

中图分类号: TB332
学科分类号: 082502

论文编号: 1028702 20-S085

硕士学位论文

损伤对陶瓷基复合材料结构振动响应的 影响

研究生姓名 徐雅洁
学科、专业 航空宇航推进理论与工程
研究方向 先进材料力学行为分析
指导教师 宋迎东 教授

宋迎东
徐雅洁

南京航空航天大学

研究生院 能源与动力学院

二〇二〇年四月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics
The Graduate School
College of Energy and Power Engineering

Effect of Damage on Vibration Response of Ceramic Matrix Composites

A Thesis in
Aerospace Propulsion Theory and Engineering

by

Xu Yajie

Advised by

Prof. Song Yingdong

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

April, 2020

摘 要

陶瓷基复合材料（Ceramic Matrix Composites，简称 CMCs）作为提高航空发动机性能的关键材料，会在振动载荷下产生损伤。研究损伤对 CMCs 结构振动特性的影响可以帮助规避共振。本文旨在建立基于损伤的动力学计算模型，实现 CMCs 结构稳态振动响应的快速预测。

首先开展了平纹编织 CMCs 的本构拉伸试验和振动试验。拉伸试验获得的应力-应变曲线表征了材料的非线性本构行为，并指导宏观本构计算模型的建立。正弦扫频试验获得的位移幅频特性曲线表征了结构的非线性振动特性，并指导动力学理论计算模型的建立。

编写了非线性动力学计算程序，可对 CMCs 悬臂梁的非线性稳态振动响应进行快速预测。不考虑材料损伤的仿真结果用 ANSYS 软件进行了验证。进一步，在给定的振动载荷下获得了 CMCs 悬臂梁稳态位移响应、固有模态、割线刚度随损伤的变化规律。进一步，在谐响应分析中得到了位移幅频特性曲线，提出了非线性频率区间。该区间各响应非线性明显，且区间范围受损伤影响。进一步，将平纹编织和单向 CMCs 悬臂梁的仿真结果进行了对比。

编写了适用于旋转件的非线性动力学计算程序，可实现 CMCs 叶片在离心力、振动载荷作用下的稳态响应计算。首先考虑离心力作用，不考虑材料损伤的仿真结果用 Workbench 软件进行了验证。得到的动频曲线体现了离心力对刚度的增强作用。进一步，考虑损伤影响，得到的高转速下的动频曲线体现了材料软化对离心力作用的削弱。进一步，绘制 Campbell 图进行了气动力作用下的共振分析。

关键词：陶瓷基复合材料，损伤，振动，离心力，稳态响应，快速预测

ABSTRACT

Ceramic Matrix Composites (CMCs), as key materials to improve the performance of aeroengines, can be damaged under vibration load. Studying the effect of damage on vibration characteristics of CMCs can help avoid resonance. The purpose of this paper is to establish a damage-based dynamic calculation model to achieve rapid prediction of steady-state vibration response of CMCs.

First, constitutive tensile test and vibration test of plain weave CMCs were carried out. The stress-strain curve obtained from the tensile test characterized the nonlinear constitutive behavior of the materials and guided the establishment of the macroscopic constitutive calculation model. The displacement amplitude-frequency characteristic curves obtained from the sinusoidal sweep test characterized the nonlinear vibration characteristics of the structures and guided the establishment of the dynamic theoretical calculation model.

A nonlinear dynamic calculation program was written to quickly predict the nonlinear steady-state vibration responses of CMCs cantilever beams. The simulation results without considering material damage were verified by ANSYS. Further, the steady-state displacement responses, natural mode and secant stiffness of the CMCs cantilever beams were obtained under given vibration load. Furthermore, the displacement amplitude-frequency characteristic curves were obtained in the harmonic response analysis, and the nonlinear frequency interval was defined. The responses in the interval were obviously nonlinear, and the interval range was affected by damage. Furthermore, the simulation results of plain weave and unidirectional CMCs cantilever beams were compared.

A nonlinear dynamic calculation program suitable for rotating parts was written to realize the steady-state responses calculation of CMCs blades under centrifugal and vibration load. Firstly, considering effect of centrifugal force, the simulation results without considering material damage were verified by Workbench. The obtained dynamic frequency curves reflected the strengthening effect of centrifugal force on stiffness. Further, considering effect of damage, the obtained dynamic frequency curves at high speed reflected the weakening effect of material softening on centrifugal force. Furthermore, campbell diagram was drawn to analyze the resonance under aerodynamic force.

Keywords: Ceramic Matrix Composites, damage, vibration, centrifugal force, steady-state response, rapid prediction

目 录

第一章 绪论	1
1.1 选题背景	1
1.2 陶瓷基复合材料非线性振动研究	2
1.2.1 模态分析	2
1.2.2 响应计算	3
1.2.3 旋转件的动力学特性研究	3
1.3 陶瓷基复合材料阻尼研究现状	4
1.3.1 试验研究	5
1.3.2 理论研究	6
1.4 陶瓷基复合材料本构行为研究现状	7
1.5 本文主要研究工作	9
第二章 平纹编织 CMCS 本构和振动试验研究	11
2.1 引言	11
2.2 平纹编织 CMCs 本构试验	11
2.2.1 试件准备	11
2.2.2 试验步骤	11
2.2.3 试验结果及分析	12
2.3 平纹编织 CMCs 振动试验	12
2.3.1 试件准备	12
2.3.2 试验步骤	13
2.3.3 试验结果及分析	14
2.4 本章小结	17
第三章 基于损伤的 CMCS 结构非线性稳态振动响应计算	19
3.1 引言	19
3.2 基于损伤的动力学计算有限元模型	19
3.2.1 振动系统运动控制方程建立	19
3.2.2 有限元计算程序	20
3.2.3 系统模态计算	21
3.2.4 系统动力学响应计算	22
3.3 单向 CMCs 悬臂梁算例	25
3.3.1 单向 CMCs 本构计算模型	25
3.3.2 单向 CMCs 悬臂梁模态的线性计算	26
3.3.2.1 欧拉-伯努利梁模型	26
3.3.2.2 ANSYS 软件	27
3.3.2.3 自编有限元程序	28
3.3.3 单向 CMCs 悬臂梁的非线性振动计算	28
3.3.3.1 给定振动载荷下的计算	29

3.3.3.2 谐响应分析	39
3.3.3.3 阻尼比讨论	41
3.4 平纹编织 CMCs 悬臂梁算例	43
3.4.1 平纹编织 CMCs 本构计算模型	43
3.4.2 平纹编织 CMCs 悬臂梁模态的线性计算	44
3.4.3 平纹编织 CMCs 悬臂梁的非线性振动计算	44
3.4.3.1 给定振动载荷下的计算.....	45
3.4.3.2 谐响应分析	46
3.5 本章小结.....	48
第四章 基于损伤的 CMCS 涡轮转子叶片振动仿真.....	49
4.1 引言.....	49
4.2 旋转叶片的动力学计算有限元模型.....	49
4.2.1 旋转叶片有限元方程建立.....	49
4.2.2 旋转叶片平衡位置计算.....	52
4.2.3 三维非线性单元.....	54
4.3 离心力对 CMCs 叶片固有振动特性的影响.....	56
4.3.1 Workbench 进行预应力模态分析	57
4.3.2 自编有限元程序进行预应力模态分析.....	61
4.3.3 考虑材料非线性的预应力模态分析.....	62
4.4 振动载荷对 CMCs 叶片固有振动特性的影响.....	62
4.4.1 激振力	62
4.4.2 叶片共振分析.....	64
4.5 本章小结.....	65
第五章 全文总结	67
5.1 主要工作和结论.....	67
5.2 研究展望.....	68
参考文献	69
致 谢	74
在学期间的研究成果及发表的学术论文.....	75

图表清单

图 2.1 平纹编织 CMCs 的狗骨状试件尺寸图	11
图 2.2 平纹编织 CMCs 的狗骨状试件实物图	11
图 2.3 平纹编织 CMCs 拉伸试验装置图	12
图 2.4 平纹编织 CMCs 的单向拉伸应力-应变曲线	12
图 2.5 平纹编织 CMCs 的梁试件实物图	13
图 2.6 平纹编织 CMCs 振动试验装置图	13
图 2.7 平纹编织 CMCs 悬臂梁在低载下的位移幅频特性曲线	14
图 2.8 平纹编织 CMCs 悬臂梁的位移幅频特性曲线	16
图 2.9 平纹编织 CMCs 第一阶模态参数与扫频次数及载荷大小的关系曲线	16
图 2.10 共振时的位移峰值与扫频次数及载荷大小的关系曲线	17
图 2.11 典型的多峰值位移幅频特性曲线	17
图 3.1 二十节点六面体单元及节点位置示意图	20
图 3.2 非线性振动计算流程图	25
图 3.3 单向 CMCs 单向拉伸试验曲线与拟合曲线对比	26
图 3.4 划分好网格的单向 CMCs 悬臂梁	27
图 3.5 单向 CMCs 的迭代示意图	29
图 3.6 单向 CMCs 悬臂梁在各载荷下的位移幅频特性曲线	30
图 3.7 单向 CMCs 模态参数与扫频次数、载荷大小的关系曲线	30
图 3.8 不同损伤状态下的位移幅频特性曲线示意图	31
图 3.9 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线	32
图 3.10 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线	32
图 3.11 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线	33
图 3.12 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线	34
图 3.13 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线	34
图 3.14 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线	35
图 3.15 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线	36
图 3.16 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线	36
图 3.17 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线	37
图 3.18 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线	38
图 3.19 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线	38
图 3.20 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线	39

图 3.21 单向 CMCs 梁的位移幅频特性曲线	40
图 3.22 单向 CMCs 梁的割线刚度随外激励频率的变化曲线	41
图 3.23 单向 CMCs 梁的非线性频率区间	41
图 3.24 单向 CMCs 悬臂梁在低载下的位移幅频特性曲线	42
图 3.25 不同阻尼模型下单向 CMCs 的位移响应对比图	43
图 3.26 不同阻尼模型下单向 CMCs 的非线性频率区间范围对比图	43
图 3.27 平纹编织 CMCs 单向拉伸试验曲线与拟合曲线对比	44
图 3.28 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线	45
图 3.29 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线	45
图 3.30 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的模态参数变化曲线	45
图 3.31 平纹编织 CMCs 梁的位移幅频特性曲线	46
图 3.32 平纹编织 CMCs 梁的割线刚度随外激励频率的变化曲线	47
图 3.33 平纹编织 CMCs 梁的非线性频率区间	47
图 4.1 转动结构示意图	49
图 4.2 旋转叶片示意图	51
图 4.3 曲面局部坐标系	52
图 4.4 Workbench 预应力模态分析流程图	57
图 4.5 CMCs 涡轮叶片模型图和有限元模型图	58
图 4.6 静止状态下 CMCs 涡轮叶片前六阶固有振型图	59
图 4.7 $n=477.46\text{r/min}$ 时 CMCs 涡轮叶片前六阶固有振型图	60
图 4.8 CMCs 叶片各阶动频相对于各阶静频的增长率	61
图 4.9 不同转速下自编程序和 Workbench 计算出的 ω_1 对比图	61
图 4.10 考虑材料非线性计算出的 ω_1 与转速的关系图	62
图 4.11 一个障碍物后各参数变化示意图	63
图 4.12 激发各阶共振的临界转速	65
图 4.13 CMCs 叶片 Campbell 图	65
表 3.1 单向 CMCs 的弹性参数	25
表 3.2 两种单元类型的计算精度评估表	27
表 3.3 单向 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有频率	28
表 3.4 单向 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有振型	28
表 3.5 单向 CMCs 梁计算的不同阻尼模型	42
表 3.6 平纹编织 CMCs 的弹性参数	43
表 3.7 平纹编织 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有频率	44
表 4.1 静止状态下 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率	58
表 4.2 $n=477.46\text{r/min}$ 时 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率	59

表 4.3 不同转速下 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率	60
表 4.4 各阶动频对应的动频系数 B	60

注释表

ε_x	材料主方向的应变	σ_x	材料主方向的应力
l, b, h	悬臂梁的长、宽、高	ρ, μ	材料密度、黏性阻尼系数
A	正弦加速度载荷幅值	f	正弦加速度载荷频率
U	悬臂梁自由端位移	u_{\max}	共振时达到的位移峰值
ω_1	第一阶固有频率	ζ_1	第一阶阻尼比
$\{U\}, \{\dot{U}\}$	瞬时位移向量、瞬时速度向量	$\{a\}$	节点位移向量
$\{x\}$	广义位移向量	$[N], [B]$	形函数矩阵、几何矩阵
$[M], [C], [K]$	总体质量、阻尼、刚度矩阵	$[S], [D]$	柔度矩阵、弹性矩阵
$[M]$	总体集中质量矩阵	α, β	Rayleigh 阻尼模型系数
$\{Q\}$	总体载荷向量	$\{f\}, \{q\}$	体积力、面力向量
$[J]$	雅克比矩阵	$\omega, \{\phi\}, \zeta$	固有频率、振型向量、阻尼比
$[\Phi]$	振型矩阵	r_i	各阶频率比
X_i, θ_i	各阶位移响应振幅、相位角	E	材料弹性模量
G	材料剪切弹性模量	Y	材料泊松比
ω_r	弯曲固有频率	A	梁的横截面积
I	梁的惯性矩	$\{r\}, \{r_0\}$	瞬时位置向量、初始位置向量
$[\Omega], n$	转速矩阵、转动角速度	T, V	动能、应变能
V_L	线性应变能	V_{NL}	非线性应变能
$[B_0], [B_L]$	线性、非线性几何矩阵	$[\bar{B}]$	总几何矩阵
$[M_G]$	反对称矩阵	$[K_c]$	离心势刚度矩阵
$\{Q_c\}, \{Q_p\}$	离心力向量、气体力向量	$\{p\}, \{e\}$	气体力密度、单位法向气体力
P_0	载荷密度	$\{\bar{a}\}$	与时间无关的位移量
$\{\Delta a\}$	与时间相关的位移小量	$[K_0], [K_L]$	线性、大变形刚度矩阵
$[\bar{K}], [K_T]$	总体刚度矩阵、切线刚度矩阵	$[K_\sigma]$	初应力矩阵/几何刚度矩阵
$\{\varepsilon_L\}$	非线性应变	$\{R\}, \{\psi\}$	外力向量、内力与外力向量和
ω_d, ω_0	叶片的动频、静频	B	动频系数
ω_e	激振力频率	Z	障碍物数目

缩略词

缩略词	英文全称
CMCs	Ceramic Matrix Composites
CDM	Continuum Damage Mechanics
CVI	Chemical Vapor Infiltration
DIC	Digital Image Correlation
DMA	Dynamic Mechanical Analyzer
SEM	Scanning Electron Microscopy

第一章 绪论

1.1 选题背景

未来航空发动机追求高推重比、低耗油率、高可靠性等目标，而提高涡轮前进口温度和降低重量是达到这些目标的有效途径^[1,2]。因此，高性能的航空发动机寻求质轻、耐高温且可靠性高的航空材料。普通高温合金所能承受的温度约为 1000~1100°C^[3]，且必须有相应的冷却装置，燃气温度受限的同时发动机总体质量增加。而陶瓷材料可在高达 1500°C 的更高温环境下工作^[4]，自身还具有高熔点、高硬度、低密度等优点。但陶瓷由于固有的脆性及对缺陷敏感性，易造成灾难性的脆性断裂，从而限制了其在工程结构中的应用。CMCs 以陶瓷为基体并添加连续的纤维增强相，保留了基体的优良特性并提高了材料的断裂韧性。基体和增强相之间通过界面连接，界面起着载荷传递、裂纹阻断等作用，是 CMCs 性能的关键影响因素。因此，CMCs 被认为是提高航空发动机性能的关键材料之一。

目前，CMCs 已在多种型号发动机上有了实际运用，主要集中在尾喷管、燃烧室、导向叶片、转子叶片等热端静态和旋转部件上。CMCs 在航空领域的第一次实际运用是法国 M88-2 Snecma 发动机的尾喷管调节片^[5]。明显的减重效果及机动性能的提高让研究人员预见到了 CMCs 光明的应用前景。后来，F100、F110、F119 等多型号发动机将 CMCs 更广泛运用在喷管调节片、密封片上^[6]。燃烧室和喷嘴也已经使用 CMCs，避免了抗氧化涂层的使用且提高了燃烧温度^[7]。CMCs 导向叶片在 GE 与 RR 公司联合研制的 F136 发动机上得到应用，将燃气温度提高到 1200°C^[6]。转子叶片较静子叶片工况更为复杂，研发难度也更高。GE 公司首先突破了这个技术瓶颈，运用预浸料-熔渗工艺研制出 CMC 低压涡轮转子叶片，并在 F414 发动机上试车通过了耐热性和耐久性试验^[8]。

CMCs 在航空领域中的巨大应用前景吸引了国内外越来越多的学者参与到 CMCs 的研究和研制中。研究内容集中在制备工艺、静态强度、疲劳极限等方面，但鲜有对陶瓷基复合材料振动的研究。发动机工作时，CMCs 往往处于恶劣的工作条件下，除了长时间的高温、高压和腐蚀性环境，还受到复杂振动应力的反复作用。振动载荷将给 CMCs 结构造成损伤，且 CMCs 的损伤机制十分复杂。初始载荷作用下，由于基体的失效应变小于纤维的失效应变，脆性基体往往在纤维之前产生裂纹。当基体的裂纹逐渐达到饱和，界面承受载荷并阻止裂纹向纤维的过快传递。随着损伤的加剧，纤维成为承力主体，过度变形后最终断裂，导致 CMCs 结构的整体损坏。区别于金属材料，损伤会引起 CMCs 的非线性本构行为，造成 CMCs 结构刚度和阻尼的变化。因此 CMCs 结构的固有模态变成与损伤相关的非线性变量，变化的固有模态使得即使在非理论共振频率处也可能产生共振以致造成意料之外的事故。我们都知道共振对结构具有毁灭性

的作用，固有模态的预测可帮助规避共振。然而，适用于一般非线性系统的动力学计算方法往往非常耗时。因此本文研究损伤对 CMCs 结构振动特性的影响，并旨在实现 CMCs 结构稳态振动响应的快速预测。

在此背景下，本文发展了一种考虑 CMCs 损伤的稳态振动响应计算方法。首先，基于振动试验规律，以振动载荷作用下的 CMCs 结构为研究对象。进一步，考虑离心载荷的作用，以运动状态下的 CMCs 结构为研究对象。最后，本文开发了一套 CMCs 动力学计算程序，载入 CMCs 结构的有限元模型，可实现静态和旋转态 CMCs 构件的稳态振动响应计算，计算速度快且规模可观。

1.2 陶瓷基复合材料非线性振动研究

运用于航空航天飞行器上的 CMCs 一般工作在高温振动环境下，振动载荷对 CMCs 结构的影响无法忽略。振动损伤会造成 CMCs 结构刚度降低、阻尼增大，振动系统的软化行为同样会给振动响应带来特殊的现象。Danilo Capecchi^[9]讨论了三种滞回本构模型：双线性、刚度退化和刚度-强度退化模型。利用解析方法获得了它们在正弦载荷下的稳态响应，并绘制了幅频特性曲线。结果表明双线性模型和 Ramberg-Osgood 模型的响应曲线是单值且稳定的，而刚度退化模型和刚度-强度退化模型在一定频率范围内呈现多值曲线。胡海岩^[10]也指出变刚度与迟滞行为对振动影响显著，会造成幅频曲线的弯曲、跳跃产生的多值性等现象。Kalmar-Nagy^[11]则针对双线性滞回的振子，讨论了一种正弦激励下瞬态和稳态响应的精确计算方法。CMCs 作为一种刚度退化材料，振动响应计算也转化为复杂的非线性振动问题，因此线性系统的振动研究方法不再适用。

1.2.1 模态分析

模态分析作为动力学研究中的一种常用方法，计算出的各阶模态体现了机械结构的固有振动特性。

CMCs 结构的模态具有非线性特征，受到材料损伤的影响。Birman^[12]基于 Han 和 Hahn 模型，研究了含有基体裂纹的 CMCs 梁在自由振动和强迫振动下的响应计算方法，讨论了基体裂纹对刚度和固有频率的影响。结果表明，基体开裂对刚度和固有频率的影响程度很大程度上取决于材料的损坏程度。随着裂纹的传播直至材料最终的破坏，刚度和固有频率的变化越来越明显。K. Torabi^[13]分析了含纵向裂纹复合材料梁的横向振动，模态结果可用于裂纹检测，但未涉及响应计算。在理论计算中，有限元法得到了广泛运用。Maheri^[14]运用基于层合板理论的有限元法，预测了考虑阻尼的复合材料层合板的模态响应。采用瞬态法和共振法进行了试验验证，其中共振法得到的结果和理论结果表现出更良好的一致性。Singha^[15]利用剪切变形有限元法研究了复合材料板在横向谐波压力或周期性面内载荷作用下的大幅弯曲振动特性。通过求解伽辽金法建

立的非线性振动方程,得到具有不同边界条件的复合材料板的非线性模态。Zeki Kiral^[16]建立了基于损伤的复合材料梁有限元模型,结合 APDL 语言确定了其模态,结果表明阻尼比和固有频率相比对损伤更为敏感。

以上为模态分析的理论计算部分,除此之外还可通过试验进行模态测量。胡殿印^[17]使用柔性细棉线悬挂试件,通过锤击法预测模态,实验结果验证了理论模型的准确性。采用该约束方式可以避免二次锤击引入的误差。漆文凯^[18]采用逐点激励单点测试法测量了不同约束状态下复合材料层合板的振动模态,考虑了开孔损伤的位置及大小的影响。结果发现,开孔损伤位置和大小对复合材料层合板的振动特性有明显影响,而在不同边界条件下的影响规律不完全相同。

1.2.2 响应计算

区别于静力分析,动力分析中出现的惯性力和阻尼力使得求解方程由代数方程组变成常微分方程组。求解该方程组,获得位移、应力、应变响应则是进行动力学计算的最终目标。从宏观尺度上,D.H.Li^[19]基于分层理论和八节点固体单元开发了 LW/SE 法,其中分层理论用于模拟复合材料层压板的行为,八节点固体单元用于离散化芯。针对具有双层蜂窝芯的夹层板、具有双层金字塔网格芯的夹层板,数值计算得到稳态响应。发现 LW/SE 法计算的稳态响应结果与有限元三维模型计算结果很好地吻合,且 LW/SE 法非常适合求解局部响应问题(如冲击、点载荷和点支撑)。Xiaolei Zhang^[20]采用有限元法研究 CMCs 夹层板在高温环境下的振动特性,发现这种 CMCs 夹层结构在热环境中保持了优异的性能。

有限元动力学分析中,离散化的结构常有高自由度的特征,常微分方程组的一般求解算法(如 Runge-Kutta 法)不再是经济性的选择。非线性系统的有限元动力学计算中最常使用的是直接积分法,直接积分法是基于离散化的时间逐步进行数值计算,可确定每一时刻的响应。Singha^[15]在时域内使用 Newmark 隐式算法计算获得了复合材料板的稳态响应。Gao^[21]推导出了 CMCs 梁非线性振动的控制方程,并分别采用显式、隐式算法计算出轴向周期载荷作用下 CMCs 杆的振动响应。同时提出的分布式计算方案大大减少了仿真计算时间,克服了直接积分法耗时的缺点。但该方法只能模拟 CMCs 梁的轴向位移响应并且缺乏实验验证。进一步,Gao 将中心差分法与有限元相结合^[22],计算了单向 CMCs 梁的非线性动力学响应。仿真结果和实验结果相吻合,幅频特性曲线也可观察到非线性系统特有的跳跃现象。

1.2.3 旋转件的动力学特性研究

叶片是航空发动机的关键部位之一,将 CMCs 运用到转子部件上也是目前很多科研人员的目标。叶片对发动机的安全性和可靠性起着至关重要的作用,很多情况下燃气涡轮发动机发生重大事故是涡轮叶片断裂引起的^[23]。这是由于涡轮叶片处于及其恶劣而复杂的工作环境中,除了高温,还承受高机械应力(由离心力、振动载荷引起)和高热应力(由热梯度引起)。

据统计,约有 33%的叶片失效是由振动引起的^[24],失效的主要形式是振动疲劳损伤。Jianfu Hou^[25]采用非线性有限元法研究涡轮叶片在工作状态下的动态特性,以确定疲劳产生的原因。张庆民^[26]也通过断口宏观观察、金相分析、化学成分分析及硬度检测等手段确定了叶片断裂的性质是振动疲劳。振动载荷的影响是毋庸置疑的,特别是在共振时位移会进一步被放大,超出了叶片的疲劳强度就会导致裂纹的萌生和扩展。因此,叶片的动力学特性研究是叶片分析与设计中的关键环节。

对于旋转构件,离心力是不利载荷之一,离心力造成叶片刚度的增加,出现了加强效应。T. R. Kane^[27]在对附着于移动基座上悬臂梁动力学响应的研究中首次提出了动力刚化的概念。林凯^[23]和李春旺^[28]的研究中考虑了温度场和离心力的影响,理论分析了叶片的振动特性,讨论了正常转速下共振发生的原因。计算结果的真实还受理论模型边界约束条件的影响。柳海龙为了使计算结果符合实际情况,选取了三种不同的模型边界约束条件,分别是固定边界、弹性支撑边界和接触边界。为了更精确地模拟叶片的谐响应特征,将试验模态分析和有限元相结合是有效途径。王春健^[29]和 Qiang Yang^[24]的研究工作均基于以上思路,将模态测试得到的模态参数作为基本参数,构建了适用于真实叶片设计的理论计算模型,从而为叶片的振动疲劳寿命预测奠定了基础。针对复合材料叶片,Zhou liqun^[30]用 Block Lanczos 有限元算法分析了复合铺层角与固有频率的关系。结果表明,固有频率受叶片旋转时的应力强化作用影响较大,而通过调节铺层角度可以设计叶片的固有频率。

以上研究工作主要集中在离心力载荷作用下的振动特性研究。实际上,叶片常受到离心力和气体力的耦合反复作用。Shiau^[31]将作用在叶片上的气动力模拟为简谐激励,研究了旋转层合叶片的动态特性,研究结果表明转速和旋转半径对弯曲模态影响很大。李春旺^[28]则同样将气动应力转化成附加刚度矩阵从而进行预应力模态分析,结果发现气动应力对叶片振动模态的影响相对较小。基于气动力学知识,E. Poursaeidi^[32]理论地推导了叶片长度方向的气动载荷分布,并将其合力作为分布压力加载在翼型表面上。

1.3 陶瓷基复合材料阻尼研究现状

阻尼是结构动力性能的重要参数之一,其值影响着结构的振动响应。在振动过程中阻尼以能量耗散的形式表现,振动能量被转化成其他形式的能量,如热能或者噪声。常见的阻尼模型有:黏性阻尼、干摩擦阻尼和材料阻尼。黏性阻尼将能量耗散用振动体在流体介质中运动产生的黏性阻力来模拟,此时阻尼力正比于振动结构的速度。对于干摩擦阻尼,阻尼力是恒值,由两个表面相互摩擦产生。材料阻尼也称为滞后阻尼,源于应力-应变滞后产生的能量损耗。以上的阻尼模型基于对耗能机理的假设,而机械能转换成的能量类型由引起能量耗散的实际物理机制决定,复合材料的强非线性使得阻尼的研究比传统结构材料更困难。在小幅振动载荷下,对

于未产生损伤的复合材料结构,可理想化地认为纤维和基体相的固有粘弹性是唯一的阻尼机理。但随着损伤的产生,裂纹扩展、界面滑移及纤维断裂等行为均会造成新的阻尼机理。本文从试验和理论两方面对复合材料阻尼的研究现状进行了综述。

1.3.1 试验研究

材料的动态机械性能包括内部阻尼和动态刚度,国内外学者开展了大量试验来表征 CMCs 的动态机械性能。Ronald F. Gibson^[33]对复合材料阻尼分析中的试验方法进行了综述,在单个或多个振动模式下的模态测试确定了复合材料的弹性模量和阻尼因子,来表征材料的固有特性。

Can Wang^[34]通过一个倒扭摆多功能内摩擦仪器测内摩擦,研究了复合材料阻尼对材料密度和纤维体积分数的依赖性。阻尼通过内摩擦表示,只能定性地表示关系。研究结果表明 C/C 复合材料的内部摩擦与密度成反比,而与纤维体积分数成正比。材料阻尼还可用复数模型表示,实部模量表示储能行为,虚部模量表示耗能行为,而这两个模量的比值即为材料的损耗因子。基于以上原理,很多学者采用动态机械分析仪(Dynamic Mechanical Analyzer,简称 DMA)来获取阻尼参数,通过对试件施加振动变形可自动生成材料在不同温度、频率下的模量参数。Qing Zhang^[35]运用 DMA 研究了界面厚度对 C/SiC 复合材料阻尼特性的影响,发现界面层越厚,材料的阻尼峰值增大明显。进一步,有研究发现碳化硅涂层和热处理会降低材料的阻尼能力^[36]。王炜^[37]同样使用 DMA 测量的相角差来表征阻尼性能,分别研究了预制体编织方式、SiC 涂层、热处理、界面层厚度这四个影响因素对 CVI 工艺制造的 2D 和 3D C/SiC 复合材料阻尼性能的影响,并提出可通过界面层厚度来调节阻尼大小。

运用 DMA 仪器测量阻尼参数具有方便、快捷的优点,但通常受到材料弹性模量大小的限制^[33]。除此之外,还可通过拟合试件在自由振动或强迫振动下的响应曲线,获得阻尼参数。在自由振动实验中,试件在初始位移或稳态激励下被释放,随之做自由衰减运动。基于粘性阻尼的假设,利用衰减曲线可计算出对数衰减量,因此该法也称为对数衰减法。Chennamsetti^[38]和 F. Duc^[39]均采用该技术来预测复合材料梁的阻尼比。Bruce Shue^[40]则运用基频下的自由衰减曲线改进了理论计算公式,将恒定阻尼模型优化成与振动幅值相关的非线性模型。对数衰减法必须确保衰减曲线中仅存在一种振动模式,因此也只能获得单阶的阻尼参数。

强迫振动下的阻尼测试方法一般有两种。一种称为磁滞回线法,对试件施加固定频率下的振动载荷,来获得应力-应变磁滞回线。而磁滞回线形成的环形面积,可用于损耗因子的计算。Abramovich, H.^[41]采用该法对复合材料层合板的阻尼特性进行了深入研究。结果表明,该法得到的损耗因子与外激励频率成线性相关,而与预加载和应力幅值无关。V Alwan^[42]则证明磁滞回线法可用于评估任何转速下复合材料转子的阻尼性能。

