$

$$\gamma_{xy} < S; \gamma_{yz} < R; \gamma_{xz} < Q \quad (2)$$

式中， X_T, Y_T, Z_T 分别为 X/Y/Z 三个方向的最大拉伸应变， S, R, Q 分别为 XY/YZ/XZ 三个方向的最大剪切应变。需要注意的是，公式（2）中的单元剪切应变应取绝对值，因为一般情况下的正向及反向剪切失效是相同的。此外，基于结构所受载荷的情况及所能获取的数据限制，通常不需要对所有主方向的失效进行判断。理论上，虽然应对所有方向的失效进行判断，但在实际情况下，通常只选择部分主要的方向进行判断。

当基于上述公式（1）和公式（2）判定单元失效后，需要对失效单元的材料参数进行折减。目前，常用的折减方式是赋予失效单元较小的折减系数。这个折减系数与单元的初始材料参数相乘，即可得到失效单元的材料参数。CMCs 一般为正交各向异性材料，其参数包含 9 个初始材料参数，分别是 3 个弹性模量、3 个剪切模量以及 3 个泊松比。一般情况下，单元失效后，3 个弹性模量及剪切模量需要进行折减，而泊松比可以选择进行折减或不进行折减。此外，不同方向可以采用相同的折减系数，也可以采用不同的折减系数。通常，对失效单元材料参数进行折减的目的是赋予其较小的材料参数。因此，在满足这一目的的前提下，不同方向可以采用相同的折减系数。折减系数通常取值为 0.1，则三个弹性模量及三个剪切模量的折减方式如下公式（3）和（4）所示。

$$E'_x = 0.1E_x, E'_y = 0.1E_y, E'_z = 0.1E_z \quad (1.4)$$

$$G'_{xy} = 0.1G_{xy}, G'_{yz} = 0.1G_{yz}, G'_{xz} = 0.1G_{xz}, \quad (1.4)$$



其中, E_x, E_y, E_z 为 X/Y/Z 三个方向初始弹性模量, E'_x, E'_y, E'_z 为 X/Y/Z 三个方向折减后的弹性模量, G_{xy}, G_{yz}, G_{xz} 为 X/Y/Z 三个方向剪切弹性模量, $G'_{xy}, G'_{yz}, G'_{xz}$ 为 X/Y/Z 三个方向折减后的剪切弹性模量。

本文仅列举了常用的单元失效判据及失效后单元材料参数的折减方法。针对不同问题, 可以采用更精确且具有针对性的处理方法, 具体可查阅相关文献。

1.2 材料非线性

对未失效的单元, 基于材料的非线性本构曲线对其材料参数进行折减。常用的方法之一是根据单元当前的应变, 在本构曲线上计算对应的割线模量, 并将该计算的割线模量与单元现有的材料参数进行对比。若计算的弹性模量数值较小, 则将这个计算的弹性模量赋予该单元。对于正交各向异性材料参数, 通常修改 3 个弹性方向及 3 个剪切方向的材料参数, 且不同方向基于对应的应变分别进行修改。

以下以带孔板承受拉伸载荷为例, 介绍基于材料本构曲线的单元刚度折减方法。初始未加载时, 所有单元均未发生破坏及性能退化, 因此, 所有单元 X 方向的初始弹性模量均为 200GPa (E_{11_now})。在某个位移载荷作用下, 带孔板的单元应变分布如图 2 所示。提取图 2 中的某个单元进行分析, 该单元 X 方向的应变为 0.2794%, 小于 X 方向的拉伸极限应变, 因此单元未失效。对于未失效的单元, 进一步基于材料的非线性本构曲线对其弹性参数进行折减。X 方向的拉伸非线性曲线如图 2 所示, 从图中可以发现, 0.2794%应变对应的割线模量 (E_{11_next}) 比初始值小, 因此需要对此单元的弹性模量进行修改, 即用 0.2794%应变对应的割线模量替换单元原来 X 方向的弹性模量。