另一种强迫振动下的阻尼测试方法是基于变化的激励频率,获得了一系列激励频率下的响

应。提取频率响应函数中的各峰值，并结合半功率带宽公式，可确定各模态下的损耗因子。激励可以是脉冲、正弦波或是随机载荷。脉冲法是最简便快捷的，通过力锤就可以激发，因此在试验研究中被广泛运用。激励信号通过力锤顶端的力传感器记录，响应信号通过位移传感器监测，FFT 分析仪可将反馈的激励信号和响应信号计算出频率响应函数。S. Yang^[43]运用该法研究了氮化硅陶瓷和 CMCs 在高温下的动态力学性能。发现阻尼在 700°C 之前相当稳定，超过该温度值后大幅增长，材料在高温下表现出典型的粘弹性行为。R. H. Pant^[44]运用高温脉冲频率响应装置分别测量了复合材料及其组分材料基体、增强纤维的动态机械性能，并研究其对温度的依赖性。Gibson^[45]运用脉冲激励法进行了模态测试，不仅可以表征材料特性，还可以快速而准确地进行质量监控。Jean-Marie Berthelot^[46]针对复合材料层合板进行了脉冲试验，并将试验响应与梁的解析响应进行了拟合分析。K. Torabi^[13]则将试验集中在研究分层的轴向位置对层压复合材料结构前三阶模态的影响，其结果可用于分层损伤检测。

1.3.2 理论研究

复合材料阻尼参数具有非线性的特征，受频率、温度、纤维方向等多因素影响，因此从理论上建立阻尼模型非常有难度。R. Chandra^[47]和 A. Treviso^[48]对纤维增强复合材料的阻尼研究现状进行了综述，主要从阻尼机制研究、阻尼大小预测及阻尼模型建立这三个方面展开。

在普通金属材料中普遍使用的线性阻尼模型（如 Maxwell 模型、Kelvin-Voigt 模型和 Zener 模型）通过几个线性参数来表征阻尼，并不能揭示复合材料能量损耗的真正机理。因此，学者们致力于建立复合材料的非线性阻尼模型，常从宏观和细观两个尺度来开展研究工作。细观尺度的阻尼模型将纤维、基体、界面这些组分相假设成线性的粘弹性材料，并根据能量耗散特性来推导材料总的阻尼系数。Hwang, S. J.^[49]提出了一种微机械应变能/有限元法，研究了界面对单向石墨/环氧基复合材料阻尼的影响，并验证了该法的通用性。结果发现，界面尺寸与阻尼的关系受载荷作用方向的影响。将剪切滞后理论和细观力学方法相结合，汤彬^[50]对单向陶瓷基复合材料的阻尼计算方法进行了研究，分析了主要材料参数、纤维排列方式、加载频率对阻尼性能的影响，但缺乏实验的验证。Birman^[51]将线弹性振动理论与 CMCs 细观损伤力学模型结合，分别针对单向 CMCs 和正交铺层 CMCs 建立了存在基体裂纹 CMCs 的阻尼估算方法。考虑了两种阻尼机制：裂纹造成刚度降低引起的阻尼和纤维/基体界面沿损伤部分的摩擦引起的阻尼，揭示了阻尼增大主要由损伤引起，但未深入分析由变刚度及迟滞引起的 CMCs 非线性振动现象。Jia-Lin Tsai^[52]则将细观力学中的单胞模型运用到阻尼模型的建立上，研究了不同的纤维排列方式对复合材料阻尼性能的影响。

宏观尺度上，考虑纤维角度、频率、应力等因素，计算单层或整个层合板的总体阻尼特性。宏观分析中常采用有限元法、复弹性模量法和应变能法。有限元法是航空航天、机械工程、动

力工程、材料工程等许多工程科学中的一种非常实用的数值分析工具，在复合材料阻尼的研究中同样很受欢迎。Nicholas ZABARAS 于 1989 年提出了一个 Rayleigh 阻尼的近似方法^[53]，将阻尼机制引入有限元振动分析中，预测了各向异性复合材料层合板的瞬态响应。该方法可用于设计具有最佳阻尼性能的层压板，但分析过程中未考虑材料非线性的影响。Kaliske^[54]同样将阻尼转化为质量和刚度的线性组合，建立了等效粘性阻尼模型。通过研究单向纤维增强聚合物复合材料的阻尼特性，建立了一种分析预测均匀阻尼的方法。运用改进的 16 节点实体单元，T.H. Yun^[55]对有限元中的阻尼矩阵和刚度矩阵进行对称化处理，获得较好计算结果的同时提高了计算效率。K. Sepahvand^[56]提出了一种随机有限元法，将不确定的阻尼参数作为随机变量，采用广义多项式混沌展开并结合光谱随机有限元公式、模态叠加法来获得复合材料板的模态参数。应变能法在宏观尺度上基于单层存储的应变能在层合板总应变能中的占比进行计算。Adams 和 Bacon^[57]最早提出可将耗散能分解，并与主要的应力分量建立联系。进一步，Ni 和 Adams^[58]考虑了施加弯矩的情况，提出了正交各向异性梁阻尼特性随材料方向的预测方法。Jean-Marie Berthelot^[59]针对单向复合材料、层压板、粘弹性层合板和夹层材料进行了阻尼综合分析，考虑横向剪切效应建立了通用方程，并将计算结果与 Adams-Bacon 模型和 Ni-Adams 模型进行了对比。基于应变能考虑，还可与有限元或其他方法结合进行更有效的分析计算。在此框架内，Maheri^[60]运用 Rayleigh-Ritz 法精准预测了各向异性层压板的模态阻尼。

在极高频率的动态激励下，CMCs 易受高周疲劳的影响，因此增强 CMCs 阻尼是必然需求。适当地提高材料自身阻尼，会增大内部能量损耗来达到抑制结构振动的目的。Munjaj^[61]的研究表明可以通过增加特定涂层来增加阻尼。JB Min^[62]则提出了一种新型工艺，将 Foster-Miller 预陶瓷聚合物渗入和 PIP 工艺应用于制造发动机部件的动态试样，以颗粒填料和涂层的形式引入高阻尼材料会显著增加阻尼。

对于复合材料阻尼的试验研究主要通过测量相位角、自由振动衰减曲线、应力-应变磁滞回线、频率响应曲线，来表征材料的阻尼性能。理论研究从宏、细观两个角度展开，基于细观力学法、有限元法、应变能法计算获得了阻尼系数。阻尼规律的研究是材料优化设计的基础，也影响了动力学响应计算的准确度。但是目前大多数的研究工作基于线性理论，并未深刻地剖析阻尼的时变性。

1.4 陶瓷基复合材料本构行为研究现状

本构模型描述了材料的力学特征，是进行动力学分析计算的基础。陶瓷基复合材料是典型的多相材料，增强材料是分散相，陶瓷基体为连续相。其本构模型具有明显的非线性特征，和传统的金属材料相比变形有显著的过程性。

陶瓷基复合材料的基本失效模式包括基体开裂、界面脱粘、纤维断裂，失效机理复杂多变。

国内外针对 CMCs 的基本失效模式进行了大量的试验研究,通过分析材料失效过程研究基本的失效机理^[63-66]。Gopalaratnam 等人^[67]对 CMCs 试件进行弯曲和拉伸试验,在失效模式研究的基础上进一步探究了材料的增韧机制。Sevener^[68]则运用扫描电子显微镜(Scanning Electron Microscopy, 简称 SEM)和数字图像相关(Digital Image Correlation, 简称 DIC)法测量开裂位移,并观察了 CMCs 在单轴拉伸载荷下基体裂纹的演变过程。

基体裂纹产生的时间、开裂的程度及基体裂纹与界面和纤维的相互作用是 CMCs 理论建模的关键之处。大多数理论研究工作基于最大应力理论、CMSE 准则、概率统计法等失效准则,对基体裂纹产生的过程进行了模拟。赵龙等人^[69]基于 Weibull 分布假设,使用蒙特卡罗法模拟基体随机开裂过程,Curtin 数值方法模拟纤维失效过程,得到单向 CMCs 单轴拉伸本构曲线,预测了其失效强度。Gowayed^[70]将剪切滞后理论与有限元法相结合,评估了 CMCs 裂纹密度估算的可行性。方光武等人^[71]基于应变能准则预测了单向 CMCs 基体的损伤状态,建立的界面摩擦模型可以研究任意载荷历程下的界面滑移规律。相较于剪滞模型,该模型无需预先假设界面滑移区的位置和范围。Sheng Zhang^[72]基于提出的新失效准则建立了一种基体开裂模型,并开展了裂纹实时检测试验。同时对 CMSE 准则和概率统计法进行了验证,发现新失效准则预测的结果与实验结果更吻合。Gao 为建立任意加卸载作用下的 CMCs 本构模型做出了很多努力,于 2013 年提出用代表体元来模拟不同损伤机制对应的微观结构^[73]。CMSE 原理、最大剪应力准则、Weibull 统计理论被分别用来模拟基体开裂、界面脱粘和纤维断裂行为。建立的模型可实现 CMCs 在拉伸载荷下的非线性本构曲线预测。进一步在 2015 年建立了纤维-基体界面滑移区的分布模型,预测单向 CMCs 在任意载荷作用下的本构行为,分析了加载历程对应力-应变曲线的影响^[74]。

在拉伸载荷作用下,CMCs 已表现出明显的软化现象,而 William 的研究成果表明 CMCs 的剪切响应也会受到材料损伤的影响^[75]。在拉伸和剪切载荷作用下 CMCs 均出现非弹性应变损伤,Jun Li 等人^[76]考虑到损伤的耦合效应,通过引入损伤变量来描述材料性能的退化过程。最终建立了拉伸和剪切载荷共同作用下,CMCs 连续损伤力学(Continuum Damage Mechanics, 简称 CDM)模型。Yang 等人^[77]于 2015 年在 CDM 的框架内,建立了新的强度模型。该模型包括一种新型损伤耦合分析方法和破坏准则,成功预测了 CMCs 的耦合损伤行为。

CMCs 已被研究并设计在高温氧化环境下工作,温度对 CMCs 性能的影响无法被忽视。有研究发现 CMCs 在高温下表现出缺口敏感性^[78],在 1200°C 的高温下出现了无弹性行为^[79]。因此,室温下的本构模型已无法用来预测高温下的行为。Yong Deng^[80]建立了一种新的温度依赖性的断裂强度模型,不仅考虑了纤维含量、纤维分布和基体强度的影响,还考虑了纤维的尺寸效应和氧化作用。Gao^[81]则通过拉格朗日插值来描述材料参数与温度的关系,将温度效应引入连续损伤力学的理论框架中,并最终建立了 C/SiC 复合材料与温度相关的本构模型。该模型对

有孔 CMCs 层合板的数值计算结果表明温度效应会降低孔附近的应力集中。

在实际工况下, 结构难以避免会受到冲击载荷, 如起飞或着陆过程中碎片的撞击。冲击载荷在很短的时间内作用并产生高的应变率。目前, 金属材料已在广泛的应变率范围内进行了大量的研究, 但是复合材料领域内的相关研究资料却十分有限。应变率会影响材料的机械行为、失效机理、本构曲线, 因此研究 CMCs 对应变率的敏感性非常必要。目前开展的工作大多通过实验的方式实现, 最广泛使用的是分离式 Hopkinson 压力杆。王继存在应变率 $550\sim 2400\text{s}^{-1}$ 的范围内, 获得了 2D C_f/SiC 复合材料的动态应力-应变曲线^[82]。发现 2D C_f/SiC 具有明显的应变率效应, 抗压强度随应变率增大而增大, 揭示了应变率敏感性来自 SiC 基体对高应变率的效应。进一步地, Mingshuang^[83]在更广的应变率范围内展开了研究, 得到了相似的结论, 并在此基础上建立了一个新的本构模型。SHPB 这种加载方式存在应变率上限, T.Li^[84]采用气枪冲击的方式加载可实现更高应变率的研究。

目前对 CMCs 本构行为的研究基于失效模式的研究, 在力学分析的框架内建立了 CMCs 本构计算的理论模型。但是由于 CMCs 的强非线性行为, 其本构行为受载荷形式、环境、应变率等各种因素影响, 所以目前适用于任何载荷形式的 CMCs 本构模型还是缺乏的。

1.5 本文主要研究工作

本文研究损伤对陶瓷基复合材料结构振动响应的影响。旨在发展一种 CMCs 非线性振动计算方法, 在线性的振动求解方法——振型叠加法中考虑材料模量的变化, 提高了 CMCs 结构非线性稳态振动响应的计算效率。

第一章 首先介绍了本文的选题背景, 并从 CMCs 的非线性振动、阻尼、本构行为这三个方面进行了国内外文献综述。

第二章 针对平纹编织 CMCs, 开展了本构和振动试验。其中, 本构试验获得的单向拉伸应力-应变曲线是第三章、第四章振动响应计算的基础。进一步, 对 CMCs 梁进行正弦扫频试验, 获得了幅频特性曲线、模态数据, 并研究了外激励幅值、损伤对振动响应的影响。

第三章 以 CMCs 悬臂梁为研究对象, 研究了基于损伤的非线性振动计算方法。首先, 基于有限元和动力学计算方法, 建立了基于损伤的动力学计算有限元模型, 开发了有限元计算程序。其次, 针对线性材料系统分别使用欧拉-伯努利梁模型、ANSYS 软件、自编程序进行了理论计算, 验证了本程序的可行性。最后, 考虑材料损伤影响, 分别给出了单向 CMCs 和平纹编织 CMCs 悬臂梁的算例, 可实现给定振动载荷的响应计算, 也可实现谐响应分析, 并讨论了阻尼比的影响。

第四章 以 CMCs 涡轮叶片为研究对象, 研究了旋转态叶片的非线性振动计算方法。首先, 考虑材料非线性和几何非线性的影响, 开发了适用于旋转件的有限元计算程序。其次, 对离心

力作用下的 CMCs 叶片进行了预应力模态分析，并对比了 Workbench 软件和自编程序的计算结果。其次，考虑材料损伤影响，对比了线性材料和非线性材料的计算结果。最后，研究了气动激振力对 CMCs 叶片固有振动特性的影响。

第五章 总结了本文的研究内容，并给出了未来研究工作展望。

第二章 平纹编织 CMCs 本构和振动试验研究

2.1 引言

本章节分别进行了平纹编织 CMCs 本构试验和振动试验,介绍了试验件的准备及试验流程,并给出了试验结果及分析。进行本构试验的目的是获取理论模型计算所需的应力-应变曲线;进行振动试验的目的是研究平纹编织 CMCs 构件在振动载荷下的行为特性,来指导动力学理论计算模型。

2.2 平纹编织 CMCs 本构试验

2.2.1 试件准备

针对平纹编织 CMCs 进行本构拉伸试验,该材料是由 SiC 纤维增强 SiC 基体的陶瓷基复合材料,制备工艺是化学气相渗透 (Chemical Vapor Infiltration, 简称 CVI)。材料密度利用排水法测得为 1604.8kg/m^3 。通过水切割,切出狗骨状试验件,如图 2.2 所示。在试验件两端粘贴加强片,以防止实验过程中发生打滑。

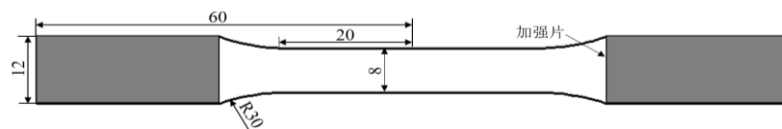


图 2.1 平纹编织 CMCs 的狗骨状试件尺寸图



图 2.2 平纹编织 CMCs 的狗骨状试件实物图

2.2.2 试验步骤

采用 MTS 试验机进行单向拉伸试验。首先打开主控制软件并依次开启水循环系统和油源。进一步装夹试件,通过移动上横梁来调节上下夹头的距离,缓慢而小幅地调节夹头位置,确保试件对中后锁定横梁。进一步安装引伸计,引伸计被用来测量线变形。将其固定在试件的中部位置,固定好后拔掉零位针。进一步将加载方式设置成力控制,并在试验控制软件中设置好载荷路径。本次试验沿着如下加载路径: 0MPa — 50MPa — 70MPa — 95MPa — 110MPa — 120MPa — 130MPa — 140MPa — 150MPa — 160MPa — 170MPa — 180MPa — 190MPa — 200MPa , 逐渐加载直至试件断裂。试验装置图如图 2.3 所示。

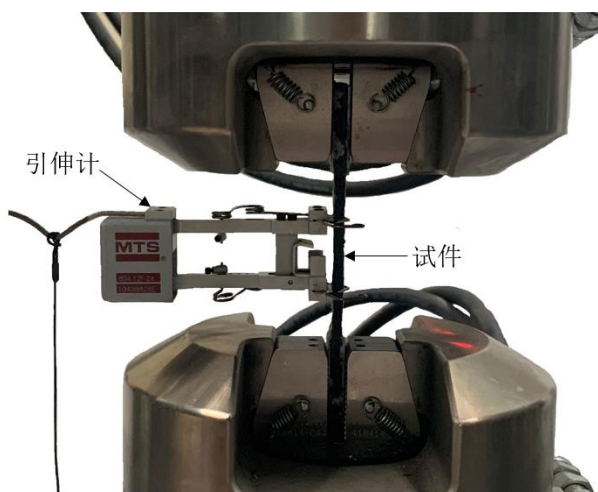


图 2.3 平纹编织 CMCs 拉伸试验装置图

2.2.3 试验结果及分析

试验测得的应力-应变曲线如图 2.4 所示。

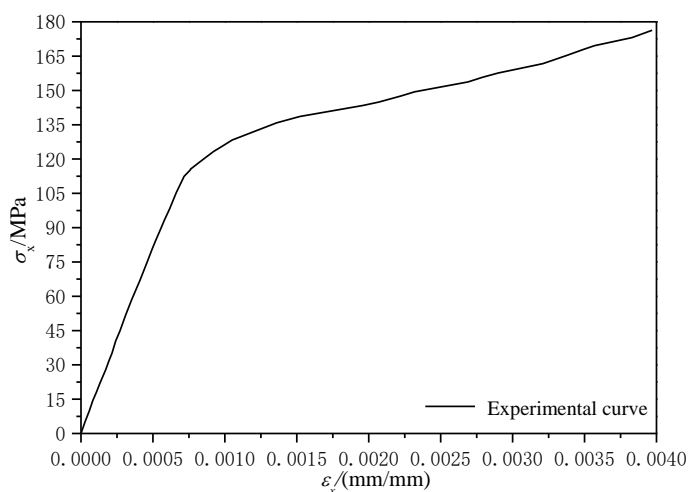


图 2.4 平纹编织 CMCs 的单向拉伸应力-应变曲线

图中，横坐标 ϵ_x 表示材料主方向的应变，纵坐标 σ_x 表示材料主方向的应力。如上图所示，平纹编织 CMCs 的单向拉伸曲线具有非线性。在较小载荷作用下材料该向的弹性参数保持为常数，材料表现线弹性行为，此时材料的损伤可忽略。载荷进一步增大后，材料由线性系统转化成模量退化系统，此为典型的非线性应力-应变段。此时材料的损伤较为明显，并对本构曲线直接造成影响。当载荷大到一定程度，裂纹饱和，从而使得应力-应变曲线出现第二线性段。

2.3 平纹编织 CMCs 振动试验

2.3.1 试件准备

采用水切割法获得平纹编织 CMCs 的梁试件，梁的尺寸为长 $l=180\text{mm}$ 、宽 $b=10.15\text{mm}$ 、高

$h=5.16\text{mm}$ ，如图 2.5 所示。对梁的夹持端做适当加宽处理，使得夹持端在振动过程中受力均匀。同样在梁与夹具接触的两表面粘贴加强片，此处选用铜制加强片。铜制加强片除了能防止打滑，还可以很好地吸收振动过程中产生的大位移和噪声，并起到辅助散热的作用。



图 2.5 平纹编织 CMCs 的梁试件实物图

2.3.2 试验步骤

本文采用 DC600 振动台进行平纹编织 CMCs 梁的正弦扫频试验。试验开始之前，做如下准备工作：

- (1) 将试件装夹在振动台上，并在振动台安装压电式加速度计。本试验选用灵敏度为 3.03pC/m/s^2 的加速度计，安装过程中保证加速度计和振动台的接触面平整干净；
- (2) 安装激光位移传感器，调节位置，使测点落在悬臂梁的自由端部；
- (3) 启动风机，调节功率放大器到最大；
- (4) 打开 RC-3000 控制器；
- (5) 打开电脑，连接控制器及激光位移传感器。并启动“RC-3000 振动控制系统”软件及测量值读取软件。
- (6) 软件中选择进行正弦扫频试验，并设置加速度的幅值、扫频区间、扫频方向和扫频速率。

试验装置图如图 2.6 所示。

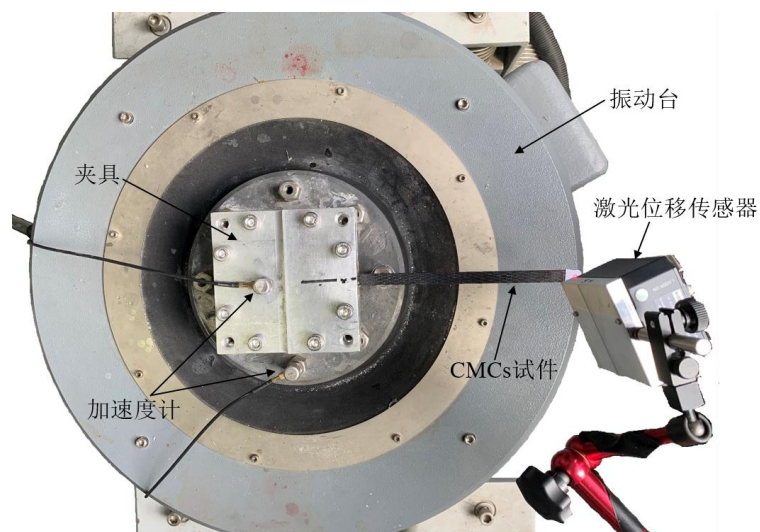


图 2.6 平纹编织 CMCs 振动试验装置图

2.3.3 试验结果及分析

首先，给定正弦加速度载荷幅值 a 为 0.5m/s^2 ，在一阶固有频率附近的宽频范围内（ $100\text{Hz}-300\text{Hz}$ ）进行快速扫频，设置扫频速度为 1Hz/s 。得到的位移幅频特性曲线如图 2.7 所示：

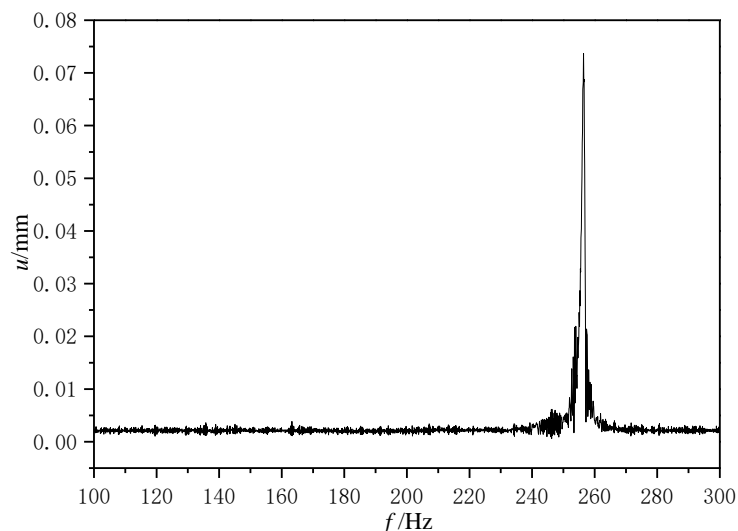
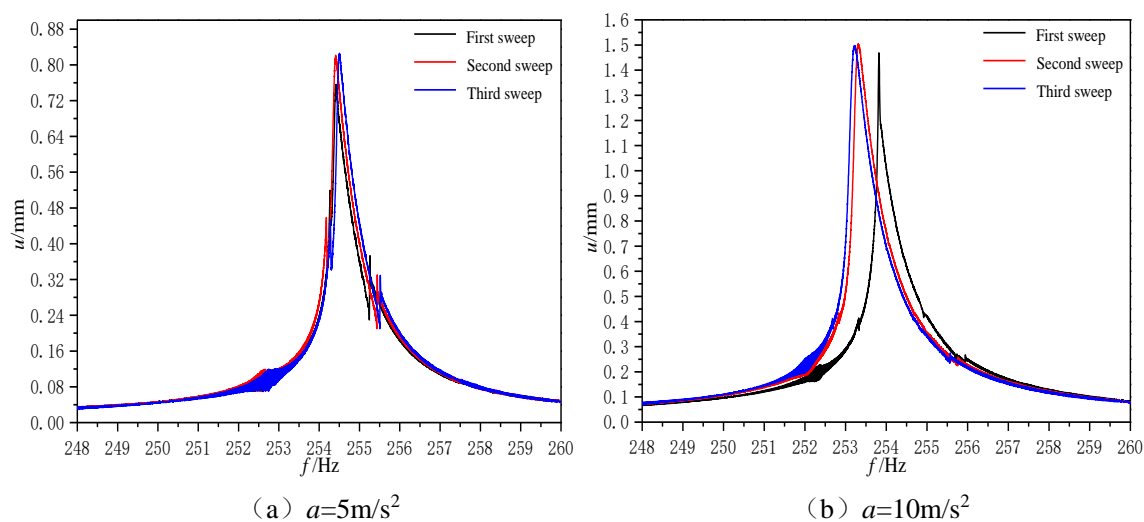
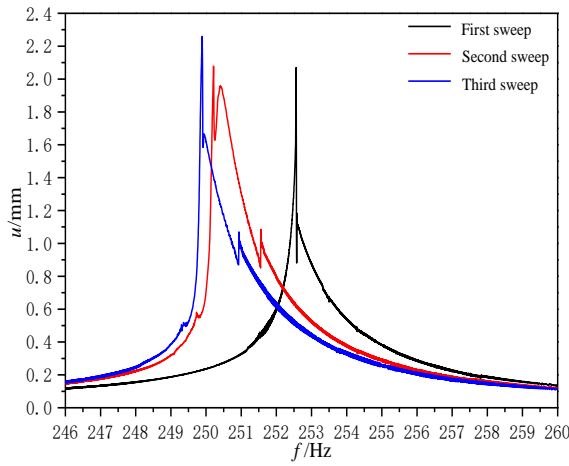


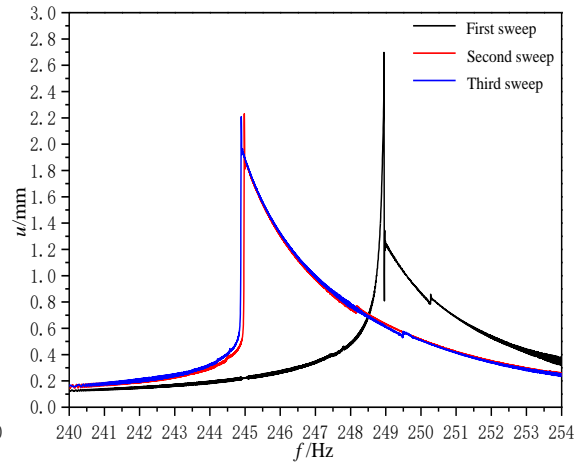
图 2.7 平纹编织 CMCs 悬臂梁在低载下的位移幅频特性曲线

上图中，横坐标 f 表示正弦加速度载荷频率，纵坐标 u 表示激光位移传感器获取的悬臂梁自由端位移。由图可知， f 为 256.44Hz 时悬臂梁自由端位移达到最大值，此时激发了第一阶固有频率下的共振。由此可知，该 CMCs 悬臂梁的第一阶固有频率为 256.44Hz 。由于此时载荷较小，可代表材料的无损伤状态。在确定好结构的初始固有频率后，进一步减小扫频区间，减慢扫频速度（设置扫频速率为 0.025Hz/s ）以得到更为精确的结果。为研究损伤的影响，在同一加速度幅值下设置进行 3 次正向扫频试验。加速度载荷幅值依次从 5m/s^2 递增到 90m/s^2 ，得到的位移幅频特性曲线如图 2.8 所示。

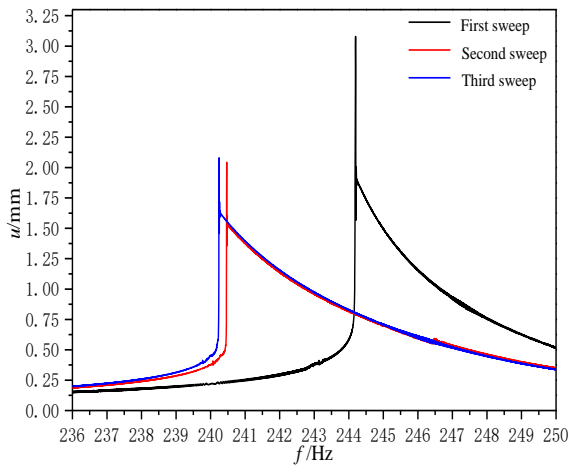




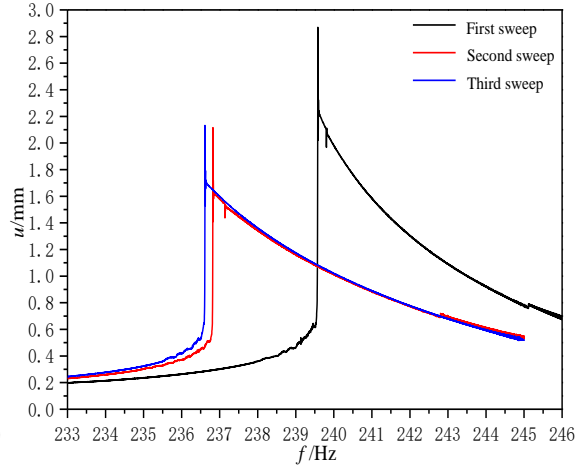
(c) $a=20\text{m/s}^2$



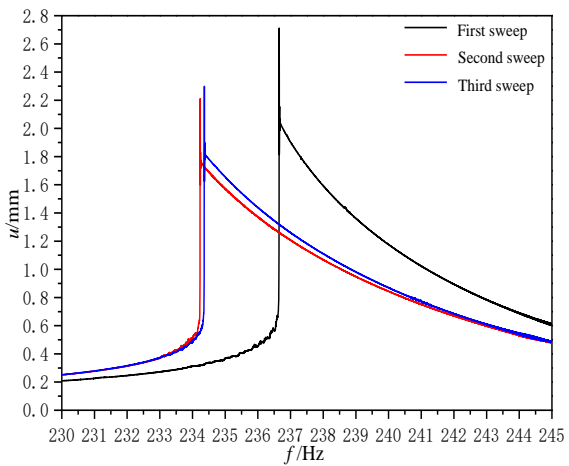
(d) $a=30\text{m/s}^2$



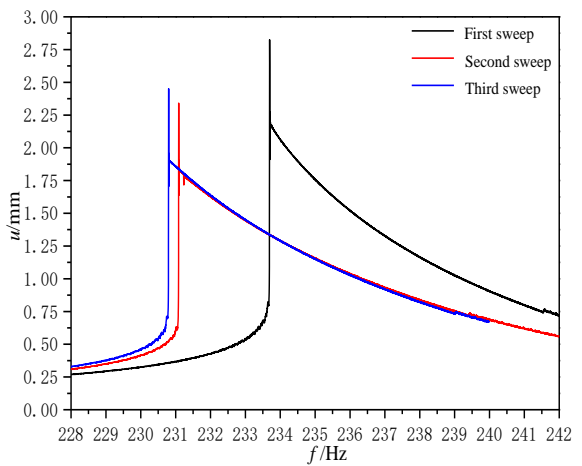
(e) $a=40\text{m/s}^2$



(f) $a=50\text{m/s}^2$



(g) $a=60\text{m/s}^2$



(h) $a=70\text{m/s}^2$

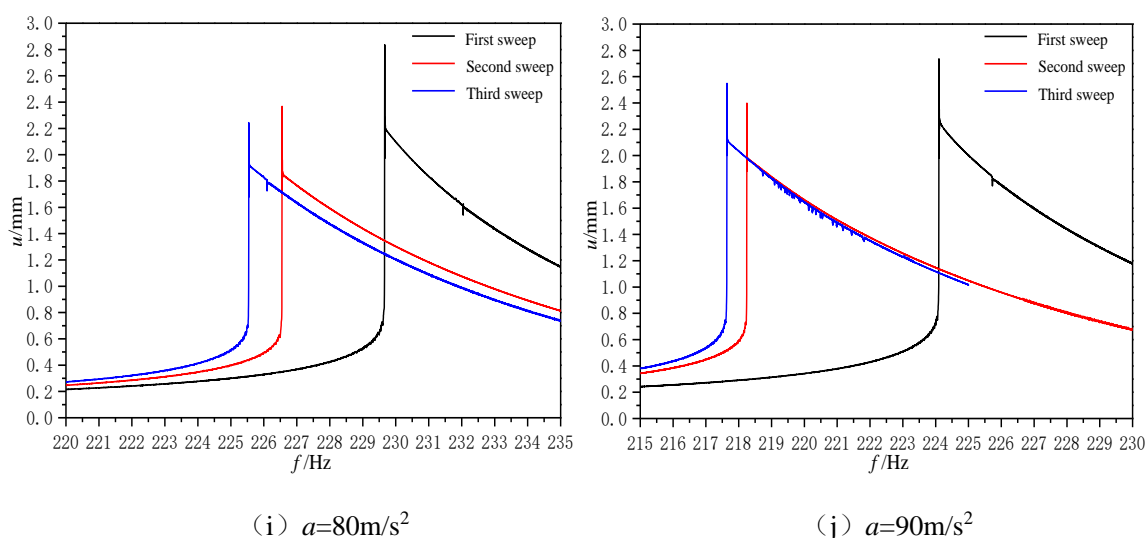
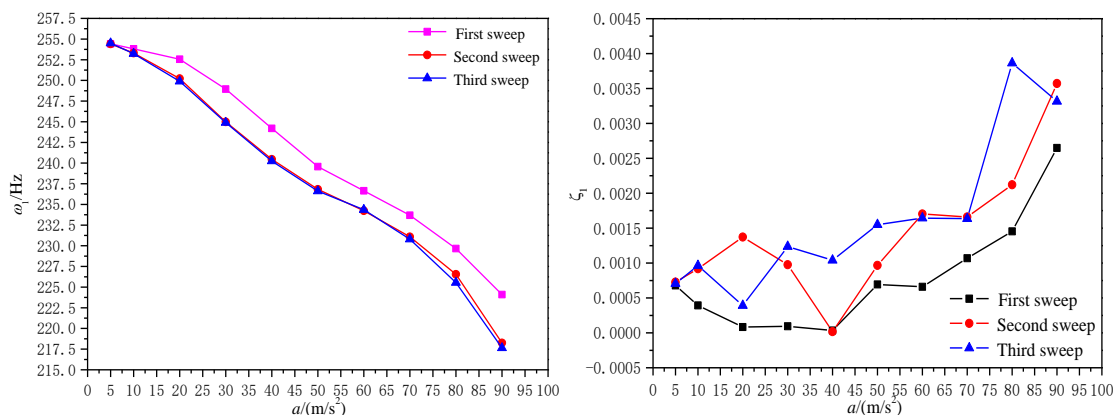


图 2.8 平纹编织 CMCs 悬臂梁的位移幅频特性曲线

在同一载荷下的多次扫频会加剧材料的损伤，位移幅频特性曲线随扫频次数的变化即体现了损伤的影响。损伤会造成刚度下降、固有频率降低，所以可以看到图 2.8 中的位移幅频特性曲线在多次扫频时在逐渐往低频方向移动。进一步从幅频特性曲线中提取出第一阶模态参数(第一阶固有频率 ω_1 和第一阶阻尼比 ζ_1)，其中 ζ_1 通过半功率带宽法计算得到。分别绘制 ω_1 、 ζ_1 与扫频次数及载荷大小的关系曲线，如图 2.9 所示。由图 2.9 (a) 可知， ω_1 随着扫频次数的增加而降低，且载荷越大 ω_1 下降的程度越明显。在 $a=5\text{m/s}^2$ 时，第三次扫频测得的 ω_1 值较初始值下降 0.034%， ω_1 几乎不发生变化，表明小载荷造成的材料损伤较小；在 $a=90\text{m/s}^2$ 时，第三次扫频测得的 ω_1 值较初始值下降 2.9%，此时扫频次数对固有频率的显著影响凸显了材料损伤的作用。同时， ω_1 与 a 成反比，越大的载荷产生越大的损伤，从而固有频率降低得更多。由图 2.9 (b) 中 ζ_1 的非线性变化曲线可知，随着载荷的增大、扫频次数的增加，阻尼比总体也呈现增大趋势，但是具有很强的非线性表现。



(a) ω_1 随扫频次数、 a 的变化曲线

(b) ζ_1 随扫频次数、 a 的变化曲线

图 2.9 平纹编织 CMCs 第一阶模态参数与扫频次数及载荷大小的关系曲线

刚度降低引起的结构软化现象会使得位移增大，但材料阻尼的增大又对位移的增大起抑制作用，CMCs 悬臂梁的位移响应受这两种因素的耦合作用。所以共振时达到的位移峰值 u_{\max} 与扫频次数的关系是非线性且非单调变化的，如图 2.10 所示。

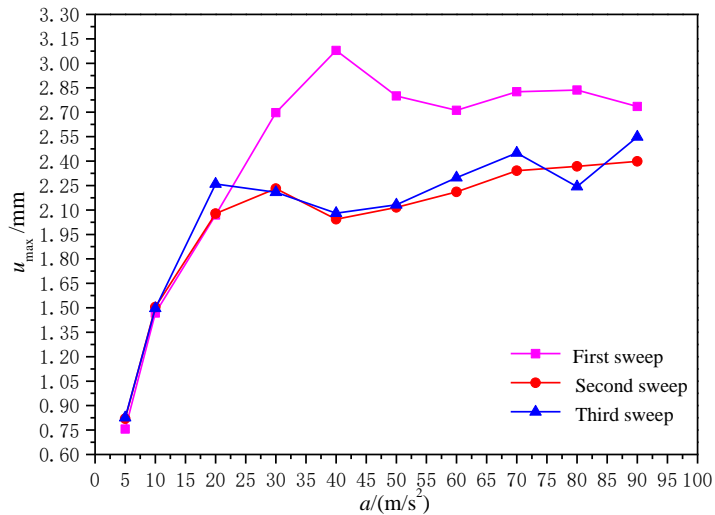
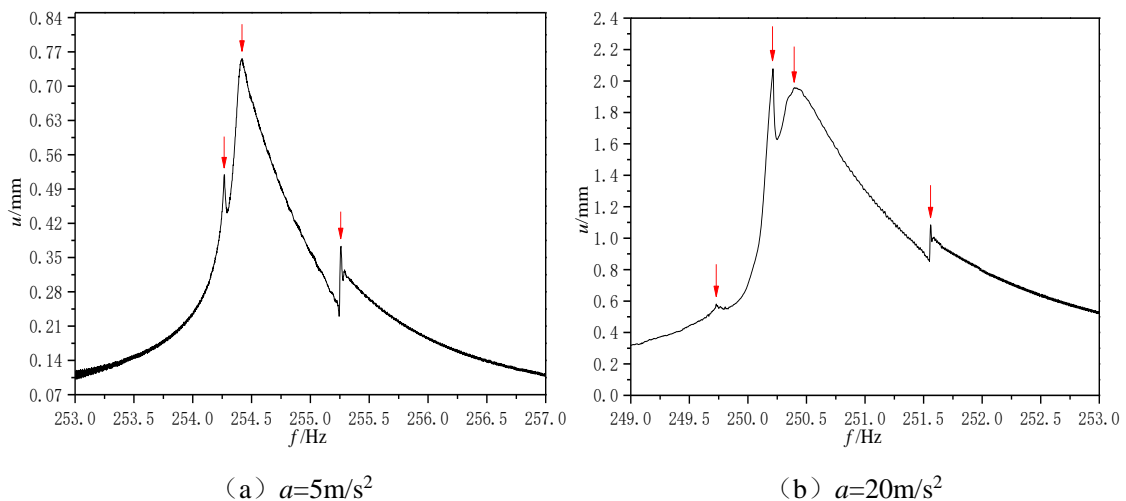


图 2.10 共振时的位移峰值与扫频次数及载荷大小的关系曲线

平纹编织 CMCs 悬臂梁振动响应的非线性不仅体现在幅频特性曲线的偏移现象，还体现在幅频特性曲线的多峰现象。图 2.11 中给出了典型的多峰值位移幅频特性曲线， $a=5m/s^2$ 时位移幅频特性曲线出现了三个位移峰值点， $a=20m/s^2$ 时位移幅频特性曲线出现了四个位移峰值点。线性系统的幅频特性曲线是单峰且连续光滑的，位移幅频特性曲线的多峰现象是非线性系统的特有现象。



(a) $a=5m/s^2$

(b) $a=20m/s^2$

图 2.11 典型的多峰值位移幅频特性曲线

2.4 本章小结

本节研究内容及结论包括以下两点：

(1) 平纹编织 CMCs 的本构试验给出了材料的非线性应力-应变响应,所以在动力学计算分析过程中需要考虑材料的非线性本构行为,若将材料模型简化为线弹性模型得到的计算结果必然是不合理的。

(2) 平纹编织 CMCs 悬臂梁的振动试验结果给出了材料动力学响应的一些非线性现象,包括幅频特性曲线的左移现象及多峰现象。试验过程中在各载荷下只进行了 3 次扫频,以避免损伤过大造成结构的过快失效。而在工程实际中,振动的失效常以疲劳损伤的形式出现,了解 CMCs 在载荷长时作用下的力学行为具有必要性。

因此本文基于非线性本构模型及振动试验规律,在接下来的章节中给出了理论计算模型,以预测 CMCs 在长时振动载荷作用下的稳态动力学响应。

第三章 基于损伤的 CMCs 结构非线性稳态振动响应计算

3.1 引言

动力学问题的一类主要研究对象是动力载荷作用下的结构。本章节主要针对 CMCs 悬臂梁结构,研究其在正弦振动载荷下的非线性响应计算方法。首先,基于有限元和动力学计算方法,建立了基于损伤的动力学计算有限元模型。进一步,将 CMCs 梁模型代入该计算模型,给出单向 CMCs 和平纹编织 CMCs 悬臂梁的两个算例。对于振动响应的预测,可以帮助我们了解 CMCs 在振动载荷下的表现及特性,从而帮助设计人员在结构设计过程中完美地规避共振。

3.2 基于损伤的动力学计算有限元模型

3.2.1 振动系统运动控制方程建立

动力学问题中随时间变化的载荷及位移响应,产生了不可忽略的速度和加速度,这是动力学问题和静力学问题的本质区别。有限元法对空间进行离散化,连续体由有限个单元组成。根据参考文献[85],每个单元内,单元位移和单元节点位移通过形函数矩阵建立联系,单元应变与单元节点位移通过几何矩阵建立联系,即分别满足式(3.1)和式(3.2)

$$\{U\}^e = [N]\{a\}^e \quad (3.1)$$

$$\{\varepsilon\}^e = [B]\{a\}^e \quad (3.2)$$

式中, $[N]$ 矩阵是单元的形函数矩阵, $[B]$ 矩阵是单元几何矩阵。将式(3.1)、(3.2)与动力学平衡方程、几何方程、物理方程、边界条件、初始条件相结合,可以得到连续体有限元形式的运动控制方程

$$[M]\{\ddot{a}\} + [C]\{\dot{a}\} + [K]\{a\} = \{Q\} \quad (3.3)$$

上式中, $[M]$ 矩阵是总体质量矩阵, $[C]$ 矩阵是总体阻尼矩阵, $[K]$ 矩阵是总体刚度矩阵, $\{Q\}$ 向量是总体载荷向量。以上各矩阵均由各单元计算矩阵集合而成

$$[M]^e = \int_{V_e} \rho [N]^T [N] dV \quad (3.4)$$

$$[C]^e = \int_{V_e} \mu [N]^T [N] dV \quad (3.5)$$

$$[K]^e = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \quad (3.6)$$

$$\{Q\}^e = \int_{V_e} [N]^T \{f\} dV + \int_{S_e} [N]^T \{q\} ds \quad (3.7)$$

式(3.4)中的 ρ 是材料密度。 $[M]$ 矩阵采用和 $[K]$ 矩阵一致的形函数推导而来,因此称为一致质量矩阵。本文为节省计算存储空间并简化矩阵运算,将其进一步处理成对角线形式的集中质量矩阵 $[M_l]$,其中单元集中质量矩阵 $[M_l^e]$ 采用如下公式计算

$$[M_l]_{ij}^e = \begin{cases} c[M]_{ii}^e = c \int_{V_e} \rho [N_i]^T [N_i] dV & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3.8)$$

其中,系数 c 由质量守恒定律确定。

式(3.5)中的 $[C]$ 矩阵假设阻尼力与运动速度成正比,即理想的黏性阻尼模型,其中 μ 是材料的黏性阻尼系数。为了使该矩阵能被解耦计算,采用 Rayleigh 阻尼模型进行简化,即

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.9)$$

其中, α 和 β 是常系数。

式(3.6)中的 $[D]$ 矩阵是材料的弹性矩阵,与材料属性直接联系。

式(3.7)中的 $\{f\}$ 和 $\{q\}$ 分别是体积力和面力向量。本章节研究正弦体积力载荷作用下 CMCs 悬臂梁的结构响应,施加加速度载荷 $\{f\}$,单位体积中产生惯性力 $-\rho\{f\}$ 。由于不承受面载荷,单元载荷向量可表示为

$$\{Q\}^e = \int_{V_e} \rho [N]^T \{f\} dV \quad (3.10)$$

将式(3.8)-式(3.10)代入式(3.3)中,最终得到振动系统的运动控制方程为

$$[M_l]\{\ddot{a}\} + (\alpha[M] + \beta[K])\{\dot{a}\} + [K]\{a\} = \{Q\} \quad (3.11)$$

3.2.2 有限元计算程序

对于有限元中常用的二十节点六面体单元,节点位置如图 3.1 所示,其中 $\xi\eta\gamma$ 为单元的局部坐标系。

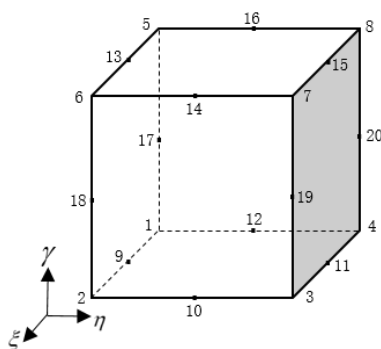


图 3.1 二十节点六面体单元及节点位置示意图

该单元具有 60 个自由度,式(3.1)中的各形函数可表示为

$$\begin{aligned}
 N_i(\xi, \eta, \gamma) &= \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta)(1 + \gamma_i \gamma) \quad (i = 9, 11, 13, 15) \\
 N_i(\xi, \eta, \gamma) &= \frac{1}{4}(1 - \eta^2)(1 + \xi_i \xi)(1 + \gamma_i \gamma) \quad (i = 10, 12, 14, 16) \\
 N_i(\xi, \eta, \gamma) &= \frac{1}{4}(1 - \gamma^2)(1 + \eta_i \eta)(1 + \xi_i \xi) \quad (i = 17, 18, 19, 20) \\
 N_i(\xi, \eta, \gamma) &= \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \gamma_i \gamma)(\xi_i \xi + \eta_i \eta + \gamma_i \gamma - 2) \quad (i = 1 \sim 8)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

形函数确定后，单元位移、单元坐标均可通过形函数用节点位移、节点坐标插值获得。

式 (3.2) 与几何方程结合，得到几何矩阵的形式为 $[B] = \{[B_1] \ [B_2] \ \cdots \ [B_{20}]\}$ ，其中

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}^T \quad (i = 1, 2, \dots, 20) \tag{3.13}$$

求解上式时，需建立局部坐标系和总体坐标系之间的关系，即

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \gamma} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \gamma} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \gamma} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial \gamma} z_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \tag{3.14}$$

其中 $[J]$ 是雅克比矩阵，雅克比矩阵及形函数对局部坐标的偏导均可计算得到，则代入上式即可确定单元几何矩阵。通过雅克比矩阵同样可以将总体坐标系下的微元体积 dV 转换到局部坐标系中，即

$$dV = dx dy dz = |J| d\xi d\eta d\gamma \tag{3.15}$$

其中， $|J|$ 是雅克比矩阵的行列式。将上式代入式 (3.4) - (3.7) 中，并结合高斯积分公式即可确定有限元程序中的各计算矩阵。

3.2.3 系统模态计算

若忽略阻尼的影响，系统的自由振动方程可表示为

$$[M_l]\{\ddot{a}\} + [K]\{a\} = \{0\} \tag{3.16}$$

由振动理论相关知识可知，系统自由振动会作固有频率下的周期运动，即

$$\{a\} = \{\phi\} \sin \omega t \quad (3.17)$$

将式 (3.17) 代入式 (3.16), 可得到一个广义特征值问题, 即

$$([K] - \omega^2 [M])\{\phi\} = \{0\} \quad (3.18)$$

上式中的 $([K] - \omega^2 [M])$ 称为特征矩阵, 令其行列式为零是获得系统模态精确解的充要条件。然而对于大自由度问题, 特征矩阵的展开以及 n 次代数方程的求解会变得非常困难。同时有限元计算出的低阶特征值准确度较高阶特征值高, 且高阶特征值对系统的响应影响很小。因此, 通常求解出低阶频率就可以较准确地预测系统的实际响应, 求解出所有模态耗时且没有必要。

目前已发展了诸多数值计算方法, 能够从大型矩阵特征值问题中有效提取部分模态。邓克莱法和瑞利法仅能估算系统的基频, 且计算误差较大。应用广泛的有矩阵反迭代法和子空间迭代法。矩阵反迭代法可快速得到较少数目的特征解, 子空间迭代法在反迭代的基础上用多个向量同时进行迭代, 可获得更多的特征解。然而, 矩阵反迭代法和子空间迭代法在初始向量矩阵的选择中, 不可避免地会包含载荷激励不了的振型或者漏掉载荷能够激发的振型, 这会给求解带来极大误差。后来发展的里兹向量直接叠加法和 Lanczos 向量直接叠加法得到了更广泛的运用。里兹向量根据载荷的空间分布模式生成, 在某种程度上克服了矩阵反迭代法和子空间迭代法的缺点, 同时避免了迭代步骤, 获得了更高的计算效率。

本文采用 C++ 语言编程, 结合 Eigen 的 EigenSolver 模块可实现结构模态的准确预测。本文选用 Eigen 库主要是考虑其四大突出优点: 1) Eigen 是一个高层次的矩阵运算库, 在 Microsoft Visual Studio 平台调用 Eigen 只需将其包含在头文件中, 跨平台交互友好且轻便。2) 有限元计算中很多矩阵都包含大量的零元素, 零元素的存储对运算无益且浪费计算机存储空间。Eigen 既包括稠密矩阵库又包括稀疏矩阵库, 这两类矩阵之间可进行运算及相互转化。因此, 用户可合理地自定义矩阵类型。3) Eigen 包括线性代数、矩阵及向量运算、数值分析等模块, 可优化自编程序算法。4) Eigen 可以采用 Intel MKL 数学函数库对矩阵运算、循环结构进行多线程加速, 提高了计算效率。

3.2.4 系统动力学响应计算

系统的动力学方程如式 (3.11) 所示, 其为典型的二阶常微分方程组, 在有限元中常采用直接积分法和振型叠加法进行求解。直接积分法将时间求解域离散化, 通过递推方程由上一时间步的响应依次计算得到下一时间步的瞬态响应。典型的直接积分法包括显式的中心差分法和隐式的 Newmark 法。中心差分法是条件稳定算法, 需合理划分网格、选择计算时间步长, 来同时保证解的合理性和计算的效率。Newmark 法虽然时间步长不受稳定性的限制, 却无法避免对大型矩阵的求逆运算。振型叠加法基于模态分析结果, 将位移向量从以节点位移为基向量的空

间转换到以固有振型为基向量的空间，使得二阶常微分方程组成功解耦成独立的单自由度控制方程。同时对各个方程可采取不同的时间步，从而获得了比直接积分法高的计算效率。

振型叠加法首先将 3.2.3 节中计算的固有振型正则化，即使得

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3.19)$$

同时满足

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = \begin{cases} \omega_i^2 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3.20)$$

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_j\} = \{\phi_i\}^T (\alpha [M] + \beta [K]) \{\phi_j\} = \begin{cases} 2\omega_i \zeta_i & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3.21)$$

其中， ω_i 、 $\{\phi_i\}$ 、 ζ_i 分别是第 i 阶的固有频率、固有振型向量、振型阻尼比。

若已知两阶的模态参数 ω_i 、 ζ_i 和 ω_j 、 ζ_j ，可通过下式求得常数 α 、 β

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2(\zeta_i \omega_j - \zeta_j \omega_i)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)} \omega_i \omega_j \\ \beta = \frac{2(\zeta_j \omega_j - \zeta_i \omega_i)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)} \end{cases} \quad (3.22)$$

常数 α 和 β 的确定，使得各阶固有频率对应的阻尼比同步确定。以固有振型矩阵引入坐标变换

$$\{a\} = [\Phi] \{x\} \quad (3.23)$$

其中， $[\Phi]$ 是由各阶振型向量组成的矩阵， $\{x\}$ 是各阶广义位移值组成的向量，即

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \ \{\phi_2\} \ \cdots \ \{\phi_n\}] \quad (3.24)$$

$$\{x\} = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\}^T \quad (3.25)$$

将式 (3.23) 代入式 (3.11) 中，并在两端左乘 $[\Phi]^T$ ，结合式 (3.19) - 式 (3.21)，可得模态坐标下的运动方程

$$\ddot{x}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = \phi_i^T Q \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.26)$$

若对结构施加正弦加速度载荷，载荷幅值为 a ，频率为 f 。结合式 (3.10) 可将式 (3.26) 进一步写成

$$\ddot{x}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{x}_i + \omega_i^2 x_i = Q_i \cos ft \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.27)$$

则解耦后的各个单自由度系统都是在正弦激励下的受迫振动,其解常分为瞬态解和稳态解,瞬态解对应于齐次方程的解,会随着振动最终趋于无穷小。本文关注系统的稳态解,即在激励载荷下最终趋于的稳定响应值。根据参考文献[86],系统在正弦载荷激励下最终做和外激励同频的振动,稳态解具有如下形式:

$$x_i(t) = X_i \cos(ft - \theta_i) \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.28)$$

其中,各阶振幅 X_i 和相位角 θ_i 为:

$$\begin{cases} X_i = \frac{Q_i}{\omega_i^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\zeta_i r_i)^2}} \\ \theta_i = \arctan \frac{2\zeta_i r_i}{1-r_i^2} \end{cases} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.29)$$

上式中,频率比 r_i 是外激励频率和固有频率之比,即 $r_i = f / \omega_i$ 。将各阶解代入式(3.23)中即可得系统的总响应。

以上是振型叠加法的求解步骤,是线性系统的重要求解方法。而 CMCs 是典型的非线性系统,其在振动过程中会不断产生损伤,损伤会造成材料刚度的非线性变化。即

$$[K] = [K](t) \quad (3.30)$$

变化的刚度使得系统模态解也是时间的函数。因此,非线性系统常要求使用直接积分法,振型叠加法无法适用。本文将 CMCs 的非线性动力学过程简化成无数小段的线性过程。每一个线性段中,材料属性被看成与时间无关的常量,由材料当前损伤情况决定。因此,线性的振型叠加法适用在每个计算步中。根据式(3.6)我们知道材料的刚度主要由弹性矩阵 $[D]$ 决定。弹性矩阵反映着材料的属性,CMCs 的非线性本构也导致 $[D]$ 矩阵是与时间相关的变量矩阵。通过本构曲线可以确定当前损伤状况下的割线刚度,即

$$E_x(t) = \sigma_x(t) / \varepsilon_x(t) \quad (3.31)$$

本文将当前计算出的割线刚度更新弹性矩阵,更新后的 $[D]$ 矩阵作为下一迭代步的初始条件,同步更新刚度矩阵 $[K]$ 和阻尼矩阵 $[C]$,并利用振型叠加法不断计算出当前损伤情况下的位移响应。应力、应变响应可分别根据物理方程和几何方程计算得到,其中 x 方向的应力分量由本构曲线真实确定。根据损伤不可逆原则,下一个迭代步只会产生新损失,而不会使得原来的损伤消失。因此整个计算过程中,损伤是不断增加的非线性量。据此,本文规定若计算出的割线刚度小于该计算步的初始割线刚度值,表示损伤递增,则采用计算出来的新割线刚度值作为下一步的初始值;反之,则采用历史最小割线刚度作为下一步的初始值。当循环结束,应力值 $\sigma_x(t)$ 趋于稳定值,则迭代求解的 $E_x(t)$ 也应趋于定值。本程序认为当前计算出的 $E_x(t)$ 值较上一迭代步计算出的 $E_x(t)$ 值,相对误差小于 10^{-6} 时求解稳定,计算完成。由于每个单元根据各自不同

的损伤程度进行了实时刚度折减，所以整个计算过程是非线性的。整个非线性振动计算的流程图如图 3.2 所示。

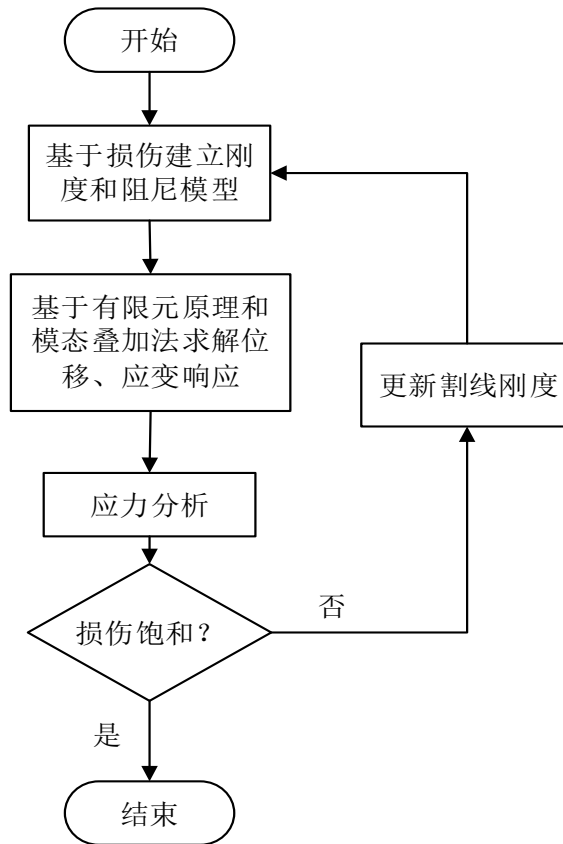


图 3.2 非线性振动计算流程图

3.3 单向 CMCs 悬臂梁算例

3.3.1 单向 CMCs 本构计算模型

本小节研究单向 CMCs 悬臂梁的非线性振动，将整块梁均匀化，不考虑细观参数的影响，只在宏观尺度上考虑材料的非线性本构关系。采用文献[22]中的本构模型，材料为 CVI 工艺制造的 C 纤维增强 SiC 基体的单向 CMCs，具体的弹性参数如表 3.1 所示。

表 3.1 单向 CMCs 的弹性参数

E_x/GPa	E_y/GPa	E_z/GPa	G_{xy}/GPa	G_{xz}/GPa	G_{yz}/GPa	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}
138.1	63.2	63.2	20.6	20.6	24.6	0.27	0.27	0.25

上表中， E 表示材料的弹性模量， G 表示材料的剪切弹性模量， ν 表示材料的泊松比；下标 x 、 y 、 z 表示三个方向， xy 、 xz 、 yz 表示三个平面。这些参数均代表着材料的无损伤状态。

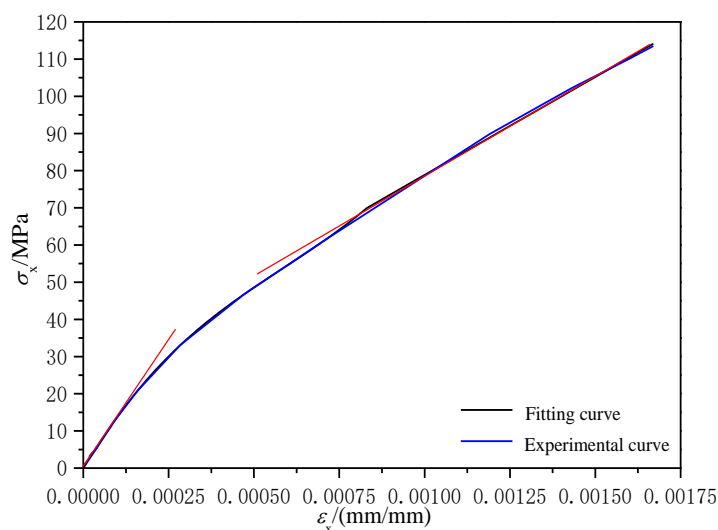


图 3.3 单向 CMCs 单向拉伸试验曲线与拟合曲线对比

从图 3.3 可知, 单向 CMCs 的拉伸曲线同样呈现典型的三段式: 1) 在初始加载段, 应变较小, 材料表现线弹性行为, 此为第一线性段。此时的材料未出现明显的损伤, 材料的整体性能完好。2) 随着载荷的增大, 材料的应力-应变曲线出现非线性段, 损伤对材料性能产生影响。3) 载荷进一步增大, 因损伤饱和曲线出现第二线性段。为实现 CMCs 振动响应的快速预测, 本文对图 3.3 中的试验曲线进行拟合, 以建立本构计算模型。运用 Origin 进行拟合时, 线性段采用线性拟合方式, 非线性段采用三次多项式拟合方式, 就可以得到理想的结果。图 3.3 中的拟合的曲线能较好地贴近试验曲线。拟合后, 本构曲线可参数化表示为

$$\sigma_x = \begin{cases} 138103.63 \times \varepsilon_x & (\varepsilon_x \leq 0.0001) \\ -0.311 + 156784.4 \times \varepsilon_x - 1.65 \times 10^8 \times \varepsilon_x^2 + 9.42 \times 10^{10} \times \varepsilon_x^3 & (0.0001 < \varepsilon_x \leq 0.000831) \\ 52664.778 \times \varepsilon_x + 26.194 & (\varepsilon_x > 0.000831) \end{cases} \quad (3.32)$$