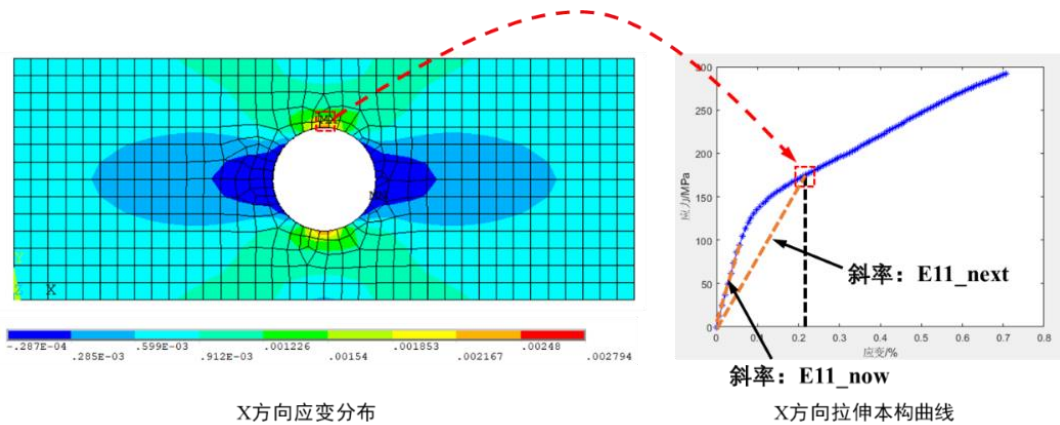


图 2 基于材料非线性本构曲线的单元刚度折减示意图

同时, 按照如下所示的公式计算单元弹性模量改变的相对值。对每个未失效单元进行循环处理, 基于材料的非线性本构曲线对单元的弹性模量进行修改, 并计算弹性模量改变的相对值。然后, 提取所有单元弹性模量改变相对值中的最大值, 并将其与临界值 (通常为经验参数) 进行对比, 比如 1%, 用于判断是否结束该位移载荷下的迭代计算循环。需要



注意的是, 如果单元发生失效, 可以赋予单元弹性改变值一个较大的数值, 比如 100%, 以此表示还需要继续对当前位移载荷下的结构进行迭代计算。

$$dE = \frac{E_{11_now} - E_{11_next}}{E_{11_now}} \times 100 \quad (5)$$

1.3 结构失效判定

对于复合材料结构的最终破坏判定准则, 目前主要有如下两种方法:

(1) 基于承载能力下降的判定方式: 以施加位移载荷为例, 计算第 i 次加载端面的支反力 P_i , 并与上次计算的支反力 P_{i-1} 进行比较, 如果端面支反力开始下降, $\Delta P = P_i - P_{i-1} < 0$, 且 $\Delta P_i > \Delta P_{i-1}$, 则认为连接结构最终失效。如下所示, 为基于承载能力下降的极限载荷判定案例。

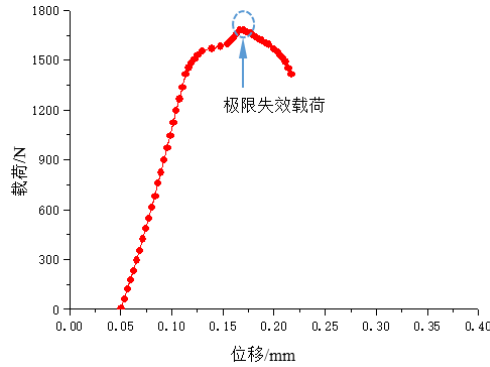


图 3 基于承载能力下降的结构极限载荷判定案例

(2) 基于失效单元分布的判定方式: 当失效单元扩展到结构的整个横截面时, 认为结构失效。以带孔板为例, 当失效单元分布贯穿整个宽度方向时, 则认为结构失效。如下所示为带孔板失效单元横穿宽度方向的示意图。

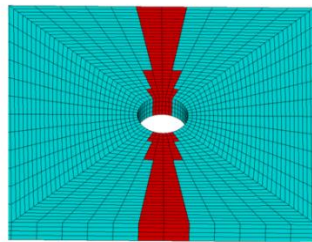


图 4 带孔板失效单元贯穿宽度分布图

通常, 可以将上述两种方法结合来判断结构是否失效, 并以较小的极限载荷作为最终的结果。而一般情况下, 基于承载能力的判定方法容易受到加载步长的影响, 因此, 基于失效单元分布的失效判据使用频率更高。此外, 通过结构失效单元的分布, 可以发现结构的薄弱环节, 为后续的结构优化和改进提供参考。



陶瓷基复合材料结构与力学研究中心

CERAMIC MATRIX COMPOSITE MECHANICS CENTER(CMCMech) 作者: 韩笑