上式中的 ε_x 、 σ_x 和图 3.3 的参数具有相同的含义和单位。本文只考虑单向拉伸的材料非线性, 其他方向的参数保持线性。同时假设材料压缩时表现线性, 且与拉伸时的第一线性段有相同的弹性模量。

3.3.2 单向 CMCs 悬臂梁模态的线性计算

3.3.2.1 欧拉-伯努利梁模型

单向 CMCs 悬臂梁设计成等截面长方体梁, 长 l 、宽 b 、高 h 分别是 160mm、15mm、4.28mm。材料密度通过排水法测得为 1771kg/m^3 。该梁长细比大于 10, 满足欧拉-伯努利梁关于几何尺寸的假设, 因此我们可以利用欧拉-伯努利梁理论模型来进行理论的近似估算。已知欧拉-伯努利梁的弯曲固有频率理论计算公式为

$$\omega_r = \frac{(\lambda_r l)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}} \quad r = 1, 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

上式中, ω_r 是各阶弯曲固有频率, $\lambda_r l$ 是常系数。A 和 I 分别是等截面梁的横截面积和惯性矩, 计算公式为 $A=bh$, $I=bh^3/12$ 。对于前三阶, $\lambda_r l$ 等于 1.8751、4.6941、7.8548。代入本模型, 可以得到前三阶弯曲固有频率为 238.49Hz、1494.60Hz、4184.96Hz。

3.3.2.2 ANSYS 软件

进一步, 运用商用有限元软件 ANSYS 进行线性仿真。材料属性采用的是无损伤状态时的初始弹性系数。分别采用 Solid185 单元和 Solid186 单元进行网格划分, 其中 Solid185 单元是八节点六面体单元, Solid186 单元是二十节点六面体单元。通过不同网格密度的划分, 来对这两个单元的计算精度进行了评估。模态分析计算采用 Block Lanczos 法, 计算结果如表 3.2 所示。

表 3.2 两种单元类型的计算精度评估表

单元数	Solid185 单元		Solid186 单元	
	节点数	ω_1 /Hz	节点数	ω_1 /Hz
20	66	411.34	203	238.86
40	99	411.28	321	238.87
80	165	411.22	557	238.82
120	240	321.56	817	238.74
160	315	283.50	1077	238.70
200	390	264.02	1337	238.68
360	651	252.76	2273	238.66
1600	2295	245.67	8421	238.60

由上表可知, Solid 185 单元在单元数较低的时候, 计算结果会偏大, 随着单元数的增加, 结果逐渐降低并趋于稳定值。因此, 需要将梁划分成更多的单元才能得到准确的仿真值。而 Solid186 单元在较低的单元数时就可以获得较为理想的结果。虽然单个的 Solid186 单元拥有更多的自由度, 但所需单元数较少, 所以整体结构的总自由度反而更低。综上所述, 为保证计算结果精度的同时提高计算效率, 本节的有限元计算模型选用 Solid186 单元。划分网格后的单向 CMCs 悬臂梁如图 3.4 所示, 该模型的单元总数为 20, 总自由度为 203。

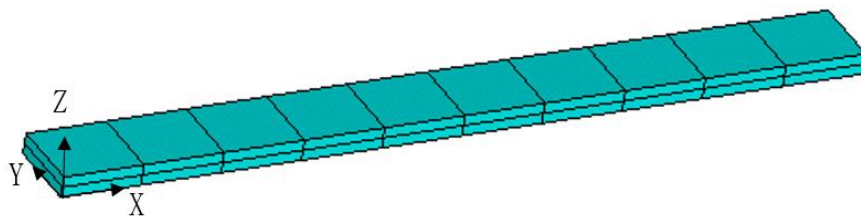


图 3.4 划分好网格的单向 CMCs 悬臂梁

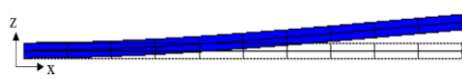

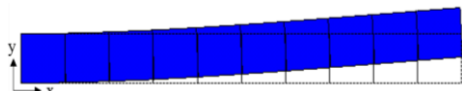
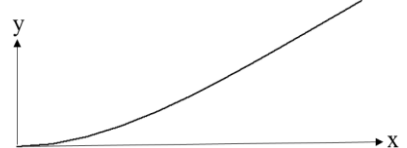
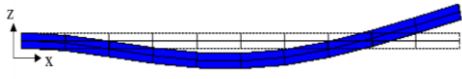

3.3.2.3 自编有限元程序

基于有限元原理及非线性动力学计算模型（如 3.2 节所述），本文编写了 C++ 计算程序。为验证自编有限元计算程序的正确性，针对图 3.4 的悬臂梁结构同样进行了模态计算，并与 ANSYS 的计算结果进行了对比。其中，前三阶的模态结果如表 3.3 和表 3.4 所示。

表 3.3 单向 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有频率

固有频率	ANSYS 软件	自编有限元计算程序	相对误差
ω_1/Hz	238.86	238.22	0.27%
ω_2/Hz	827.07	823.17	0.47%
ω_3/Hz	1486.3	1468.95	1.17%

表 3.4 单向 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有振型

固有振型	ANSYS 软件	自编有限元计算程序
第 1 阶振型		
第 2 阶振型		
第 3 阶振型		

由表 3.3 可知，自编有限元计算程序和 ANSYS 软件计算出的固有频率误差较小，在 5% 以内。且表 3.4 中的固有振型曲线也一一对应。因此，验证了运用自编有限元程序进行模态计算的可行性。

3.3.3 单向 CMCs 悬臂梁的非线性振动计算

3.3.2 节未考虑材料损伤的影响，本节进一步采用自编有限元程序实现单向 CMCs 悬臂梁的非线性振动计算。首先读取图 3.4 中梁模型的单元、节点、载荷、约束信息，并按 3.2 节中的各公式形成基本计算矩阵。可将单向 CMCs 视为横观各向同性材料，其柔度矩阵为

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & -\frac{\mu_{xy}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_y} & -\frac{\mu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ sym & & & & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

上式中的各参数的意义和数值由表 3.1 给出。对柔度矩阵求逆可以得到弹性矩阵，即 $[D]=[S]^{-1}$ 。弹性矩阵的计算方式确定后，就可根据图 3.2 所示流程进行仿真计算。单向 CMCs 的迭代示意图如图 3.5 所示，图中给出的迭代方向代表损伤加剧的方向，而计算出的割线刚度也逐渐降低。

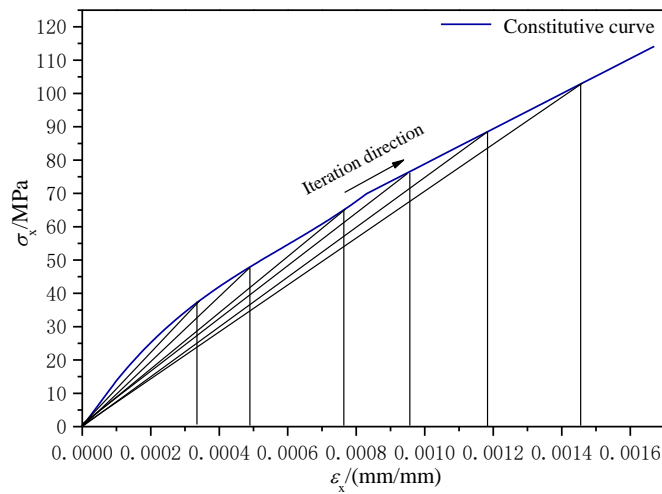


图 3.5 单向 CMCs 的迭代示意图

3.3.3.1 给定振动载荷下的计算

位移幅频特性曲线是表征受迫振动系统特性的重要形式，其描述的是稳态振动幅值随外激励频率的变化规律。在共振频率处，位移幅频特性曲线达到峰值；越远离共振频率，稳态振动幅值越小。对于线性系统，刚度不会在振动过程中发生变化，则位移幅频特性曲线具有唯一性。而非线性系统的位移幅频特性曲线必然是动态变化的。CMCs 刚度降低会直接引起固有频率的降低，从而使得幅频特性曲线向低频率方向迁移。与平纹编织 CMCs 相同，单向 CMCs 悬臂梁

的振动试验结果中同样可以看到位移幅频特性曲线在多次扫频时的左移现象^[22]。

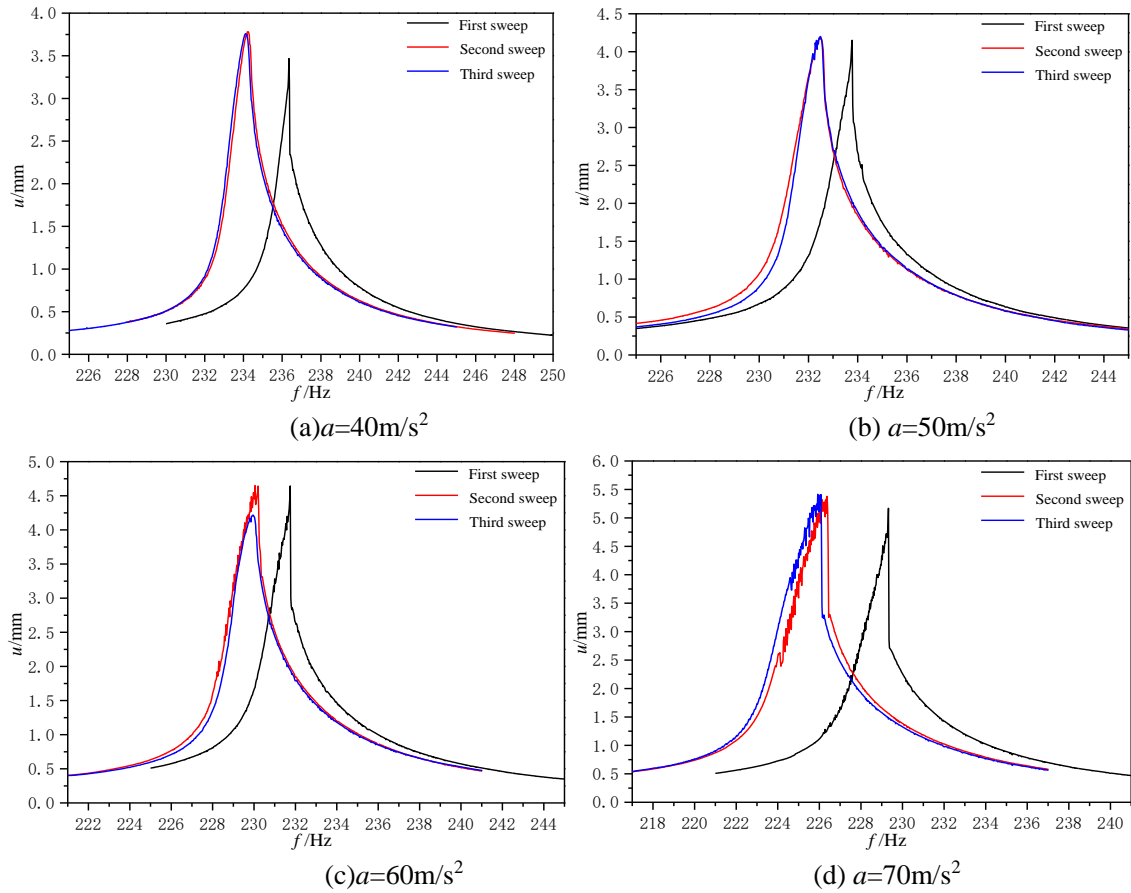
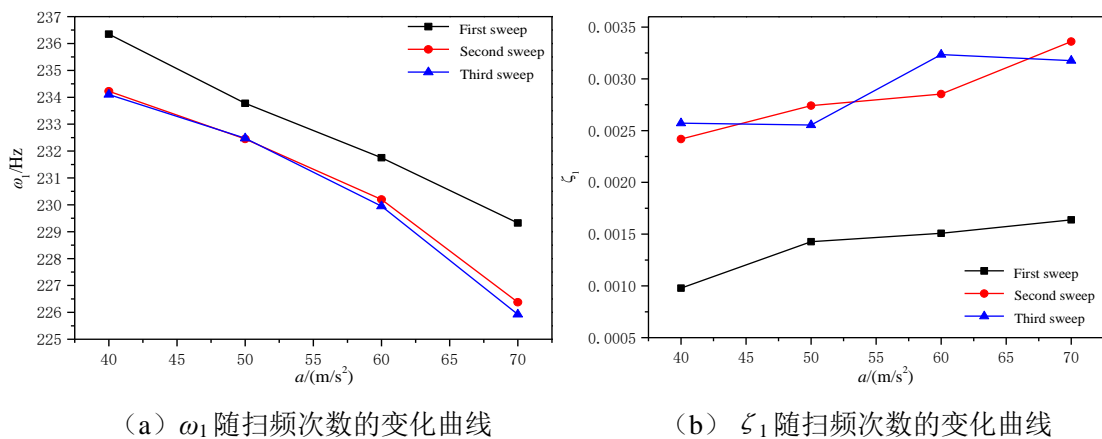


图 3.6 单向 CMCs 悬臂梁在各载荷下的位移幅频特性曲线

从图 3.6 提取了单向 CMCs 悬臂梁的模态参数，绘制随扫频次数、载荷大小的变化曲线如图 3.7 所示。可以看到固有频率随着损伤加剧而递减，阻尼比随着损伤的加剧有着增加的趋势。



(a) ω_1 随扫频次数的变化曲线

(b) ζ_1 随扫频次数的变化曲线

图 3.7 单向 CMCs 模态参数与扫频次数、载荷大小的关系曲线

因此，对于给定的振动载荷，本文通过刚度的不断折减得到最终的稳态响应值。为了进一步说明本文的思想，图 3.8 中给出了三种不同损伤状态下的位移幅频特性曲线示意图，曲线 1

到曲线 3 损伤程度逐渐加剧。由图可知，在较小频率的振动载荷作用下，稳态位移幅值会随着幅频特性曲线的迁移而逐渐增大；在较大频率的振动载荷作用下，稳态位移幅值会随着幅频特性曲线的迁移而逐渐减小；而对于中间频率区间的载荷，稳态位移幅值则是非单调变化的。

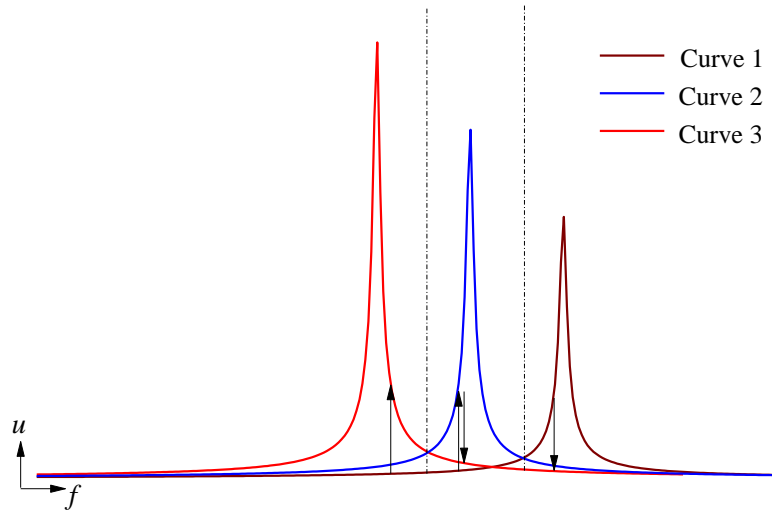
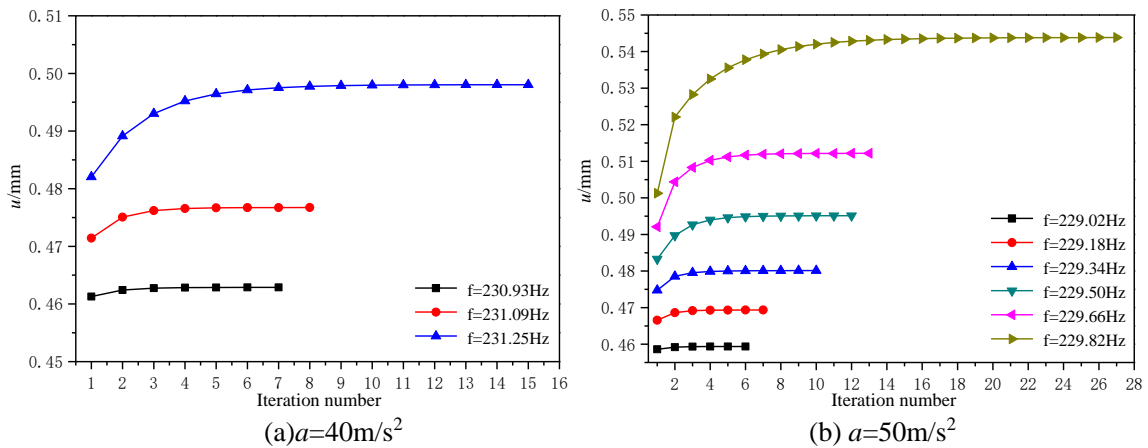


图 3.8 不同损伤状态下的位移幅频特性曲线示意图

以下，分别给出了三个区间的典型算例。

(1) 低频区间：

图 3.9 给出了低频区间外激励作用下，单向 CMCs 悬臂梁的端部位移响应曲线。图中横坐标是迭代次数，纵坐标是悬臂梁自由端 z 向的位移值。图 3.9 (a) -3.9 (d) 分别给出了外激励幅值为 40m/s^2 、 50m/s^2 、 60m/s^2 、 70m/s^2 的一些典型算例。由图可知，在该区间内，位移响应均会随着迭代次数的增加而逐渐增加，即位移响应会随着损伤的加剧而增加。这是因为该区间内激振力的频率本低于悬臂梁结构的初始固有频率，但是固有频率的降低使得激振频率与固有频率越来越接近，从而造成了位移的增大甚至会产生新的共振点。



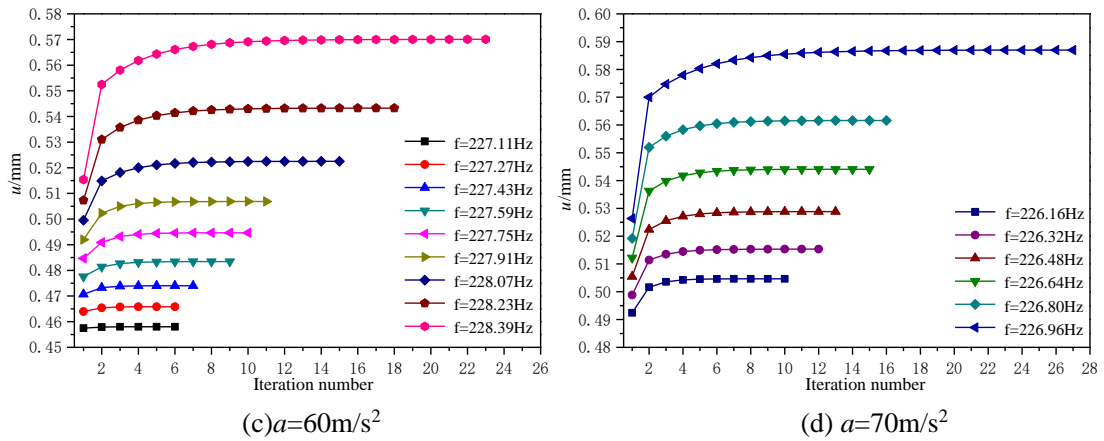


图 3.9 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线

在迭代的过程中，沿着梁长度方向的每个单元受损程度不一，割线刚度产生不同程度的衰减。图 3.10 给出了悬臂梁固支端一单元的割线刚度在迭代过程中的变化曲线。由图可知，在初始无损伤状态下，割线刚度均为定值 138.1GPa，在载荷作用下有了不同程度的降低。且在同一外激励幅值下，外激励频率越接近固有频率，割线刚度衰减得更剧烈。

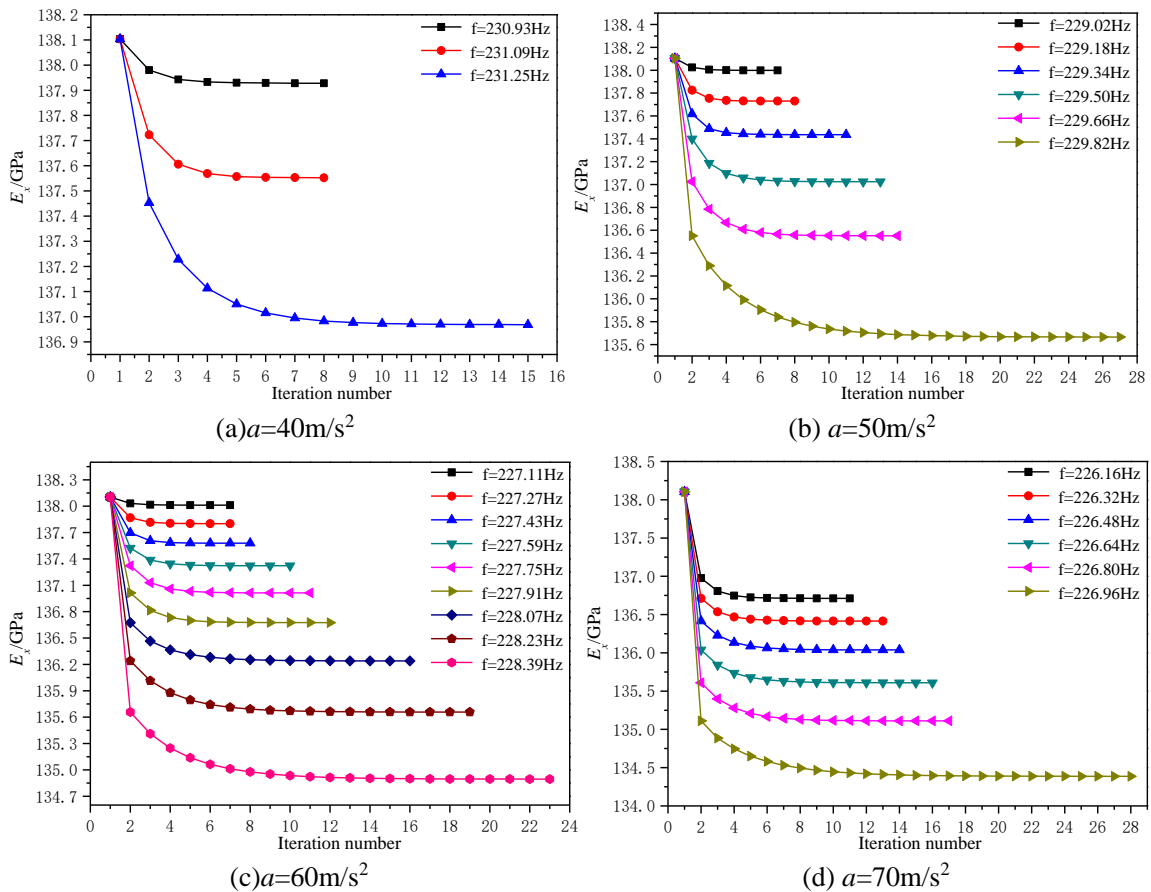


图 3.10 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线

除了位移响应，模态响应也是动力学计算的重要结果。图 3.11 给出了该频率区间内的各激

励载荷作用下，第一阶固有频率在迭代过程中的变化曲线。由图可知，在初始无损伤状态下，CMCs 悬臂梁的第一阶固有频率均为 238.22Hz，在给定载荷作用下随着损伤的产生有了不同程度的降低。且在同一外激励幅值下，外激励频率越接近固有频率，固有频率衰减得更剧烈。

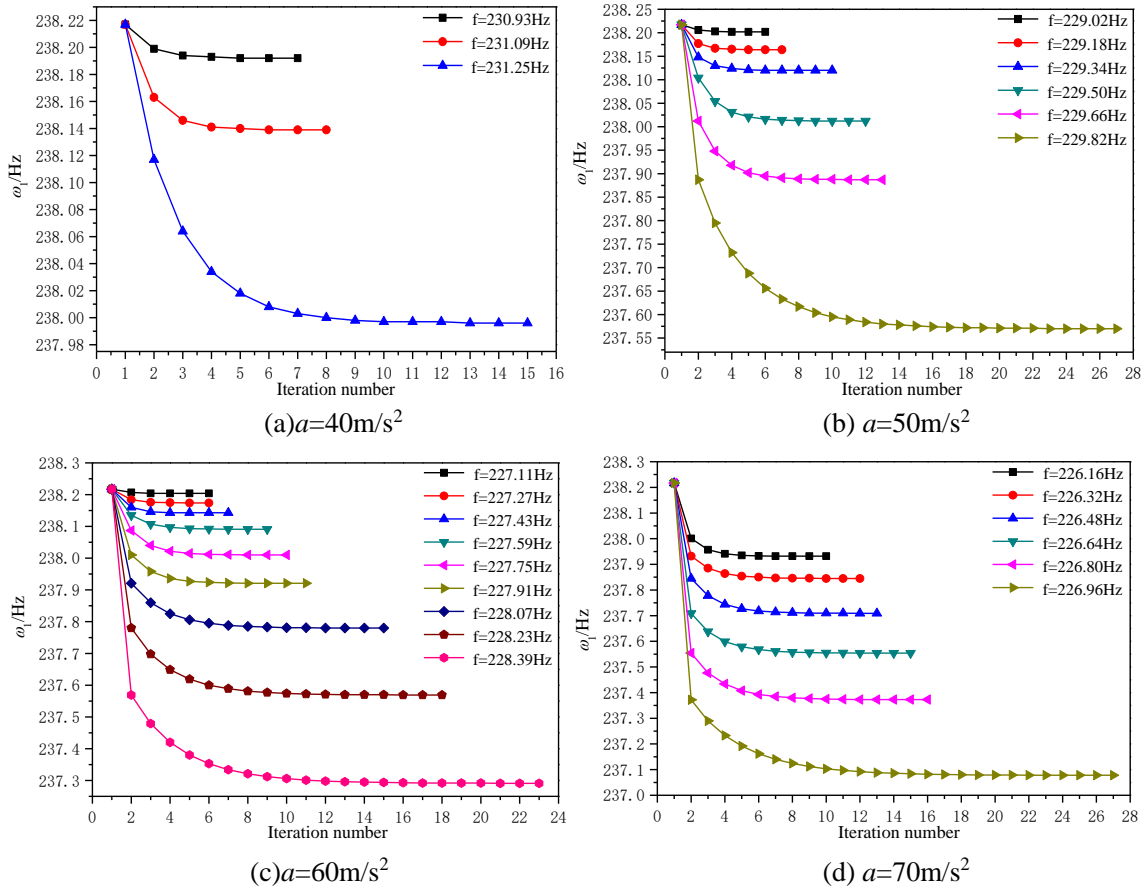
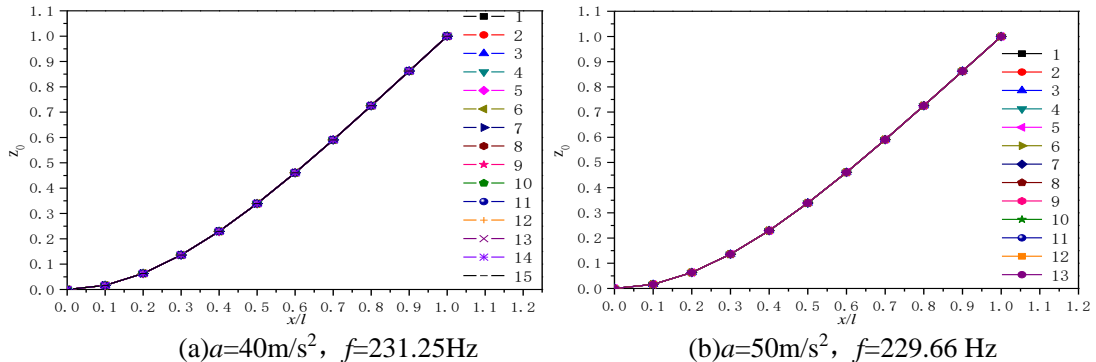


图 3.11 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线

固有振型代表着各阶固有频率下结构的振动形态，而悬臂梁的第一阶固有振型表现为沿着梁的长度方向位移逐步增大，固支端位移为 0，自由端位移达到最大。图 3.12 给出了该频率区间内各激励载荷下，第一阶固有振型在迭代过程中的变化曲线。以图 3.12 (a) 为例，加速度载荷 $a=40m/s^2$, $f=231.25rad/s$ 作用下，结构稳态响应值在损伤作用下达到稳定值共进行了 15 次迭代，第一阶固有振型曲线形状保持一致，因此可以认为损伤对固有振型的影响很小。



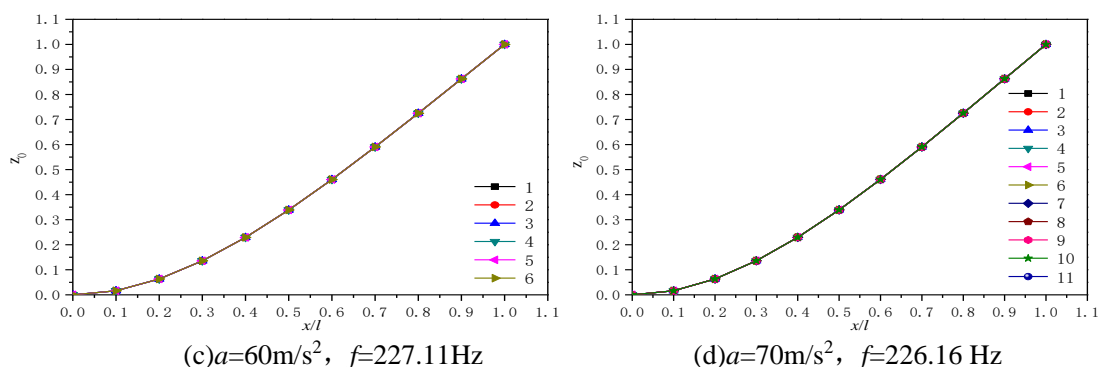


图 3.12 低频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线

(2) 中间频率区间:

外激励的频率大小位于中间频率区间时, 各响应值不再单调变化。图 3.13 是单向 CMCs 悬臂梁的端部位移响应曲线。由图可知, 该区间内的位移响应在迭代过程中呈现先增加后减小的变化趋势, 与图 3.8 中给出的示意图一致。这是因为该区间内的激振力频率位于悬臂梁结构的固有频率附近, 初始位移较大, 产生较大损伤, 刚度降低明显。一旦降低后的固有频率与激励频率一致就产生新的位移响应峰值; 随着固有频率的进一步降低, 逐渐偏离激励频率而造成位移响应的衰减。综上, 位移响应曲线表现出强非线性特性。

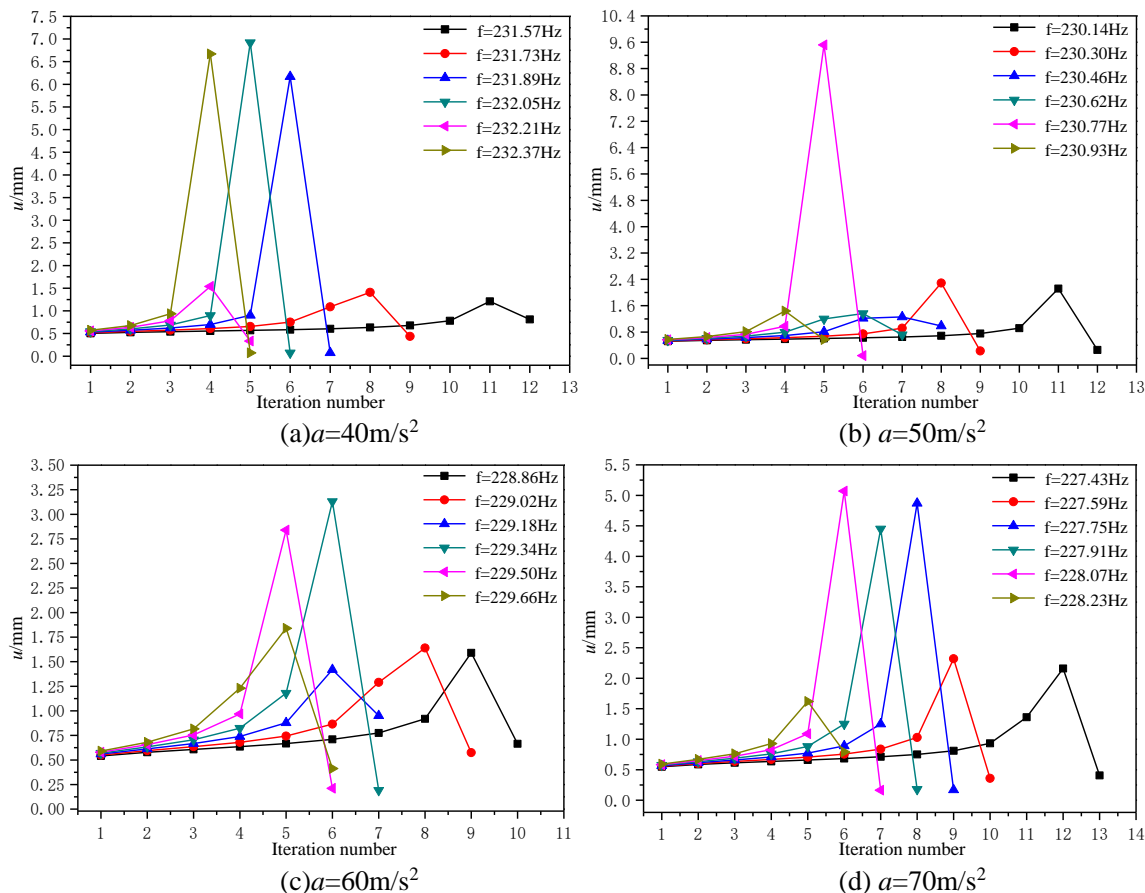


图 3.13 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线

虽然位移响应呈现非单调变化，但是刚度随损伤程度单调变化，所以割线刚度在迭代过程中不断降低。图 3.14 给出了该频率区间内的各激励载荷下，割线刚度在迭代过程中的变化曲线。由图可知，在载荷作用下割线刚度由初始值发生了不同程度的衰减。

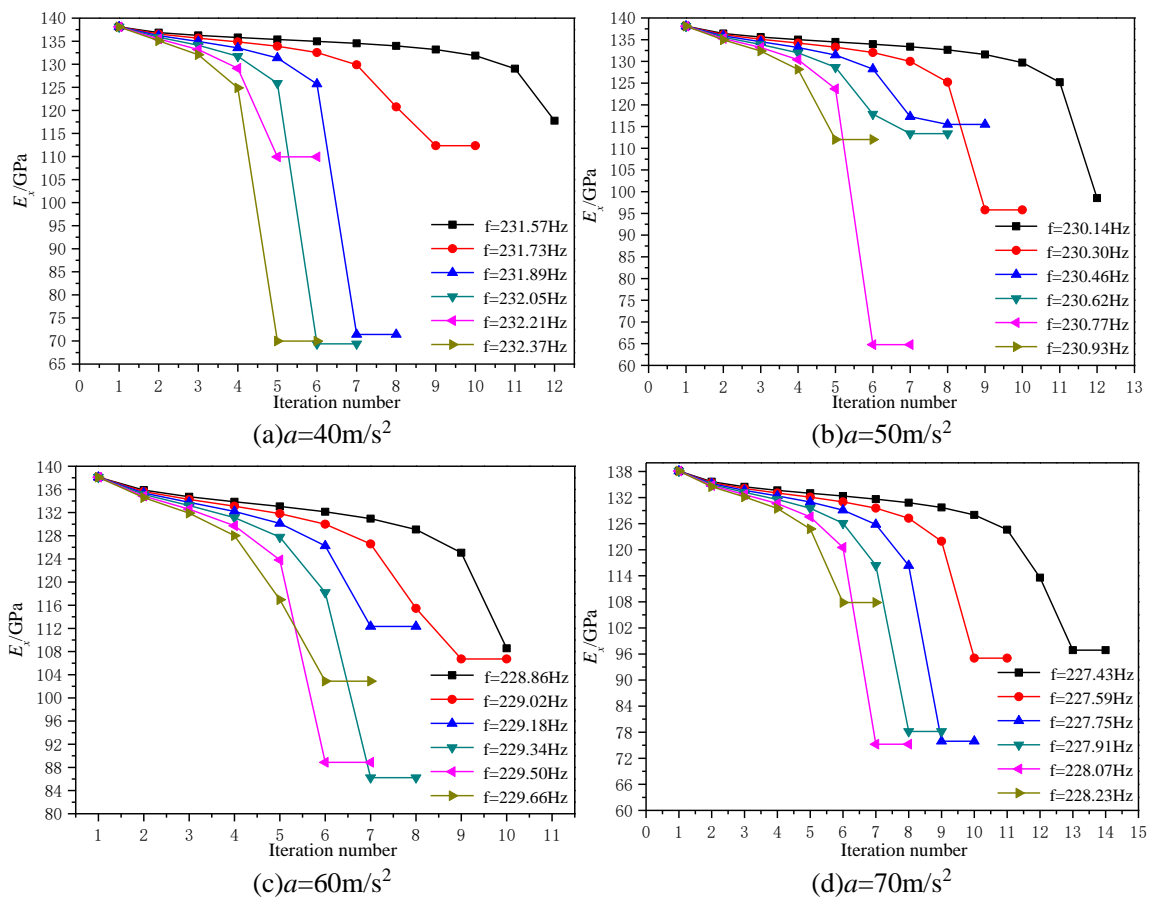
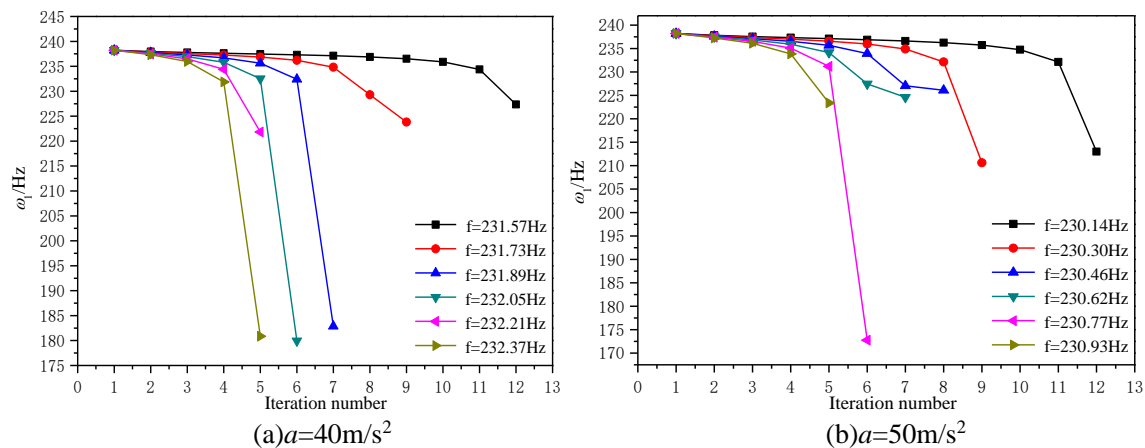


图 3.14 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线

对于固有频率而言，由于结构的质量不变，其值只与刚度变化有关。图 3.15 给出了该频率区间内的各激励载荷下， ω_1 在迭代过程中的变化曲线。由图可知，在给定载荷作用下 ω_1 随着迭代次数逐渐降低，与割线刚度的变化趋势一致。



损伤对陶瓷基复合材料结构振动响应的影响

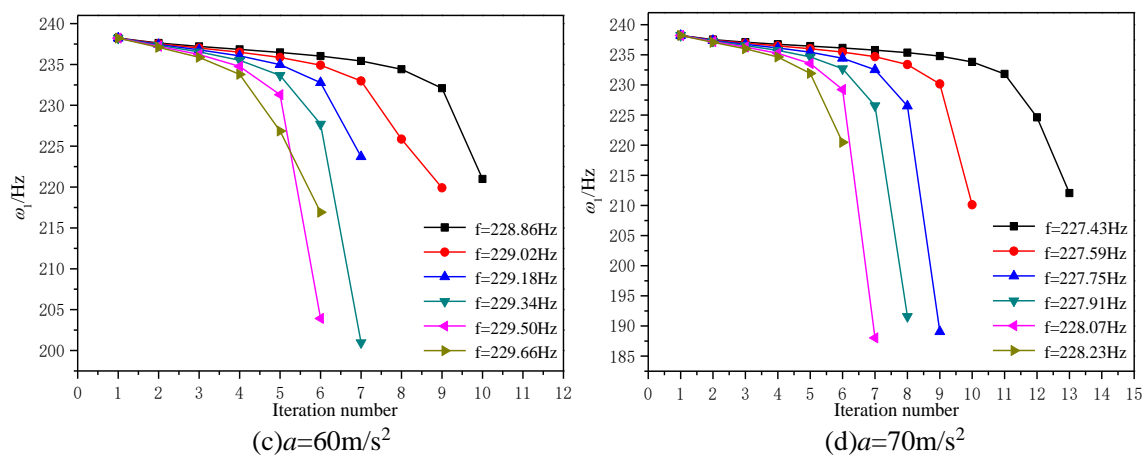


图 3.15 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线

图 3.16 给出了该频率区间内各激励载荷下，第一阶固有振型在迭代过程中的变化曲线。该段内的非线性明显，需经历多次迭代才能达到最终稳定值。然而损伤对固有振型的影响同样很小，不管迭代多少步固有振型的形状不发生变化。

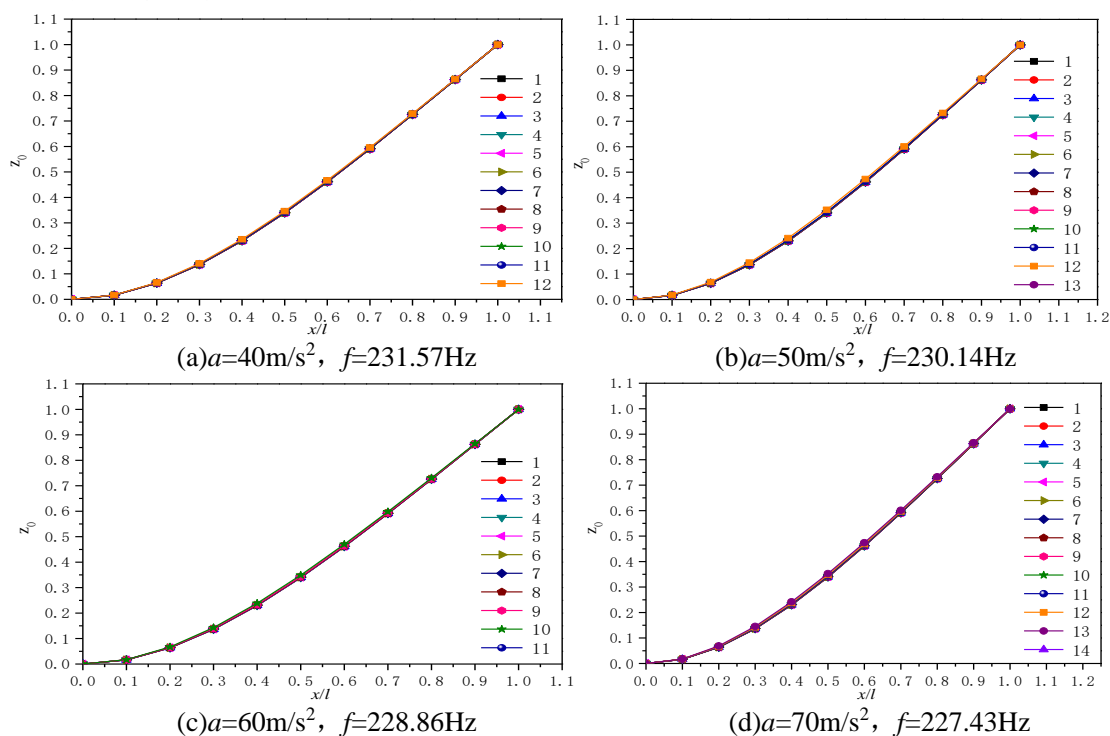


图 3.16 中间频率区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线

(3) 高频区间:

外激励位于高频率区间时，此时的外激励频率远大于固有频率值。图 3.17-图 3.20 分别给出了外激励幅值为 40m/s^2 、 50m/s^2 、 60m/s^2 、 70m/s^2 的一些典型算例。图 3.17 给出了高频率区间外激励作用下，单向 CMCs 悬臂梁自由端位移的变化曲线。由图可知，在该区间内，位移响应均会随着迭代过程呈现递减的变化趋势，与图 3.8 中给出的示意图一致。这是因为该区间内

的激振频率大于结构的初始固有频率，损伤会使得结构的固有频率进一步偏离激振频率，从而使得位移响应越来越小。且对于每一个给定的载荷，产生的初始位移越大，代表造成的损伤越大，最终的稳定位移值也越小。

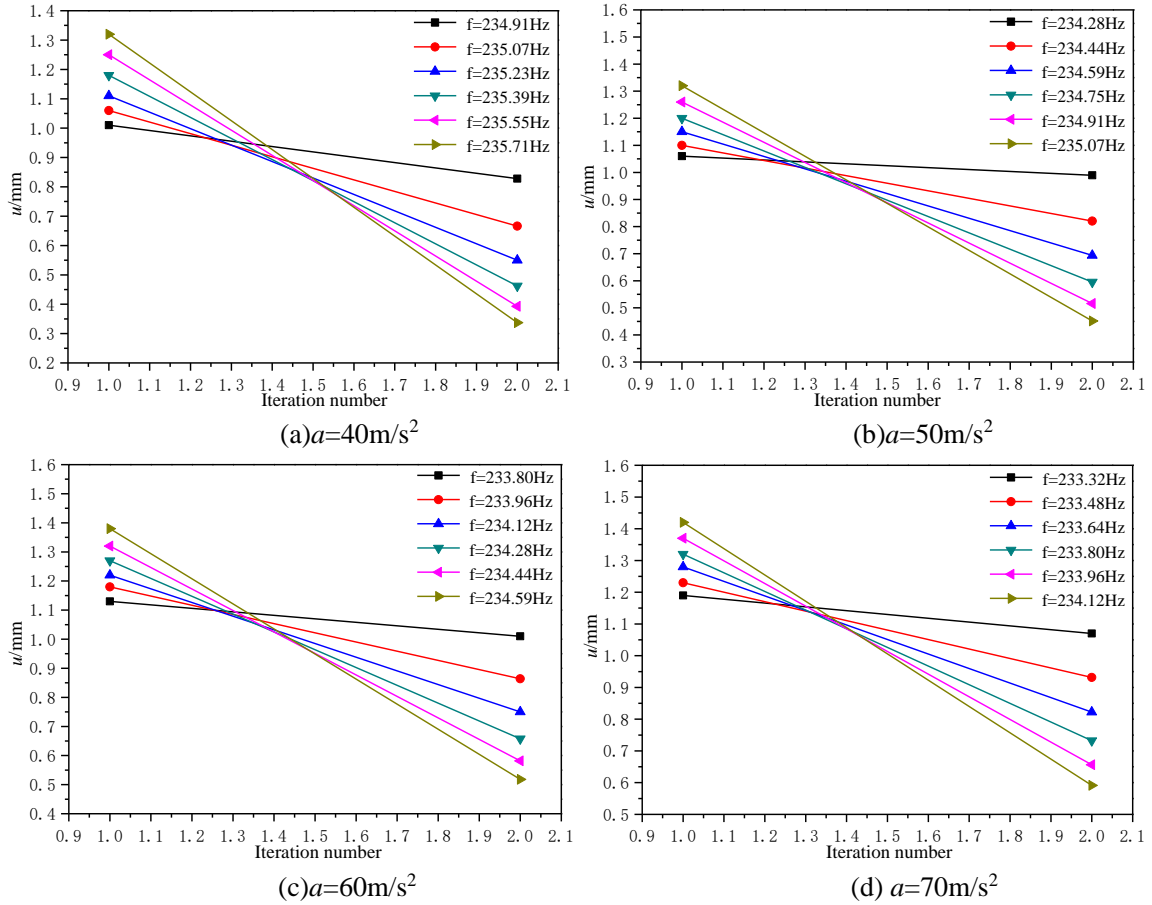
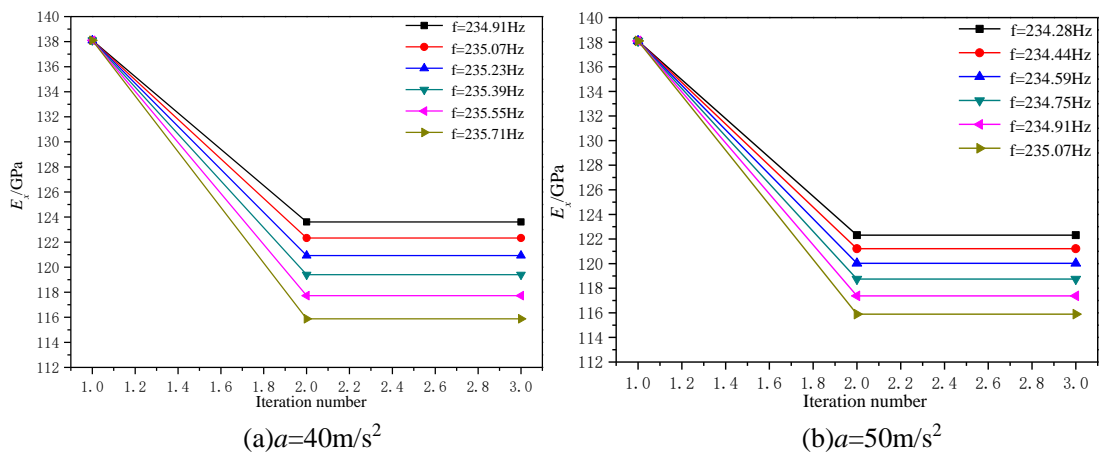


图 3.17 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线

该区间内的载荷同样会使得割线刚度的单调衰减，如图 3.18 所示。且产生的初始位移值越大，刚度衰减得越多。



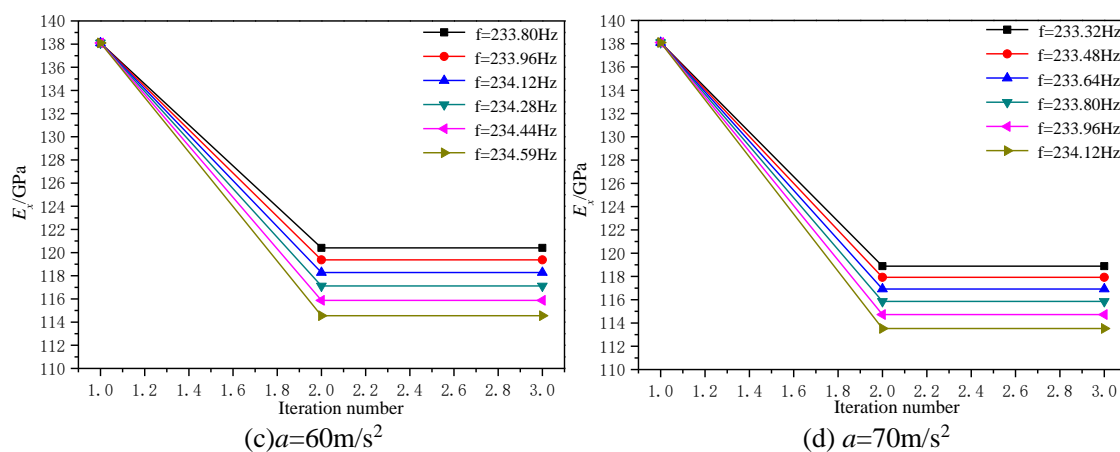


图 3.18 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线

图 3.19 给出了高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线，由图可知，该区间内的固有频率同样呈现单调递减趋势。固有频率衰减程度与刚度衰减程度一致。

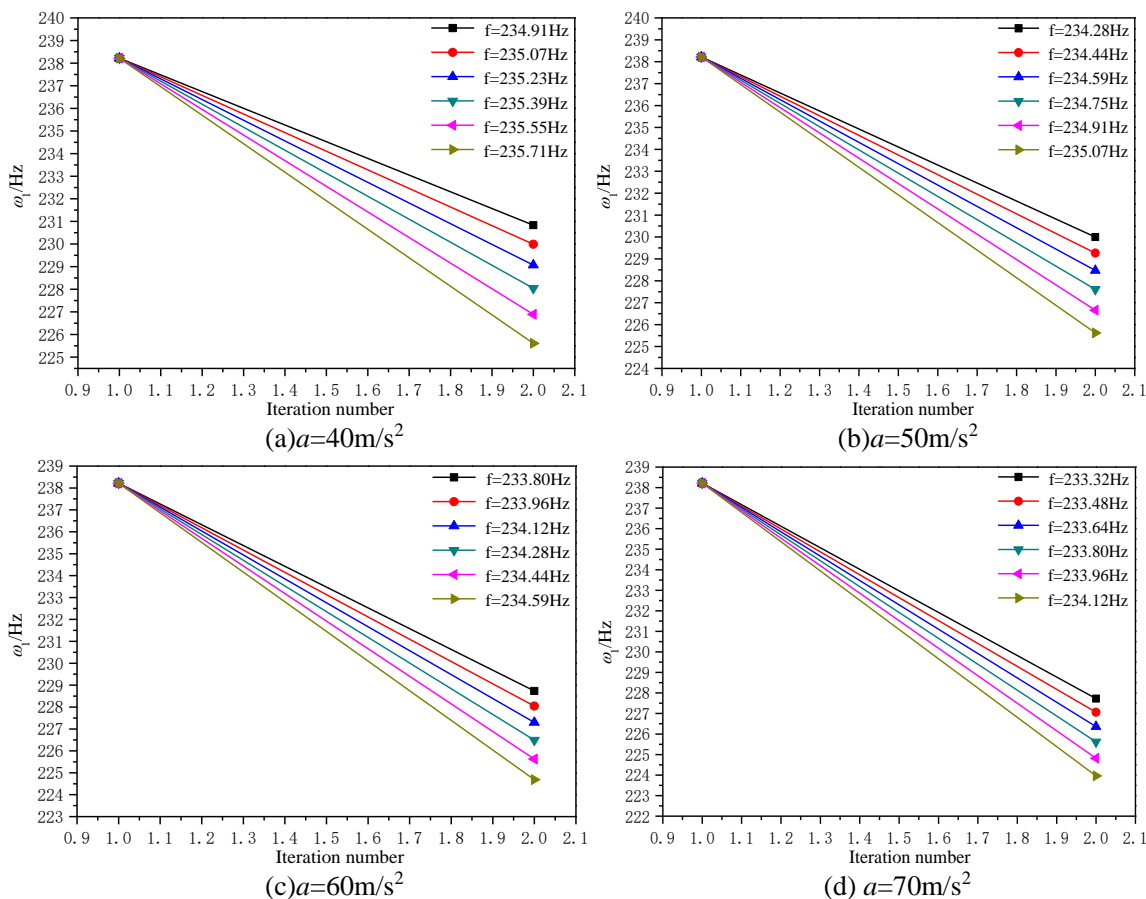


图 3.19 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有频率变化曲线

图 3.20 给出了该频率区间内的各激励载荷下，第一阶固有振型在迭代过程中的变化曲线。与低、中频率区域相同，损伤对固有振型几乎不产生影响。

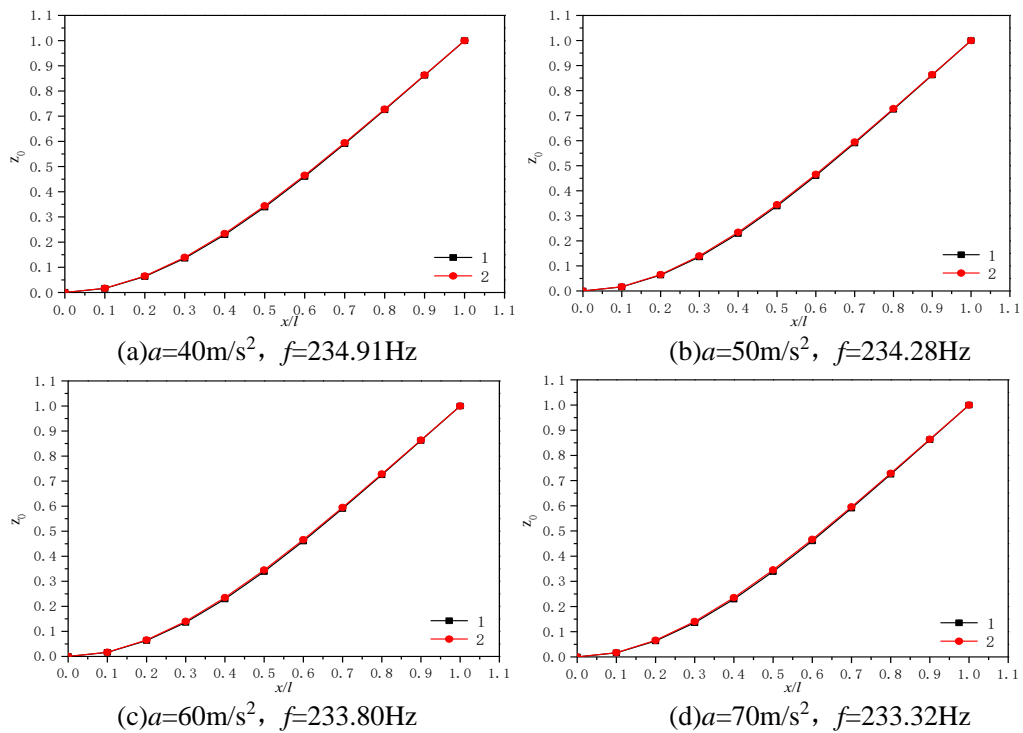


图 3.20 高频区间外激励作用下单向 CMCs 悬臂梁的固有振型变化曲线

3.3.3.2 谐响应分析

对于线性系统，常进行谐响应分析来确定结构在周期载荷作用下的稳态响应。线性材料在给定的周期振动载荷作用下，稳态响应是固定值，所以谐响应分析得到的幅频特性曲线是单值且稳定的。而非线性系统的稳态响应值会随着损伤而发生变化，稳态响应值的非线性变化会给谐响应分析带来特殊的现象。3.3.3.1 节给出了单向 CMCs 悬臂梁在给定正弦振动载荷下的响应计算过程，以此为基础进一步得到单向 CMCs 悬臂梁的谐响应分析结果。

在给定的加速度幅值下，对不用频率的外激励载荷进行了非线性振动响应计算，并将各载荷作用下的最终稳定位移值绘制成幅频特性曲线。图 3.21 中给出了外激励大小为 40m/s^2 、 50m/s^2 、 60m/s^2 、 70m/s^2 时的结果。以图 3.21 (a) 为例进行说明，外激励大小给定为 40m/s^2 ，图中给出了不同外激励频率作用下历史最大位移曲线和最终稳定位移曲线。由图可知，在远离共振频率的区域 1 和区域 3 内，由于产生的位移较小损伤可忽略不计，所以历史最大位移和最终稳定位移值相同，此时材料表现为线性。而在区域 2 内，除了在初始固有频率下会产生位移峰值，在低于初始固有频率的某些频率下也会产生较大的位移响应。这是由于损伤造成结构的固有频率降低，使得某些载荷的频率与衰减后结构的固有频率相同从而造成新的位移峰值，也就出现了图中的多峰且非线性区域。且在该区域内，历史最大位移越大代表损伤的程度越严重，刚度衰减得越多，最终的稳定位移值也就越小。

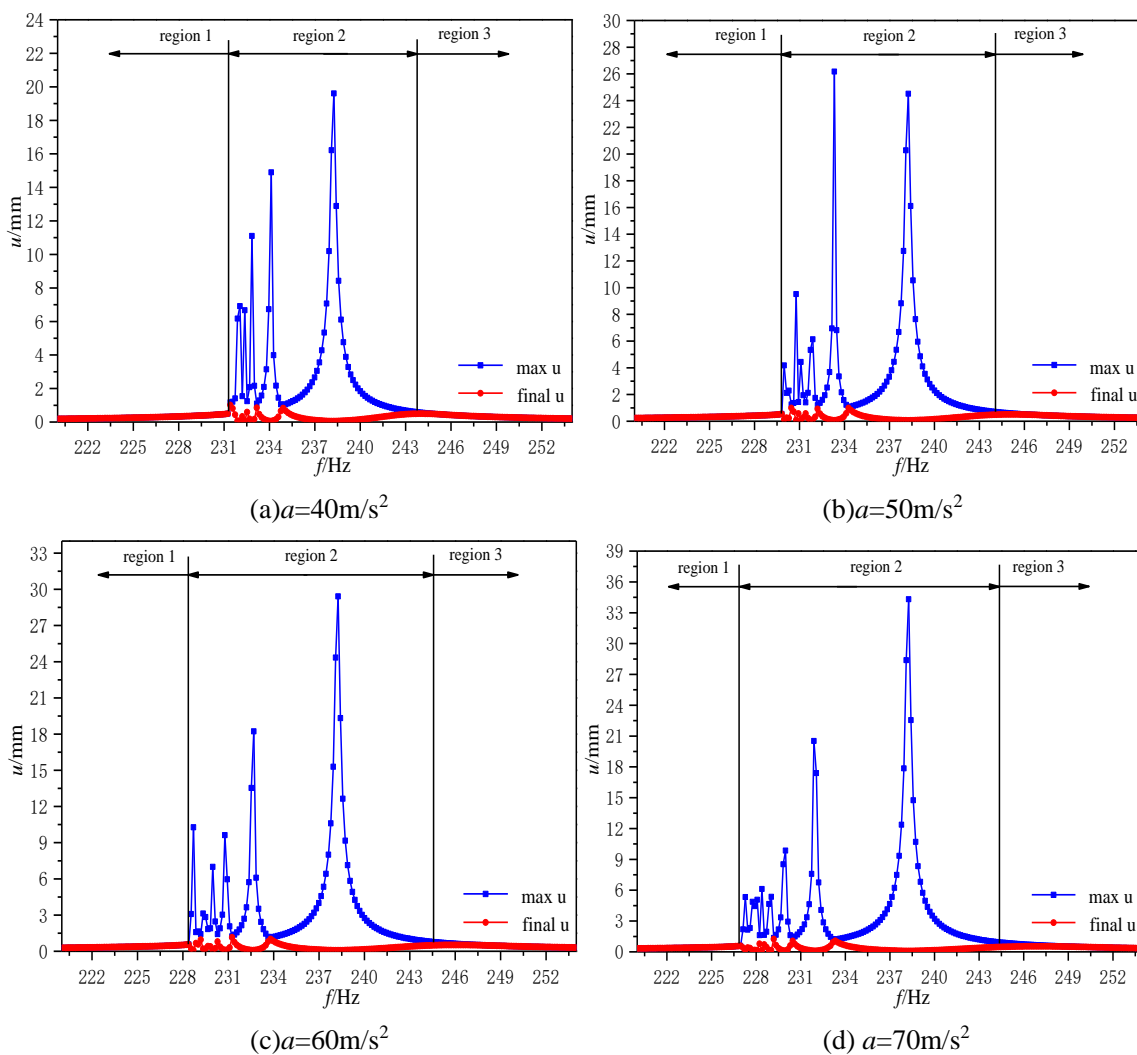
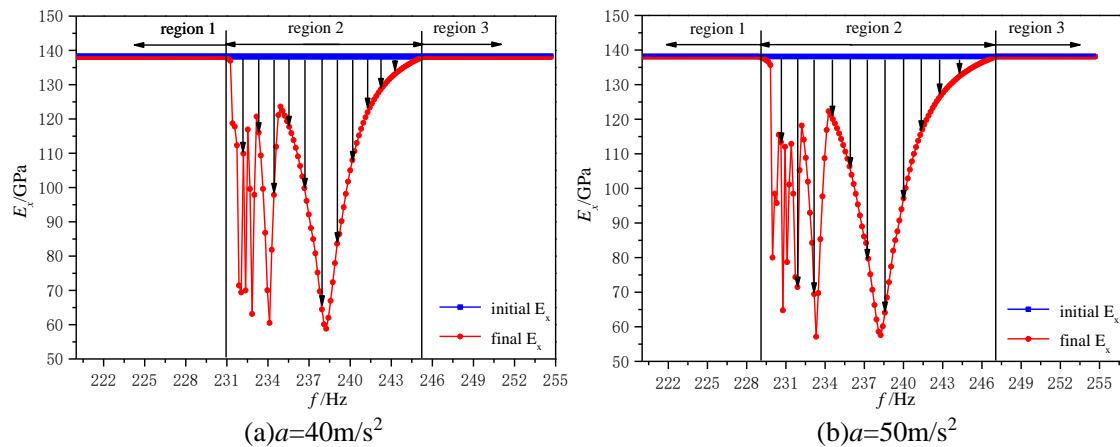


图 3.21 单向 CMCs 梁的位移幅频特性曲线

进一步绘制了悬臂梁固支端一单元的割线刚度随外激励频率的变化曲线，如图 3.22 所示。图中给出的是弹性模量的初始值和最终值随外激励频率的变化曲线。由图可知，在区域 2 内割线刚度受损伤影响均会下降。



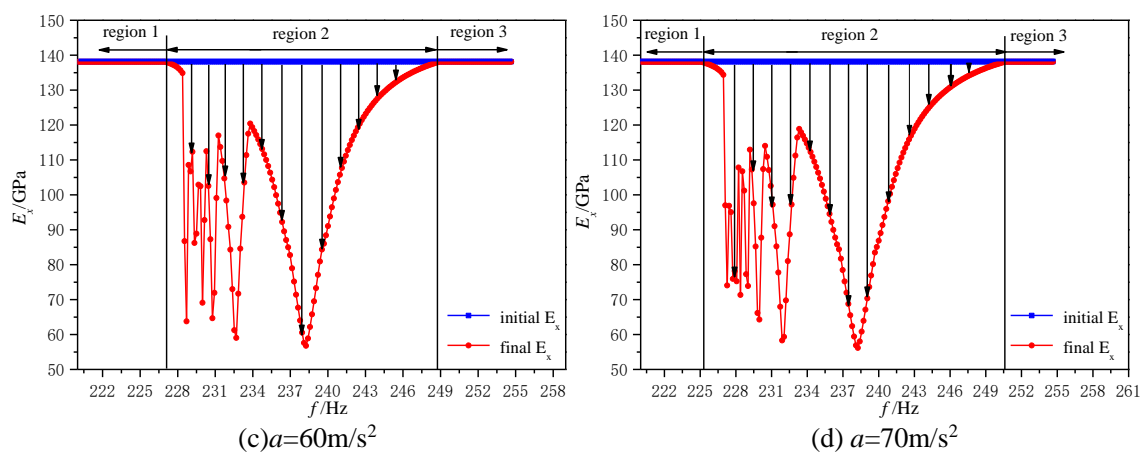


图 3.22 单向 CMCs 梁的割线刚度随外激励频率的变化曲线

由图 3.21 和图 3.22 可知，单向 CMCs 梁的谐响应分析结果中在初始固有频率附近会存在非线性频率段，在该频率段内位移幅频特性曲线出现多峰现象，除了在初始固有频率处有位移峰值，在低于初始固有频率处也会达到位移峰值，甚至产生更大的峰值。因此，在对非线性 CMCs 的动力学问题研究中，设计人员的关注点应由单一的固有频率值转变到一段频率区间，才能真正探测共振响应并避免其发生。图 3.23 中绘制了单向 CMCs 的非线性频率区间与外激励幅值的关系。由图可知，随着外激励的增大，非线性频率区间的下限值越来越小，上限值越来越大。频率区间的上、下限值变化不仅受载荷增大造成的位移增大的影响还受刚度降低的影响。总的来说，单向 CMCs 的非线性频率区间范围随着载荷的增大而增大。

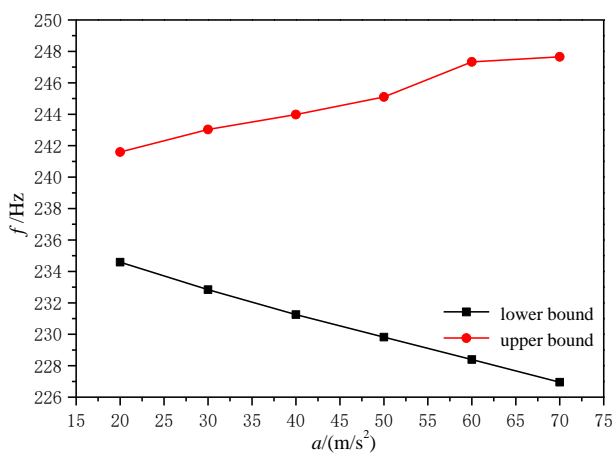


图 3.23 单向 CMCs 梁的非线性频率区间

3.3.3.3 阻尼比讨论

单向 CMCs 悬臂梁在 $a=20\text{m/s}^2$ 时进行扫频试验，得到的位移幅频特性曲线如图 3.24 所示^[22]。此时载荷较小，产生的位移也较小，可近似认为未产生损伤。扫频区间为 230Hz-250Hz，在第一阶固有频率附近。根据此曲线读取位移峰值可知道一阶固有频率为 239.93Hz，进一步应用半

功率带宽法可以计算得到一阶阻尼比为 0.0007。

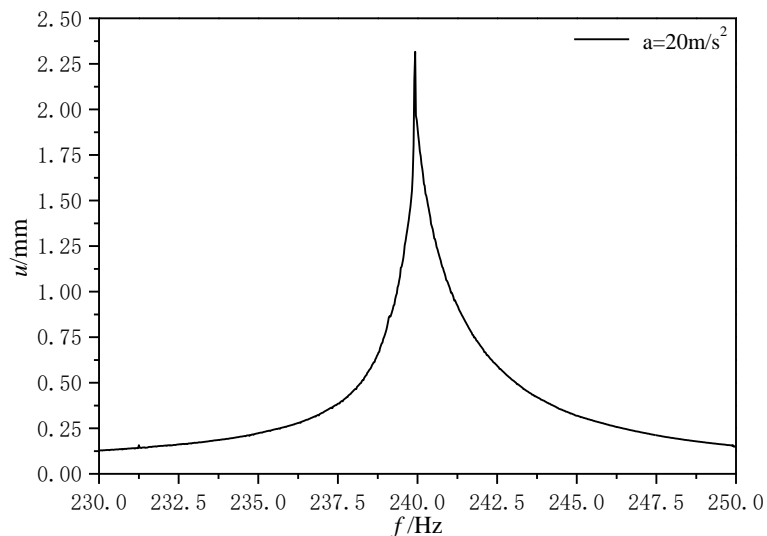


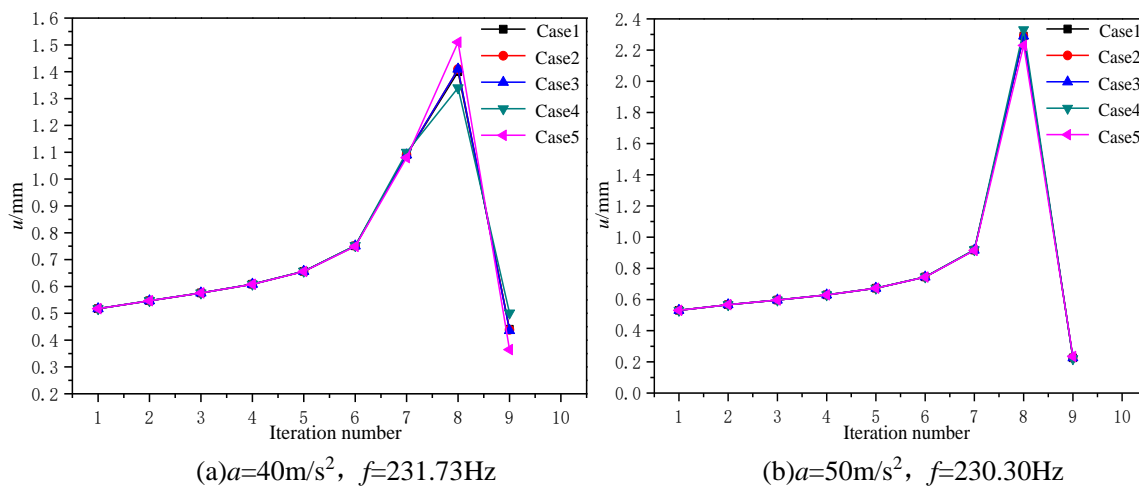
图 3.24 单向 CMCs 悬臂梁在低载下的位移幅频特性曲线

而 Rayleigh 阻尼中系数的确定需要两阶的模态参数，本文选取不同的阻尼比进行了仿真计算。两阶阻尼比 ζ_1 和 ζ_2 确定后，可根据式 (3.22) 计算得到阻尼系数 α 和 β 。

表 3.5 单向 CMCs 梁计算的不同阻尼模型

	ζ_1	ζ_2	α	β
Case1	0.0007	0.0008	1.53	2.52e-7
Case2	0.0007	0.0009	1.44	2.94e-7
Case3	0.0007	0.001	1.34	3.55e-7
Case4	0.0006	0.001	1.01	3.49e-7
Case5	0.0008	0.001	1.67	3.24e-7

分别针对表 3.5 中的 5 个阻尼模型进行了数值仿真，图 3.25 中给出了特定载荷下的位移响应（此处只给出了非线性频率区间内的一些典型响应）。



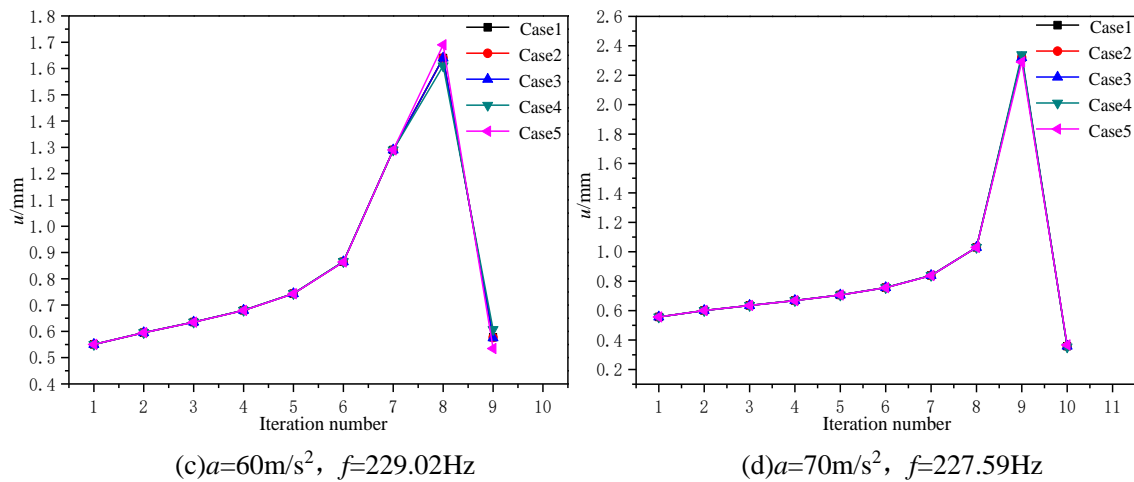


图 3.25 不同阻尼模型下单向 CMCs 的位移响应对比图

由上图可知阻尼大小对位移响应的影响很小，且在迭代过程中位移的变化趋势并未改变。进一步进行谐响应分析，将计算得到的非线性频率区间的范围绘制在图 3.26 中。同样可以得到，阻尼大小对非线性频率区间范围的影响也很小。因此，本文在定性研究 CMCs 振动特性时，不考虑初始阻尼参数的选取，单向 CMCs 悬臂梁的非线性振动响应计算仅以前两小节给出的结果为例。

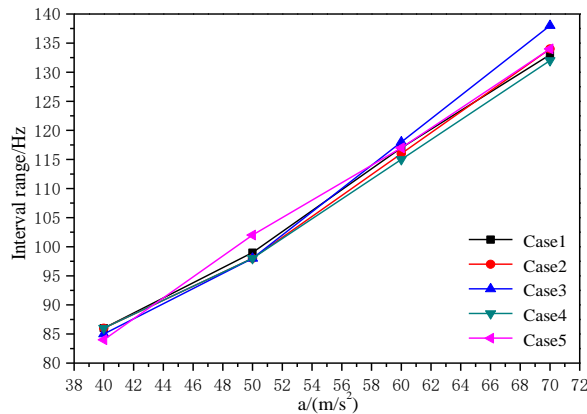


图 3.26 不同阻尼模型下单向 CMCs 的非线性频率区间范围对比图

3.4 平纹编织 CMCs 悬臂梁算例

3.4.1 平纹编织 CMCs 本构计算模型

本节研究平纹编织 CMCs 悬臂梁的非线性振动。平纹编织 SiC/SiC 的弹性参数如表 3.6 所示，这些参数同样代表着材料的无损伤状态。

表 3.6 平纹编织 CMCs 的弹性参数

E_x/GPa	E_y/GPa	E_z/GPa	G_{xy}/GPa	G_{xz}/GPa	G_{yz}/GPa	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}
162.07	74.12	74.12	24.20	24.20	28.88	0.32	0.32	0.29

拟合后的单向拉伸试验曲线和图 2.4 中的试验曲线非常贴近。

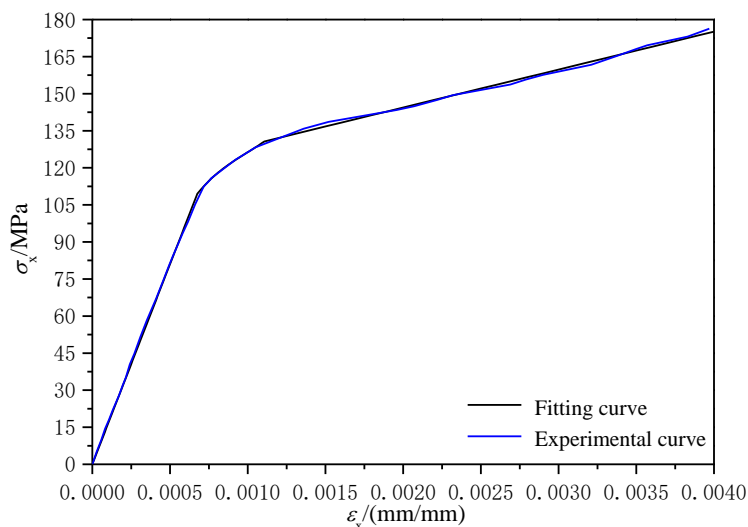


图 3.27 平纹编织 CMCs 单向拉伸试验曲线与拟合曲线对比

拟合的平纹编织 CMCs 本构曲线可参数化表示为

$$\sigma_x = \begin{cases} 162065.9 \times \varepsilon_x & (\varepsilon_x \leq 0.00068) \\ -38.56 + 418725.3 \times \varepsilon_x - 3.82e8 \times \varepsilon_x^2 + 1.281e11 \times \varepsilon_x^3 & (0.00068 < \varepsilon_x \leq 0.0011) \\ 15362.03 \times \varepsilon_x + 113.68 & (\varepsilon_x > 0.0011) \end{cases} \quad (3.35)$$

同样只考虑材料拉伸方向的非线性以及假设材料受压时的线性。

3.4.2 平纹编织 CMCs 悬臂梁模态的线性计算

针对 2.3 节中的平纹编织 CMCs 悬臂梁，分别采用欧拉-伯努利梁模型、ANSYS 软件和自编有限元计算程序来计算无损伤状况下平纹编织 CMCs 悬臂梁的固有频率，得到结果的如表 3.7 所示。

表 3.7 平纹编织 CMCs 悬臂梁无损伤状态下的固有频率

固有频率	欧拉-伯努利梁模型	ANSYS 软件	自编有限元计算程序
ω_1/Hz	258.54	259.01	258.29
ω_2/Hz	/	507.92	506.15
ω_3/Hz	1620.24	1610.00	1593.16

上表中，三种方法计算出的固有频率之间误差不大，且与试验测得的第一阶固有频率（256.44Hz）相近。选用 Solid186 单元，并根据 3.3.2.2 节中所讲原则合理地划分了网格。划分网格后的平纹编织 CMCs 悬臂梁在长度方向上被划分成 10 份，在高度方向上被划分成 2 份，和单向 CMCs 悬臂梁具有相同的单元数和自由度。

3.4.3 平纹编织 CMCs 悬臂梁的非线性振动计算

3.4.3.1 给定振动载荷下的计算

基于第二章中的试验规律，平纹编织 CMCs 属于模量退化材料，可以运用本文的动力学计算有限元模型进行动力学仿真计算。对于给定的振动载荷，本节只给出了中间频率区间的一些典型非线性响应结果。图 3.28-3.30 分别是外激励幅值为 60m/s^2 、 70m/s^2 、 80m/s^2 、 90m/s^2 的位移、刚度及模态响应。

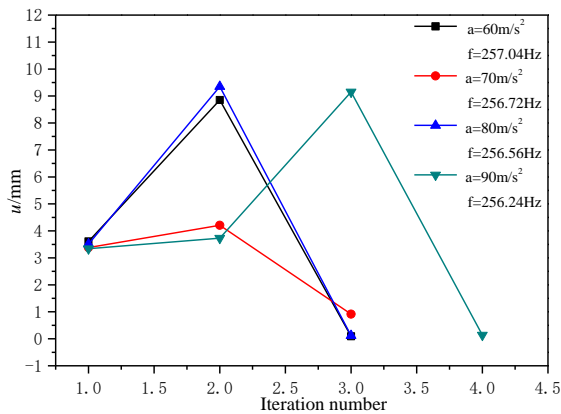


图 3.28 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的端部位移变化曲线

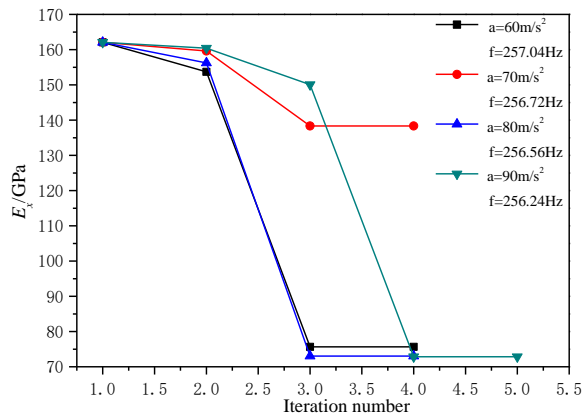


图 3.29 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的割线刚度变化曲线

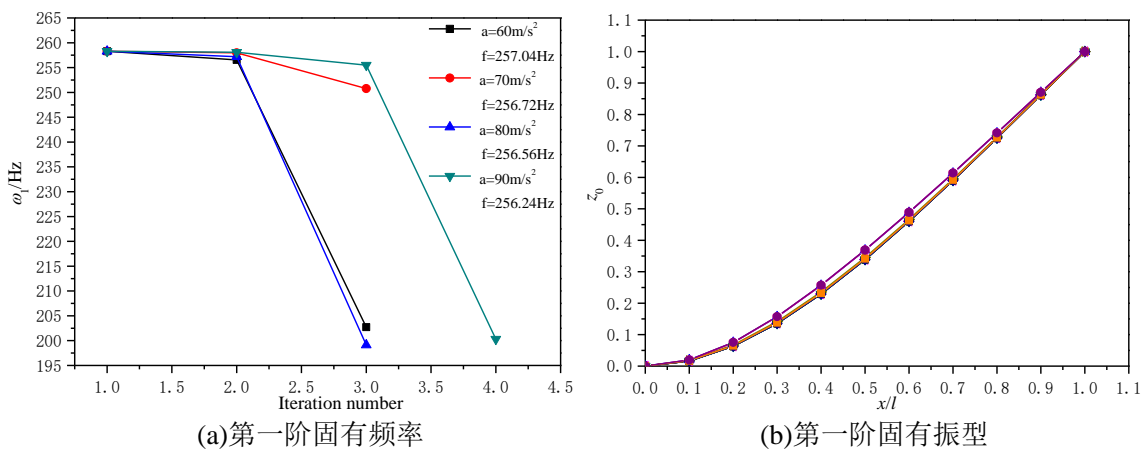


图 3.30 中间频率区间外激励作用下平纹编织 CMCs 悬臂梁的模态参数变化曲线

在非线性频率区间，虽然平纹编织 CMCs 悬臂梁的端部位移响应呈现非线性变化趋势，但材料割线刚度及固有频率均在损伤影响下随着迭代过程逐渐降低。而固有振型受损伤的影响很小，这与 3.3.3 节中的规律一致。

3.4.3.2 谐响应分析

基于 3.4.3.1 节中的计算结果，绘制第一阶固有频率附近的位移幅频特性曲线，如图 3.31 所示。

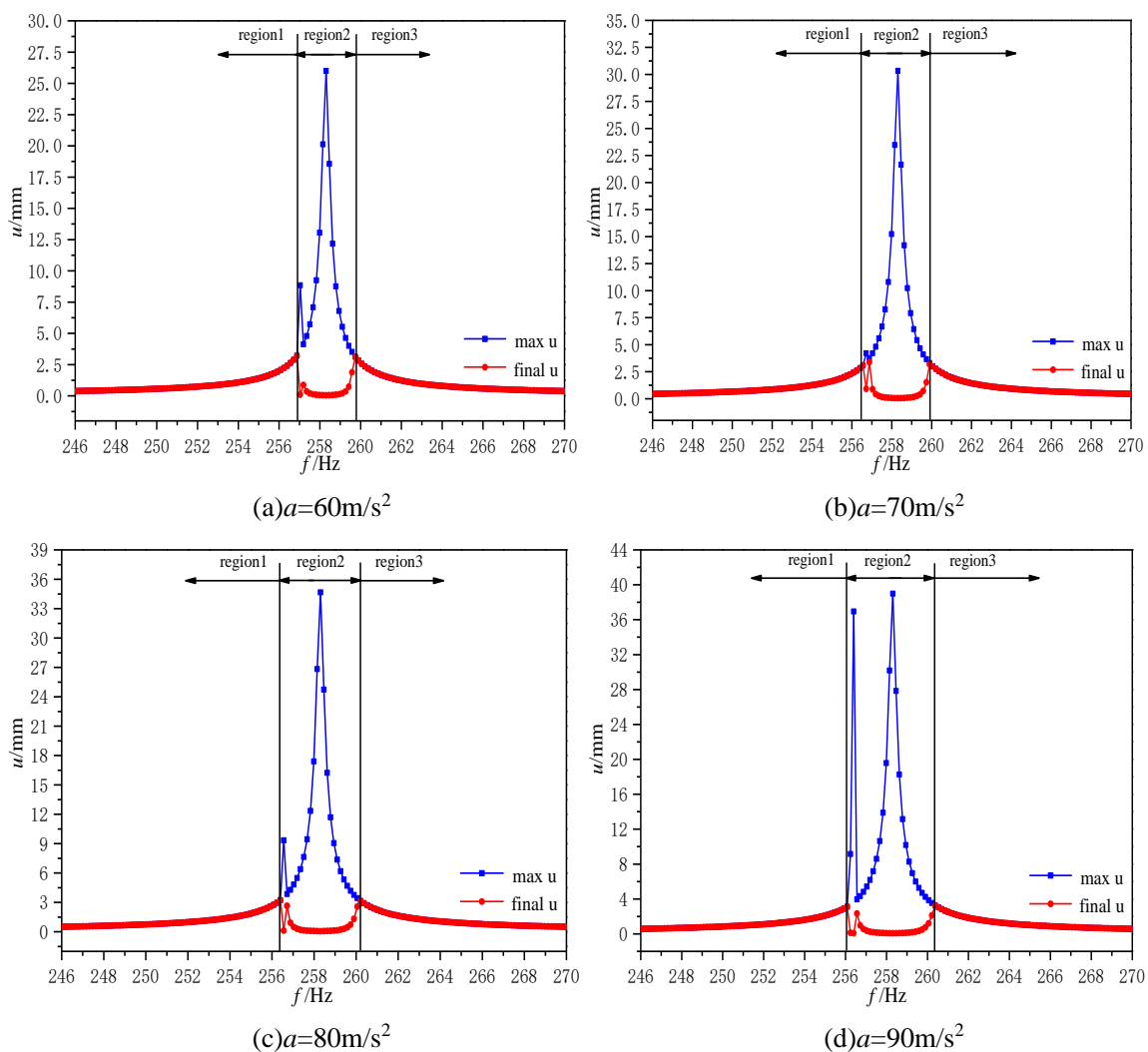


图 3.31 平纹编织 CMCs 梁的位移幅频特性曲线

从上图中同样可以在区域 2 内观察到稳态位移响应的非线性变化及幅频特性曲线的多峰现象。在该区域内的割线刚度受损伤影响发生不同程度的衰减，如图 3.32 所示。将图 3.31 和图 3.32 对比可知，位移响应值越大，刚度折减的越厉害。

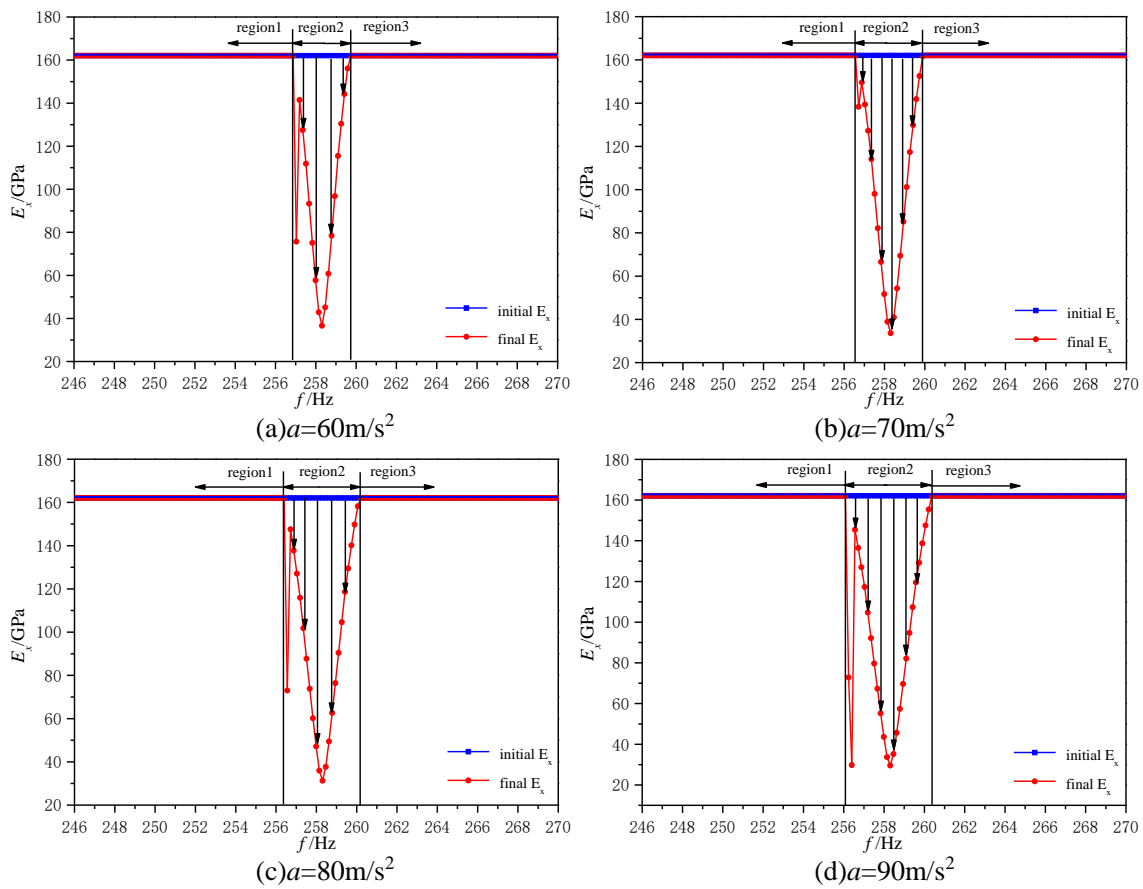


图 3.32 平纹编织 CMCs 梁的割线刚度随外激励频率的变化曲线

提取区域 2 的范围，绘制该频率区间上、下限与载荷幅值的关系，如图 3.33 所示。将图 3.23 和图 3.33 对比可知，虽然上、下限频率的变化规律相同，但是平纹编织 CMCs 梁的非线性频率区间范围整体小于单向 CMCs 梁。这是由于平纹编织 CMCs 本构的第一线性段较长，会在较长的应变范围内保持材料的线性特性，从而使得非线性现象难以被激发。且平纹编织 CMCs 本构曲线的中间非线性段范围小于单向 CMCs，所以平纹编织 CMCs 悬臂梁振动各响应的非线性程度小于单向 CMCs 悬臂梁。

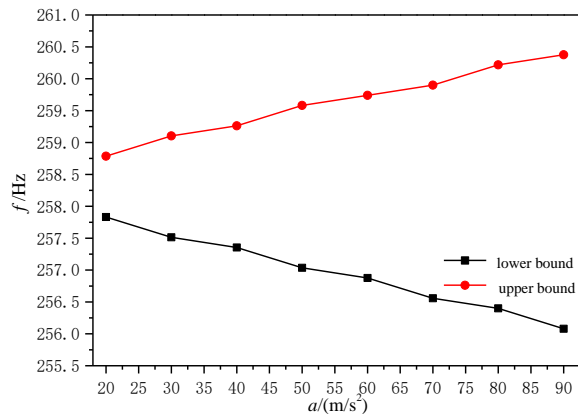


图 3.33 平纹编织 CMCs 梁的非线性频率区间

3.5 本章小结

本节研究内容及结论包括以下几点：

(1) 建立了考虑损伤的动力学计算有限元模型，编写了 C++ 计算程序。基于振型叠加法，在每个迭代步根据材料的非线性应力-应变行为对每个单元进行实时的刚度折减。该法可以实现 CMCs 结构非线性稳态振动响应的快速预测。

(2) 不考虑损伤的影响，对 CMCs 悬臂梁进行了线性仿真，计算得到的固有频率和固有振型结果用 ANSYS 软件进行了验证。

(3) 考虑损伤的影响，运用自编程序对 CMCs 悬臂梁进行了非线性仿真。对于给定的振动载荷，分别在三个频率区间内揭示了损伤对 CMCs 悬臂梁稳态振动响应的影响，研究了位移、割线刚度、固有频率和固有振型随损伤的变化。结果表明：损伤造成了位移的非线性变化，割线刚度和固有频率随损伤的加剧而逐渐衰减，而损伤对固有振型的影响很小。固有频率的仿真结果与试验中得到的变化趋势一致。进一步进行了谐响应分析，提出了非线性频率区间。该区间内 CMCs 悬臂梁稳态振动响应非线性明显，且区间范围随载荷的增大而增大。

(4) 分别针对单向和平纹编织 CMCs 悬臂梁进行了仿真计算，得到的规律一致。平纹编织 CMCs 梁稳态响应的非线性程度小于单向 CMCs 梁。这是由于平纹编织 CMCs 本构的非线性段较短，且非线性段的初始应变值较大。

第四章 基于损伤的 CMCs 涡轮转子叶片振动仿真

4.1 引言

动力学问题中的另一主要研究对象是运动状态下的结构。本章节研究内容针对旋转状态的 CMCs 涡轮转子叶片，考虑材料损伤、旋转带来的本身惯性及气体冲击带来的振动载荷等多方因素的影响。离心力、振动载荷作用下会给 CMCs 结构带来损伤，如前一章所述，损伤会造成材料软化引起固有频率的降低，而离心力本身对结构有应力增强的作用。因此本章节研究了这些因素耦合作用下 CMCs 涡轮叶片的稳态响应计算方法，将为 CMCs 旋转结构耐久性设计及应用提供理论依据和技术支持。

4.2 旋转叶片的动力学计算有限元模型

4.2.1 旋转叶片有限元方程建立

如图 4.1 所示，XYZ 是固定坐标系，xyz 是匀速转动的运动坐标系，动坐标系原点的位置向量为 $\{R_0\}$ 。P 点是动坐标系中的一点，其在动坐标系中的初始位置向量为 $\{r_0\}$ 。

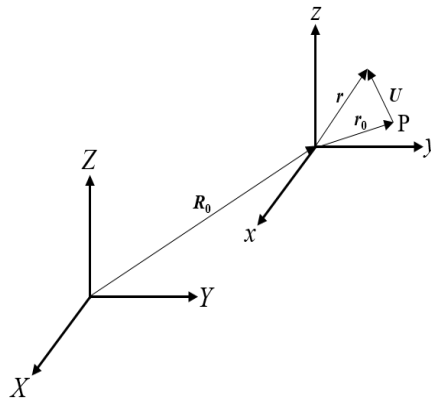


图 4.1 转动结构示意图

根据文献[87]，P 相对于动坐标系的瞬时位移向量为

$$\{U\} = \{u \quad v \quad w\}^T \quad (4.1)$$

瞬时位移下，P 点的瞬时位置为

$$\{r\} = \{x \quad y \quad z\}^T = \{r_0\} + \{U\} = \{x_0 \quad y_0 \quad z_0\}^T + \{u \quad v \quad w\}^T \quad (4.2)$$

对式 (4.1) 求一阶导数获得瞬时速度为

$$\{\dot{U}\} = \{\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w}\}^T \quad (4.3)$$

转速矩阵 $[\Omega]$ 可以表示为

$$[\Omega] = n \cdot [S] = n \cdot \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

上式中, n 是转动的角速度大小, a_x, a_y, a_z 是单位转速向量在 x, y, z 轴上的投影。

若 xyz 坐标系原点选在转轴上, P 点产生的牵引速度为 $[\Omega] \times \{r\}$, 则单元的动能通过积分得

$$T^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \left(\{\dot{U}\} + [\Omega] \times \{r\} \right) \cdot \left(\{\dot{U}\} + [\Omega] \times \{r\} \right) dV \quad (4.5)$$

将式 (4.1) - 式 (4.4) 代入上式, 化简得

$$\begin{aligned} T^e = & \frac{1}{2} \int_{V_e} \rho \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} dV + \frac{1}{2} n^2 \int_{V_e} \rho \begin{Bmatrix} x_0 + u \\ y_0 + v \\ z_0 + w \end{Bmatrix}^T [S]^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 + u \\ y_0 + v \\ z_0 + w \end{Bmatrix} dV \\ & + n \int_{V_e} \rho \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix}^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 + u \\ y_0 + v \\ z_0 + w \end{Bmatrix} dV \end{aligned} \quad (4.6)$$

3.2.1 节中提到有限元中位移的插值形式, 将式 (3.1) 代入上式, 进一步展开得

$$\begin{aligned} T^e = & \frac{1}{2} \{\dot{a}\}^{eT} \int_{V_e} \rho [N]^T [N] dV \{\dot{a}\}^e + \frac{1}{2} n^2 \int_{V_e} \rho \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix}^T [S]^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} dV \\ & + n^2 \{a\}^{eT} \int_{V_e} \rho [N]^T [S]^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} dV + \frac{1}{2} n^2 \{a\}^{eT} \int_{V_e} \rho [N]^T [S]^T [S] [N] dV \{a\}^e \\ & + n \{\dot{a}\}^{eT} \int_{V_e} \rho [N]^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} dV + n \{\dot{a}\}^{eT} \int_{V_e} \rho [N]^T [S] [N] dV \{a\}^e \end{aligned} \quad (4.7)$$

单元的应变能为

$$V^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV = V_L + V_{NL} \quad (4.8)$$

上式中 V_L 和 V_{NL} 分别是线性和非线性应变能。

同时考虑到旋转带来的几何非线性问题使得几何变换矩阵也不再是线性的, 则

$$d\{\varepsilon\} = [\bar{B}] d\{a\} \quad (4.9)$$

上式中的总几何变换矩阵 $[\bar{B}]$ 矩阵由两部分组成

$$[\bar{B}] = [B_0] + [B_L] \quad (4.10)$$

其中，线性变换阵 $[B_0]$ 与节点位移无关；非线性变换矩阵 $[B_L]$ 是节点位移的函数。

将式 (4.7) 和式 (4.8) 代入拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \{\dot{a}\}} \right] - \frac{\partial T}{\partial \{a\}} + \frac{\partial V}{\partial \{a\}} = \{Q\} \quad (4.11)$$

结合各关系式并对整个叶片按有限元法进行组装，最终获得旋转叶片的有限元控制方程为

$$[M]\{\ddot{a}\} + [M_G]\{\dot{a}\} - [K_c]\{a\} + \sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T \{\sigma\} dV = \{Q_c\} + \{Q_p\} \quad (4.12)$$

上式中 $[M]$ 可采用式 (3.4) 计算。 $[M_G]$ 是反对称陀螺阵， $[K_c]$ 是由于旋转引起的离心势刚度阵， $\{Q_c\}$ 是离心力向量， $\{Q_p\}$ 是气动力向量。以上各矩阵由以下单元计算矩阵组装而成

$$[M_G]^e = 2n \int_{V_e} \rho [N]^T [S][N] dV \quad (4.13)$$

$$[K_c]^e = n^2 \int_{V_e} \rho [N]^T [S]^T [S][N] dV \quad (4.14)$$

$$\{Q_c\}^e = n^2 \int_{V_e} \rho [N]^T [S]^T [S] \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} dV \quad (4.15)$$

$$\{Q_p\}^e = \int_{S_e} [N]^T \{P\} ds \quad (4.16)$$

式 (4.13) 中的反对称陀螺阵与转速 n 的一次方成正比，因数值较小一般被忽略。

本文中模型绕 Y 轴旋转，如图 4.2 所示。

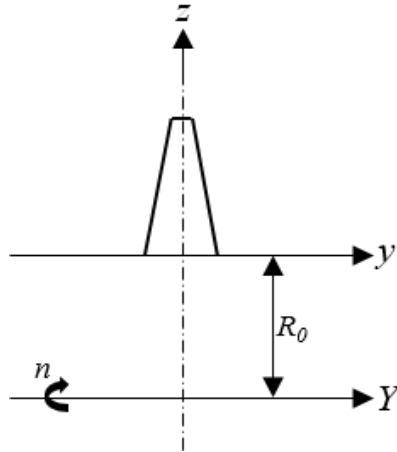


图 4.2 旋转叶片示意图

则离心力的单元等效结点载荷可进一步写成

$$\{Q_c\}^e = \rho n^2 \int_{V_e} [N]^T [S]^T [S] \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ R_0 + z \end{Bmatrix} dV \quad (4.17)$$

上式中, x 和 z 是单元的坐标值, 可通过形函数插值得到。

在旋转过程中, 涡轮叶片受到燃烧室的高温高速气体力的冲击作用。气体力作为表面力作用在叶片的外表面上。气体力沿叶片高度方向和弧长方向变化, 将弧长分为若干段, 可以计算出叶片沿弧长的压力分布。气体力作用下表面单元的气体力密度由插值函数获得, 如式 (4.16) 所示。其中, $\{p\}$ 是分布的三个方向的气体力密度, 表达式为

$$\{p\} = \{p_x \quad p_y \quad p_z\}^T \quad (4.18)$$

在受载表面上, γ 为常数, 建立曲面局部坐标系 $\xi\eta$, 如图 4.3 所示。

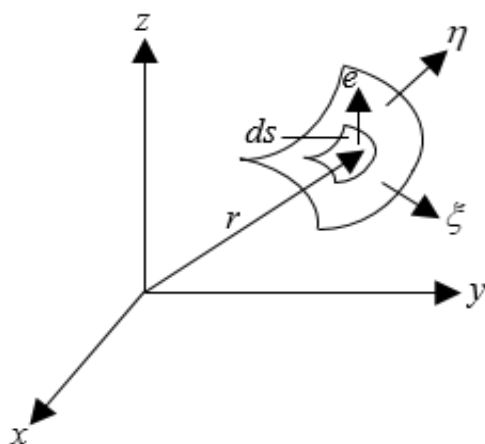


图 4.3 曲面局部坐标系

将气体力简化成垂直于表面的载荷, 且载荷密度是 p_0 。则式 (4.18) 可转化成

$$\{p\} = p_0 \{e\} \quad (4.19)$$

上式中 $\{e\}$ 是表面单位法向气体力矢量, 则

$$\{e\} ds = \left(\frac{\partial r}{\partial \xi} \times \frac{\partial r}{\partial \eta} \right) d\xi d\eta = \{R_x \quad R_y \quad R_z\}^T d\xi d\eta \quad (4.20)$$

其中, R_x, R_y, R_z 由下式计算得到,

$$R_x = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{vmatrix}, \quad R_y = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \\ \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \end{vmatrix}, \quad R_z = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (4.21)$$

将式 (4.19) - 式 (4.21) 代入式 (4.16) 即可计算得到气体力的等效载荷向量。

4.2.2 旋转叶片平衡位置计算

式 (4.12) 中的位移可以写成如下形式

$$\{a\} = \{\bar{a}\} + \{\Delta a\} \quad (4.22)$$

上式表示位移由两部分组成： $\{\bar{a}\}$ 是与时间无关的位移量，在离心力作用下表示节点从初始位置变形到平衡位置的位移值； $\{\Delta a\}$ 是与时间相关的位移小量，是由振动引起的在平衡位置附近的微幅振动。对于静力学问题，叶片承受离心力载荷并忽略振动载荷的作用，此时 $\{\Delta a\}=0$ ， $\{\bar{a}\} \neq 0$ ，即

$$\{a\} = \{\bar{a}\} \quad (4.23)$$

其对时间的一阶、二阶偏导均为 0，即

$$\{\ddot{a}\} = \{\dot{a}\} = \{0\} \quad (4.24)$$

将上式代入总控制方程（4.12），得到静力学分析的平衡方程为

$$\sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T \{\sigma\} dV = \{Q_c\} + \{Q_p\} + [K_c] \{a\} \quad (4.25)$$

上式等号左边项对应于结构因虚应变所产生的内力，记等号右边项为作用的外力 $\{R\}$ 。在小变形范围内，上式可以转换成线性系统的静力学控制方程，而在大变形范围内，无法忽略几何非线性问题。通常可采用牛顿-拉斐逊法求解式（4.25）。记内力与外力的向量和为 $\{\psi\}$ ，即

$$\{\psi\} = \sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T \{\sigma\} dV - \{R\} \quad (4.26)$$

对 $\{\psi\}$ 取微分，可得

$$d\{\psi\} = \sum_e \int_{V_e} d[\bar{B}]^T \{\sigma\} dV + \sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T d\{\sigma\} dV \quad (4.27)$$

几何变换矩阵的微分形式可由方程（4.10）得

$$d[\bar{B}] = d[B_L] \quad (4.28)$$

结合式（4.9）得到应力的微分形式为

$$d\{\sigma\} = [D] d\{\varepsilon\} = [D][\bar{B}] d\{a\} \quad (4.29)$$

将式（4.28）和式（4.29）代入式（4.27），化简得

$$\begin{aligned} d\{\psi\} &= \sum_e \int_{V_e} d[B_L]^T \{\sigma\} dV + \sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T D[\bar{B}] dV d\{a\} \\ &= \sum_e \int_{V_e} d[B_L]^T \{\sigma\} dV + [\bar{K}]^T d\{a\} \end{aligned} \quad (4.30)$$

上式中的总体刚度矩阵 $[\bar{K}]$ 可进一步通过计算得到

$$[\bar{K}] = \sum_e \int_{V_e} [\bar{B}]^T D[\bar{B}] dV = [K_0] + [K_L] \quad (4.31)$$

其中， $[K_0]$ 表示由小位移引起的线性刚度矩阵， $[K_L]$ 表示由大位移引起的大变形刚度矩阵。

将式 (4.10) 代入式 (4.31) 可以得到

$$[K_0] = \sum_e \int_{V_e} [B_0]^T [D] [B_0] dV \quad (4.32)$$

$$[K_L] = \sum_e \int_{V_e} ([B_0]^T [D] [B_L] + [B_L]^T [D] [B_L] + [B_L]^T [D] [B_0]) dV \quad (4.33)$$

式 (4.30) 等式右边的第一项同样可以等效为

$$\sum_e \int_{V_e} d[B_L]^T \{\sigma\} dV = [K_\sigma] d\{a\} \quad (4.34)$$

上式中, $[K_\sigma]$ 是关于应力水平的对称矩阵, 称为初应力矩阵/几何刚度矩阵。综上所述, 将式 (4.31)、式 (4.34) 带入式 (4.30) 可以得到

$$d\{\psi\} = ([K_0] + [K_L] + [K_\sigma]) d\{a\} \quad (4.35)$$

其中定义切线刚度矩阵为

$$[K_T] = [K_0] + [K_L] + [K_\sigma] \quad (4.36)$$

叶片在离心力作用下, 产生垂直于旋转轴的位移值并最终形成新的平衡位置。区别于线性系统的静力学方程, 旋转叶片的控制方程中还增添了大变形刚度矩阵、离心势刚度阵和几何刚度阵。牛顿-拉斐逊法具体的迭代步骤为:

- a) 选取初始位移 $\{a\}_0 = [K_0]^{-1}(\{Q_c\} + \{Q_p\})$, 并计算 $[K_c]$;
- b) 根据位移值计算出 $[\bar{B}]$ 和 $\{\sigma\}$, 并根据式 (4.26) 计算出内外力之和 $\{\psi\}_1$;
- c) 依次计算 $[K_\sigma]$ 、 $[K_L]$, 确定切线刚度矩阵 $[K_T]$;
- d) 运用下式计算位移修正值

$$\Delta\{a\} = -[K_T]^{-1} \{\psi\}_1 \quad (4.37)$$

得到第二次近似值为 $\{a\}_1 = \{a\}_0 + \Delta\{a\}$ 。

- e) 重复步骤 b-d, $\{\psi\}_n$ 足够小时计算收敛。

迭代结束后, 可以得到总增量刚度矩阵为

$$[K] = [K_0] + [K_L]_n + [K_\sigma]_n - [K_c] \quad (4.38)$$

将计算得到的 $[K]$ 代入式 (3.18) 即可确定旋转状态下叶片的固有模态。

4.2.3 三维非线性单元

3.2.2 节中所讲的二十节点三维单元的各计算公式, 针对的是线性单元。而旋转态计算中需要考虑几何非线性, 因此本节给出 4.2.1-4.2.2 节所需的非线性单元计算公式。根据文献[88], 首先以变形前的坐标作为自变量用拉格朗日插值法来定义非线性应变, 即

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \right. \quad (4.39)$$

若发生的位移非微小量，则非线性应变不能被忽略，可以进一步表示为

$$\{\varepsilon_L\} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \{\theta_x\}^T & 0 & 0 \\ 0 & \{\theta_y\}^T & 0 \\ 0 & 0 & \{\theta_z\}^T \\ 0 & \{\theta_z\}^T & \{\theta_y\}^T \\ \{\theta_z\}^T & 0 & \{\theta_x\}^T \\ \{\theta_y\}^T & \{\theta_x\}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\theta_x\} \\ \{\theta_y\} \\ \{\theta_z\} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [H] \{\theta\} \quad (4.40)$$

式中

$$\left\{ \begin{aligned} \{\theta_x\} &= \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial x} \right\}^T \\ \{\theta_y\} &= \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial y} \right\}^T \\ \{\theta_z\} &= \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} \quad \frac{\partial v}{\partial z} \quad \frac{\partial w}{\partial z} \right\}^T \end{aligned} \right. \quad (4.41)$$

对非线性应变 $\{\varepsilon_L\}$ 求微分，得

$$d\{\varepsilon_L\} = \frac{1}{2} \{\theta\} d[H] + \frac{1}{2} [H] d\{\theta\} \quad (4.42)$$

矩阵 $[H]$ 和向量 $\{\theta\}$ 具有如下性质

$$\{\theta\} d[H] = [H] d\{\theta\} \quad (4.43)$$

将上式代入式(4.42)中,可得

$$d\{\varepsilon_L\}=[H]d\{\theta\} \quad (4.44)$$

向量 $\{\theta\}$ 可以用形函数 N 和单元节点位移列阵 $\{a\}^e$ 表示,以如下形式表示

$$\{\theta\}=[G]\{a\}^e \quad (4.45)$$

对于20节点三维单元,矩阵 $[G]=\{[G_1] \ [G_2] \ \cdots \ [G_{20}]\}$,其中

$$[G_i]=\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} \end{bmatrix}^T \quad (4.46)$$

将式(4.45)代入式(4.44)可以得到

$$d\{\varepsilon_L\}=[H][G]d\{a\}^e \quad (4.47)$$

将上式与式(4.9)结合,可得非线性变换矩阵 $[B_L]$ 的计算式为

$$[B_L]=[H][G] \quad (4.48)$$

顺利求出 $[B_L]$ 后,大变形刚度矩阵 $[K_L]$ 可随之确定。进一步求解初应力矩阵,由式(4.34)可得

$$[K_\sigma]d\{a\}=\sum_e \int_{V_e} d[B_L]^T \{\sigma\} dV = \sum_e \int_{V_e} [G]^T d[H]^T \{\sigma\} dV \quad (4.49)$$

上式中, $d[H]^T\{\sigma\}$ 可由下式给出

$$\left(d[H]^T\right)\{\sigma\}=\begin{bmatrix} \sigma_x I_3 & & \\ \tau_{xy} I_3 & \sigma_y I_3 & \\ \tau_{zx} I_3 & \tau_{zy} I_3 & \sigma_z I_3 \end{bmatrix} d\{\theta\}=[M][G]d\{a\}^e \quad (4.50)$$

式中, I_3 是三阶单位矩阵,矩阵 $[M]$ 是应力相关的九阶矩阵。将式(4.50)代入式(4.49),得到几何刚度矩阵 $[K_\sigma]$ 的表达式为

$$[K_\sigma]=\sum_e \int_{V_e} [G]^T [M][G] dV \quad (4.51)$$

4.3 离心力对 CMCs 叶片固有振动特性的影响

在发动机运转时 CMCs 叶片承受着很大的离心力,在离心力作用下叶片不断趋于平衡位置,弹性恢复力不断增强。因此,叶片旋转状态下的各阶固有频率会比静止状态下的高,我们无法忽略离心力对叶片模态的影响。

4.3.1 Workbench 进行预应力模态分析

叶片在离心载荷作用下，产生的应力会影响固有模态。因此，需要在模态分析时考虑预应力的影响。预应力分析需要先进行静力学分析，将得到的预应力组装应力刚度矩阵，并修改模态方程。本节首先不考虑材料损伤的影响，运用 Workbench 软件进行预应力模态计算，按如下步骤进行：

(1) 搭建项目分析流程：

从工具箱中拖动 Geometry 组件系统至 A 单元格中，从工具箱中拖动 Static Structural 分析系统至 Geometry 组件系统的 A2 单元格上，从工具箱中拖动 Modal 分析系统至 Static Structural 分析系统的 B4 Model 单元格上，此系统用于模态分析。从工具箱中拖动 Modal 分析系统至 Static Structural 分析系统的 B6 Solution 单元格上，此系统用于预应力模态分析。项目分析流程如下图所示

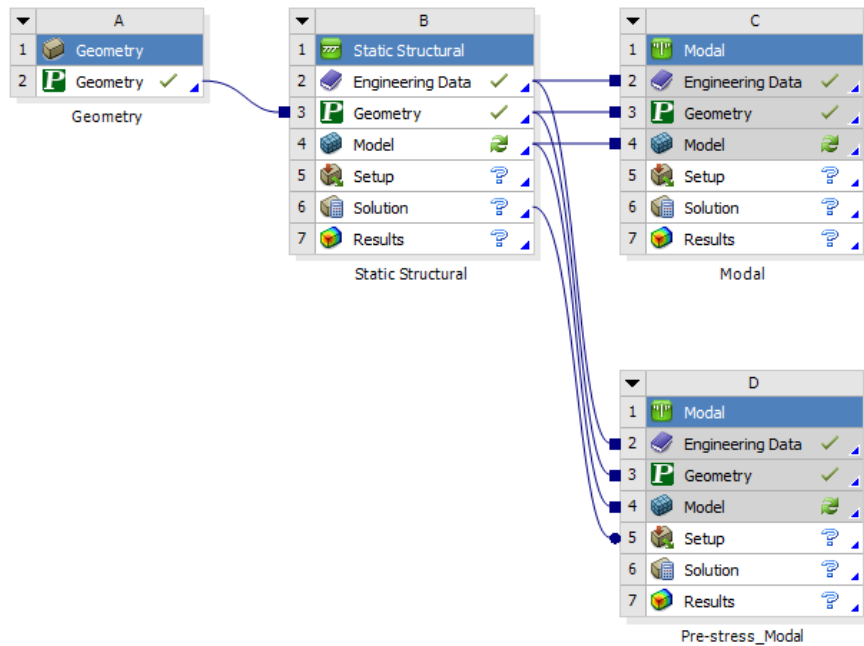


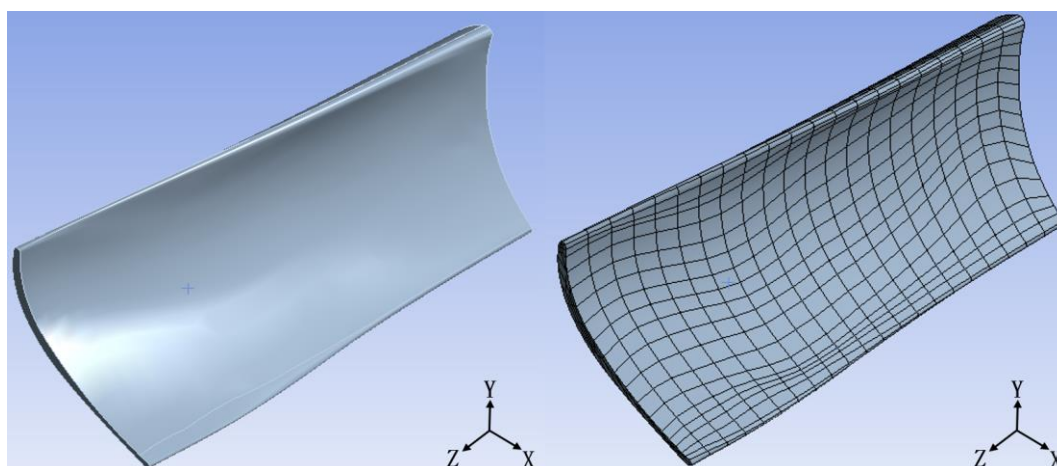
图 4.4 Workbench 预应力模态分析流程图

(2) 设置材料参数：

新建单向 CMCs 材料，按 3.3.1 节的数据设置材料属性，不考虑损伤的影响。

(3) 导入模型并划分有限元网格：

从 A2 单元格中导入涡轮叶片模型，如图 4.5 (a) 所示。叶片在长度方向尺寸为 0.07882m，宽度方向尺寸为 0.0326m，总体质量为 1.6463×10^{-2} kg。双击 B4 Model 单元格，进入 Mechanical。进行网格划分设置获得二十节点六面体网格，如图 4.5 (b) 所示。CMCs 叶片有限元模型共计包含 1134 个单元，6041 个节点。



(a) CMCs 涡轮叶片模型

(b) CMCs 涡轮叶片有限元模型

图 4.5 CMCs 涡轮叶片模型图和有限元模型图

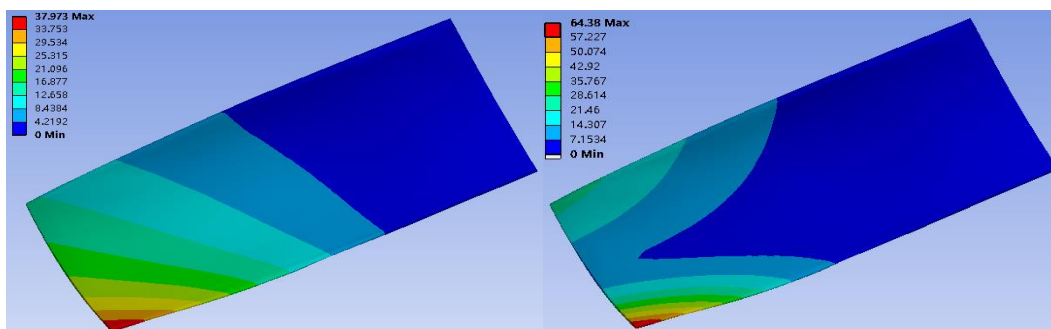
(4) 模态分析:

给叶片根部施加固支约束，并设置求解 6 阶模态。此时得到的静止状态下的模态结果，固有频率列在表 4.1 中:

表 4.1 静止状态下 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率

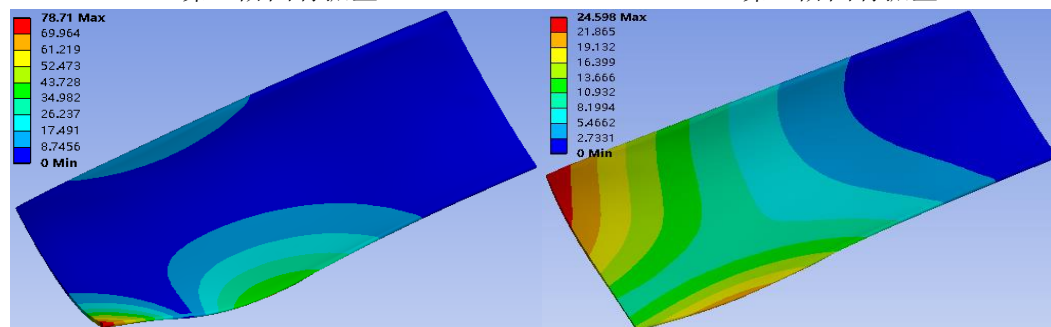
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
固有频率/Hz	1864.2	3031.6	5655.5	6253.8	8156.9	8788.8

各阶固有振型如下图所示:



(a) 第 1 阶固有振型

(b) 第 2 阶固有振型



(c) 第 3 阶固有振型

(d) 第 4 阶固有振型

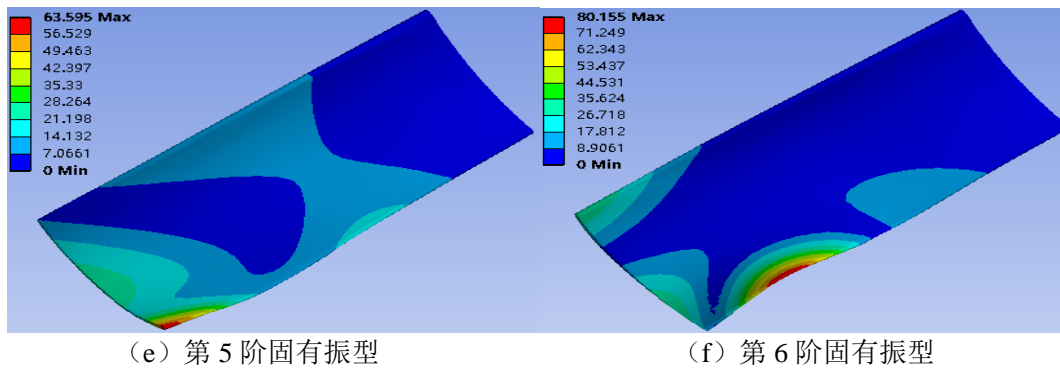


图 4.6 静止状态下 CMCs 涡轮叶片前六阶固有振型图

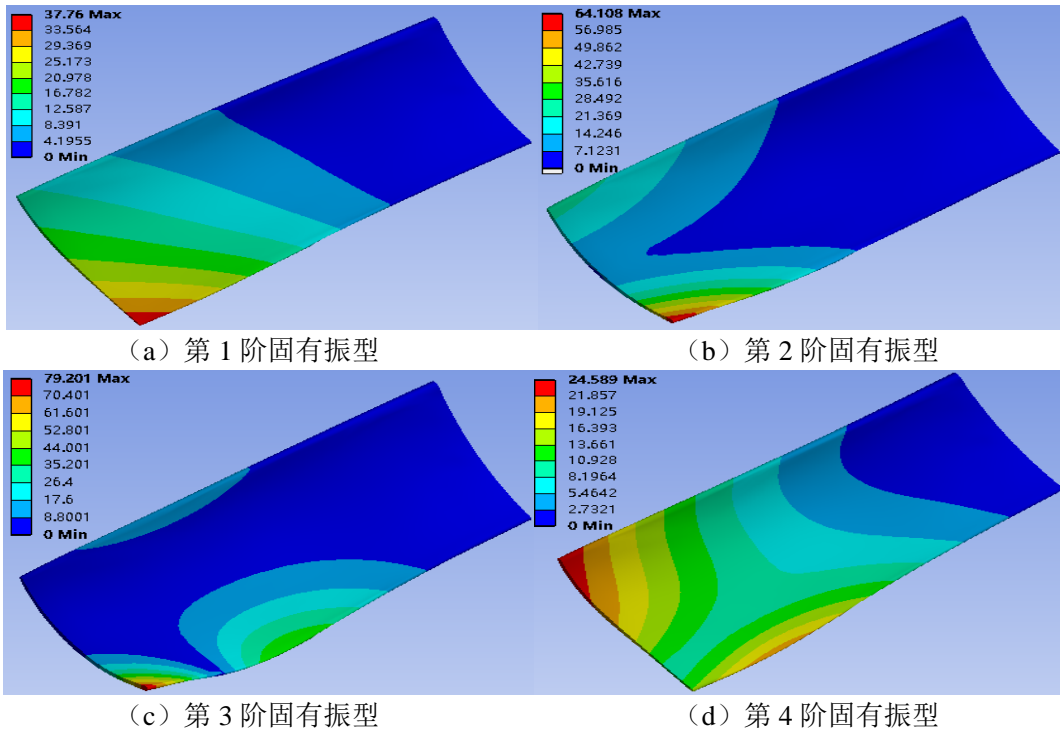
(5) 预应力模态分析:

叶片旋转半径 R_0 为 0.22603m, 据此创建局部坐标系。首先进行静力分析设置, 设置边界约束条件, 并设置叶片绕局部坐标系的旋转速度为 9549.3r/min。进一步进行预应力模态分析设置, 求解出 6 阶模态。离心力作用下叶片的模态结果如下:

表 4.2 $n=9549.3\text{r/min}$ 时 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率

	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6
固有频率/Hz	1900.5	3060.2	5709.8	6265.4	8186.5	8832.5

对比表 4.1 和表 4.2 可知, 在离心力作用下叶片的各阶固有频率均增大。图 4.7 中给出了前 6 阶振型图。



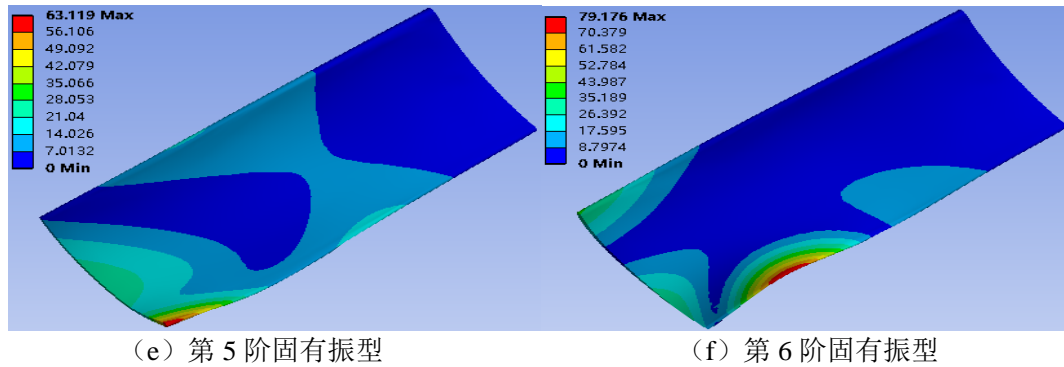


图 4.7 $n=9549.3r/min$ 时 CMCs 涡轮叶片前六阶固有振型图

对比图 4.6 和图 4.7 可知，扭转的叶片和等截面梁相比呈现出了复杂的各阶固有振型，而离心力对固有振型的影响很小。

基于以上步骤，进一步在不同的转速下计算模态响应。得到的固有频率结果如下表所示：

表 4.3 不同转速下 CMCs 涡轮叶片的前六阶固有频率

$n/(r/min)$	ω_1/Hz	ω_2/Hz	ω_3/Hz	ω_4/Hz	ω_5/Hz	ω_6/Hz
0	1864.2	3031.6	5655.5	6253.8	8157.0	8788.8
1909.86	1865.7	3032.7	5657.6	6254.2	8158.2	8790.5
3819.72	1870.1	3036.2	5664.2	6255.6	8161.8	8795.8
5729.58	1877.4	3041.9	5675.1	6257.9	8167.8	8804.5
7639.44	1887.5	3050	5690.3	6261.2	8176	8816.7
9549.30	1900.5	3060.2	5709.8	6265.4	8186.5	8832.5
11459.16	1916.2	3072.6	5733.4	6270.5	8198.9	8851.7
13369.02	1934.5	3087.2	5761.2	6276.5	8213.2	8874.4

上表中，转速为 0 的状态，即叶片的静止状态，该状态下叶片的固有频率称为静频 ω_0 ；而叶片在旋转状态下的固有频率称为动频 ω_d ，其是转速的函数。在工程实际中，动频和静频常有如下关系

$$\omega_d^2 = \omega_0^2 + B \left(\frac{n}{60} \right)^2 \quad (4.52)$$

上式中，各阶动频和静频的单位是 Hz，转速 n 的单位是 r/min， B 是与叶片及盘相关的动频系数。因此，根据表 4.3 和式 (4.52) 并运用 Origin 线性拟合，可得到各阶动频对应的动频系数 B ，如表 4.4 所示。

表 4.4 各阶动频对应的动频系数 B

	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶	第 4 阶	第 5 阶	第 6 阶
B	5.38556	6.86128	24.32186	5.72761	18.71967	30.42568

表 4.3 中各阶动频随着转速的增大而增大，但是增长速率却不相同。根据表 4.3 中数据可计算得到各阶动频相对于静频的增长率，如下图所示：

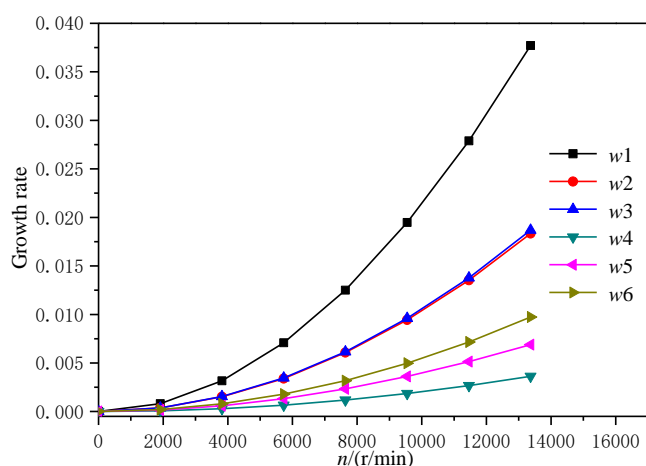
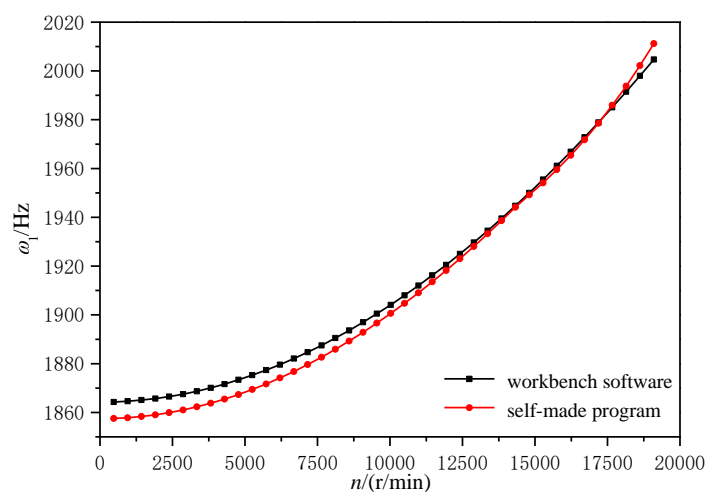


图 4.8 CMCs 叶片各阶动频相对于各阶静频的增长率

由图可知，随着转速的增大，动频相对于静频的增长率越大，这是因为离心力与转速的平方成正比，转速对离心力的影响明显，加强了离心力的应力强化作用。但在同一转速下，各阶动频的增长率并不相同，其中第一阶动频的增长率最大，而第四阶动频的增长率最小。这是因为第一阶振型对应叶片的弯曲振动，旋转半径发生较大变化，增强了离心力的作用。而第四阶振型对应叶片的扭转振动，旋转半径变化较小，离心力对叶片固有特性的影响较小。

4.3.2 自编有限元程序进行预应力模态分析

本小节基于有限元中的材料非线性和几何非线性原理、动力学计算方法（如 3.2 节和 4.2 节所述），编写了适用于 CMCs 旋转件稳态响应计算的 C++ 程序。首先采用自编有限元程序对 CMCs 叶片进行了预应力模态分析，同样不考虑损伤的影响将计算结果与 Workbench 软件计算结果进行对比。本文在较宽的转速范围内进行了预应力模态分析计算，图 4.8 中给出了 Workbench 与自编程序计算出的第一阶固有频率对比图。

图 4.9 不同转速下自编程序和 Workbench 计算出的 ω_1 对比图

由图可知,随着转速的增大,CMCs 叶片的第一阶固有频率也逐渐增大。叶片的动频是与转速成正相关的变量,说明离心力的刚度增强作用明显。而自编有限元程序与 Workbench 的计算结果相比误差较小,在低转速时有最大误差 0.36%。因此,验证了自编有限元程序进行预应力模态计算的可行性。

4.3.3 考虑材料非线性的预应力模态分析

4.3.1 节和 4.3.2 节中讨论的是离心力对线性材料的刚度增强作用,引起了固有频率的增大。但是 CMCs 在载荷作用下损伤常常造成刚度的衰减,固有频率会随着损伤而衰减。因此,旋转叶片的固有频率受到离心力和材料损伤的耦合作用,若忽略损伤影响而将 CMCs 理想化成线弹性材料必会得到不准确的仿真结果。本节综合考虑了离心力的刚化和材料的软化作用,在牛顿-拉斐逊法的每一迭代步中根据位移响应实时对每个单元进行不同程度的刚度折减,并在下一个迭代步中更新材料参数,从而进行考虑材料非线性的预应力模态分析。计算结果如下图所示

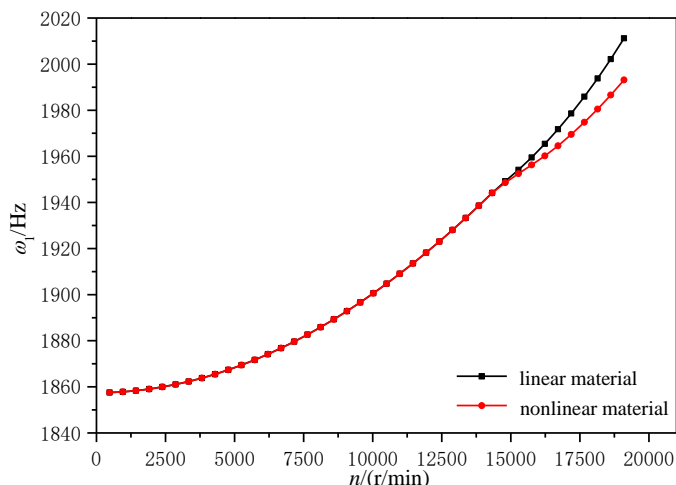


图 4.10 考虑材料非线性计算出的 ω_1 与转速的关系图

由上图可知,在低转速时线性材料和非线性材料计算出的 ω_1 相同,而在高转速时非线性材料计算出的 ω_1 会略低于线性材料的计算值。这是因为在转速较低时,叶片在离心力作用下被拉长的效果不明显,产生的位移相对较小从而造成的材料损伤也较小。此时,离心力的刚化作用起主导作用。而高转速下,大变形使得材料受损的程度加剧造成 ω_1 值有所降低,但是 ω_1 随转速增大而增大的关系不发生改变,可以理解为在高转速下材料软化作用削弱了离心力的刚化作用。

4.4 振动载荷对 CMCs 叶片固有振动特性的影响

4.4.1 激振力

除了离心力,叶片还承受着交变振动载荷。载荷的长期作用后,叶片疲劳产生裂纹从而达

到寿命极限。因此，对振动载荷下叶片的行为研究是进行叶片寿命预测的必要环节。目前，对于转子叶片振动响应的数值计算还很难实现，这是因为发动机中叶片激振力的来源复杂。主要可分为两类：一类激振力来源于机械之间的力传递，叶片通过榫头安装在涡轮盘的榫槽上，轮盘的振动会给叶片传递振动载荷；另一类激振力来源于气动力载荷，气流流经叶片、冲击叶片并造成叶片表面压强变化，这是激振力的主要来源。因此本节主要研究气动激振力对 CMCs 叶片固有振动特性的影响。对于涡轮转子叶片而言，气动激振力主要是障碍物尾流激振的作用。来自火焰筒的气流在冲击叶片之前，会流经火焰筒、进气柱等障碍物，从而造成了火焰筒出口流场的不均匀性。气流经过这些障碍物时能量受损，速度、压强等参数均会降低。处于障碍物尾迹区的涡轮叶片受力自然减小，而非尾迹区内的叶片受力不发生变化。

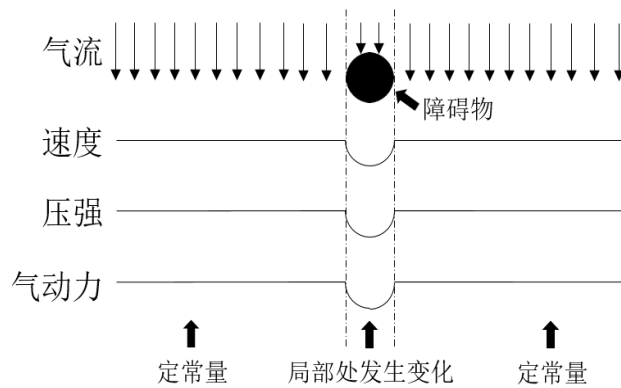


图 4.11 一个障碍物后各参数变化示意图

如上图所示，环形气流通道存在一个障碍物，经过该障碍物后的总气动力包含两部分：1) 定常气动力，作为静力不会叶片产生振动；2) 局部变化的气动力，该冲击力将在旋转时冲击所有叶片。即在转速 $n(\text{r/min})$ 之下，每个叶片都受到频率为 $n_\omega(\text{rad/s})$ 的脉冲力作用。因此，气动力可表示为如下形式

$$F(t) = F_0 + F_1 \cos(n_\omega t + \vartheta_1) + F_2 \cos(2n_\omega t + \vartheta_2) + \dots \quad (4.53)$$

其中

$$n_\omega = 2\pi n / 60 \quad (4.54)$$

式 (4.53) 说明一个局部脉冲力是一个常力和各频率的简谐力之和。各简谐力的频率是 n_ω 的倍数，所以这些力被称为倍频力。若发动机涡轮叶片前均布 Z 个障碍物，则气体激振力可表示为

$$F(t) = F_0 + F_1 \cos(Zn_\omega t + \vartheta_1) + F_2 \cos(2Zn_\omega t + \vartheta_2) + \dots \quad (4.55)$$

当以上激振力的频率与叶片的固有频率相同时共振发生，由上式可计算得到共振频率发生在激振力频率为

$$\omega_e = KZ \left(\frac{n}{60} \right) = S \left(\frac{n}{60} \right) \quad K=1,2,3\cdots \quad (4.56)$$

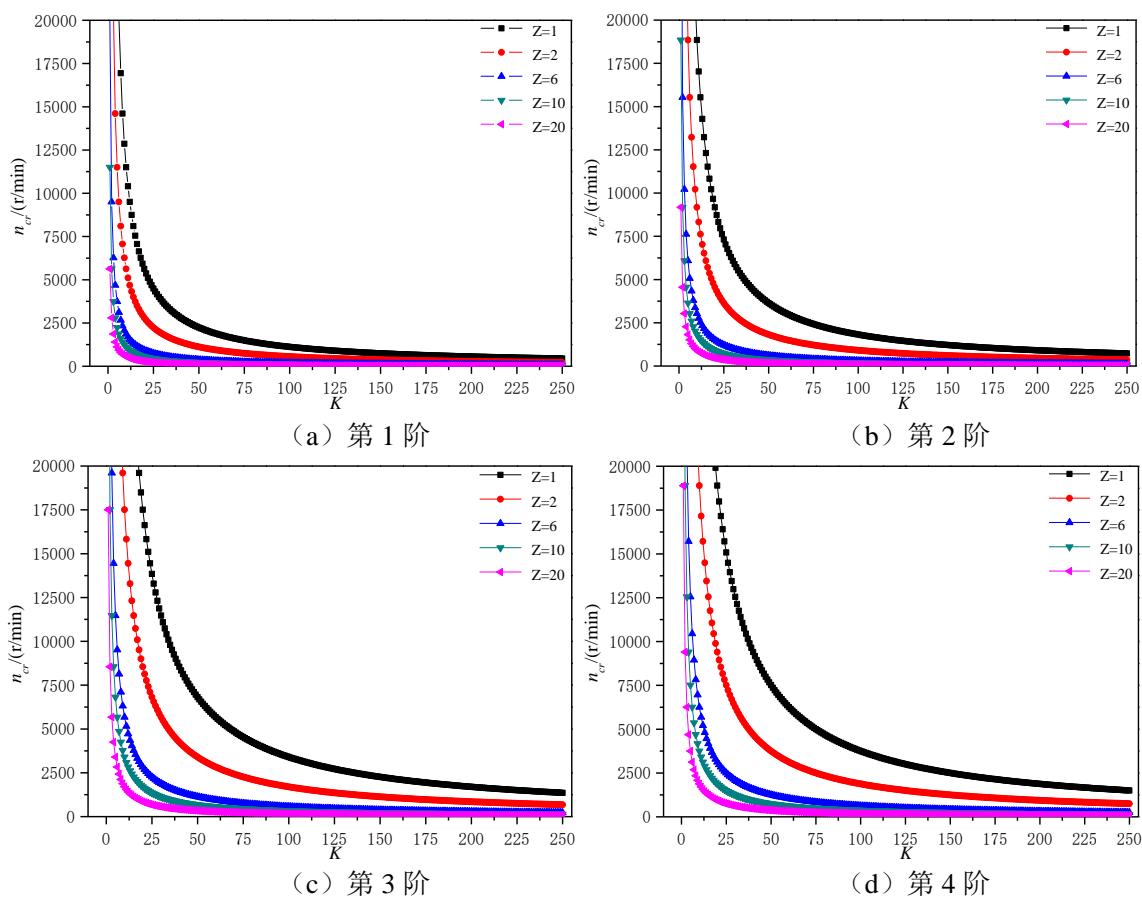
上式中激振力的频率 ω_e 的单位是 Hz，共振时应满足 $\omega_e = \omega_d$ 。将式 (4.56)、(4.52) 结合，可计算叶片共振时对应的转速为

$$n_{cr} = \frac{60\omega_0}{\sqrt{K^2 Z^2 - B}} \quad (4.57)$$

上式表明涡轮叶片的共振转速除了与叶片本身的静频相关，还受上游障碍物数量的影响。

4.4.2 叶片共振分析

基于 4.3 节计算的各阶静频 ω_0 和动频系数 B ，结合式 (4.57) 可获得激发各阶共振的临界转速，如图 4.11 所示。图中给出了不同障碍物下，各阶共振转速与倍频数的关系。由图可知在固定数目的障碍物下，低转速下的各阶共振易由高频的谐振力激发，而高转速下的各阶共振则易由低频的谐振力激发。障碍物的数目越多，叶片的各阶共振转速越低。且对于相同数目的障碍物和相同频率的简谐激振力，阶数越高，激发该阶共振的转速越高。



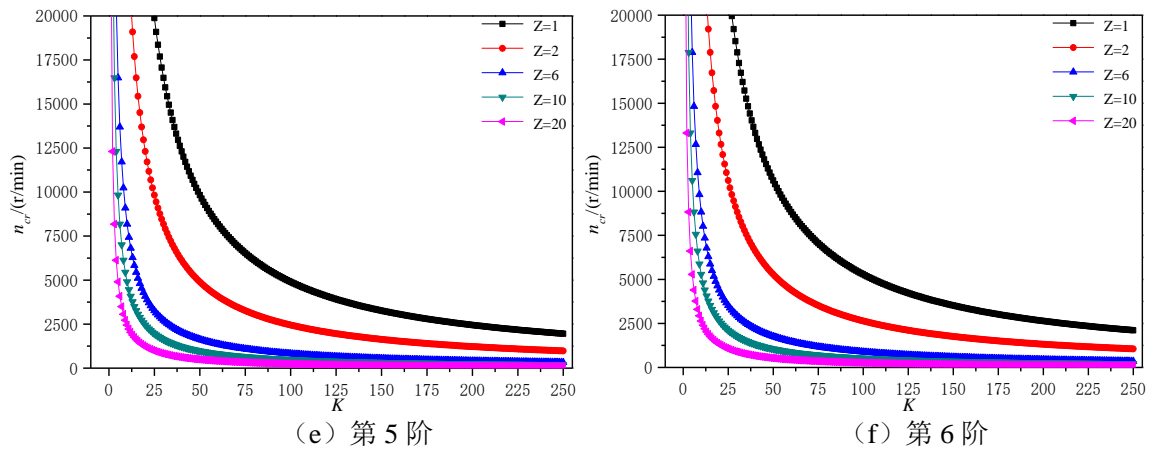


图 4.12 激发各阶共振的临界转速

同样也可通过 Campbell 图来判断叶片是否发生共振。Campbell 图由自振频率线和倍频线组成：自振频率线是动频随转速的变化曲线；倍频线从原点出发，是倍频力频率随转速的变化曲线。

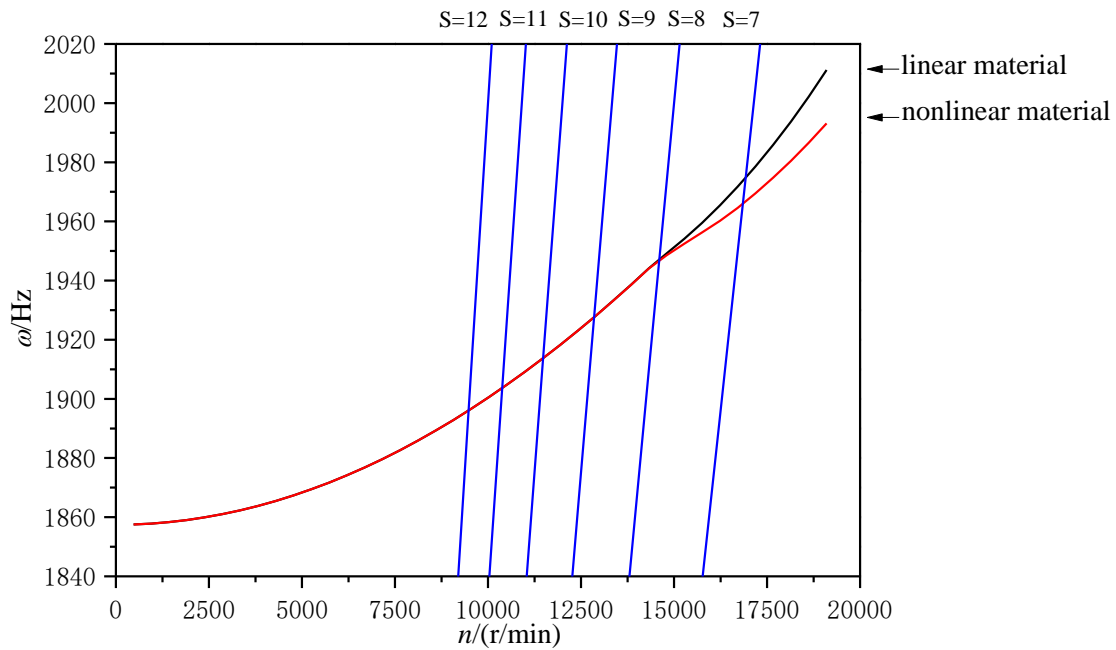


图 4.13 CMCs 叶片 Campbell 图

图 4.13 绘制了 CMCs 叶片一阶自振频率线与六条倍频线的曲线图，其中自振频率线与倍频线交点对应的转速即为叶片的共振转速。8~12 倍频力对应的共振转速分别为 14562.7r/min、12891.6 r/min、11459.2 r/min、10504.2 r/min、9549.3r/min；线性材料计算出 7 倍频力对应的共振转速为 16950 r/min，而考虑损伤影响后共振转速降低到 16870.4 r/min。

4.5 本章小结

本节研究内容及结论包括以下几点：

本节给出了 CMCs 涡轮叶片在离心力载荷和振动载荷下的响应计算，发现了材料的非线性会削弱离心力对刚度的增强作用。

(1) 建立了考虑损伤的旋转件动力学计算有限元模型，编写 C++ 计算程序。基于牛顿-拉斐逊法，在迭代步中考虑材料损伤的影响。该法可以实现 CMCs 旋转件在离心力、振动载荷作用下的稳态响应计算。

(2) 研究了离心力载荷对 CMCs 叶片固有振动特性的影响。不考虑损伤的影响，运用自编程序对 CMCs 涡轮转子叶片进行了线性仿真，计算得到的叶片动频结果用 Workbench 软件进行了验证。结果发现离心力对 CMCs 叶片起应力强化作用，固有频率随转速显著增加，固有振型变化不大。进一步考虑损伤带来的材料软化的影响，发现 CMCs 叶片动频主要受离心力影响，材料软化在转速较大时才会削弱离心力的刚化作用。

(3) 研究了振动载荷对 CMCs 叶片固有振动特性的影响。主要考虑障碍物尾流激振引起的气动激振力，将气动激振力简化成常力和倍频力之和。运用动频的计算结果绘制了 CMCs 叶片的 Campbell 图。发现材料损伤会在一定转速区间内使得共振转速减小。

第五章 全文总结

5.1 主要工作和结论

本文分别针对陶瓷基复合材料典型构件（悬臂梁）和旋转件（涡轮叶片）进行了稳态振动响应计算，研究了损伤对响应的影响规律。主要工作和结论如下：

（1）开展了平纹编织 CMCs 的本构拉伸试验和平纹编织 CMCs 悬臂梁的振动试验。

材料的非线性本构行为要求在动力学分析过程中考虑材料损伤的影响。单向拉伸试验获得了平纹编织 CMCs 的应力-应变曲线，将用于建立宏观本构计算模型。同时，对平纹编织 CMCs 悬臂梁进行了扫频振动试验，其非线性振动特性主要体现在两方面：a) 模态参数的变化，固有频率随着损伤的产生不断衰减，而模态阻尼比呈现出了增长的趋势来抑制振动。固有频率的衰减带来了位幅频特性曲线的左移现象。b) 位移幅频特性曲线的多峰现象，位移会在多处频率处达到峰值。振动试验规律用于指导动力学理论计算模型的建立。

（2）基于损伤对 CMCs 悬臂梁结构进行了非线性稳态振动响应计算。

首先编写了非线性动力学计算程序，在振型叠加法中实时考虑损伤进行刚度的折减，可对 CMCs 结构进行非线性稳态振动响应的快速预测。不考虑材料损伤的影响，CMCs 悬臂梁的仿真结果和 ANSYS 的计算结果一致，验证了自编程序的可行性。进一步，在给定振动载荷下研究了损伤对 CMCs 悬臂梁稳态响应的影响，结果表明：随着损伤程度的增加，割线刚度和固有频率逐渐衰减，固有振型变化不大，而位移响应出现非线性变化。固有频率的变化趋势与试验规律一致。进一步，在谐响应分析中提出了非线性频率区间。该区间内 CMCs 悬臂梁稳态振动响应非线性明显，且区间范围受损伤影响。进一步，单向和平纹编织 CMCs 悬臂梁的仿真结果得到的规律一致，而平纹编织 CMCs 梁稳态响应的非线性程度小于单向 CMCs 梁。这是由于平纹编织 CMCs 本构的第一线性段较长，且非线性段较短。

（3）基于损伤对 CMCs 涡轮叶片进行了振动仿真计算。

首先编写了适用于旋转件的非线性动力学计算程序，基于牛顿-拉斐逊法考虑了材料损伤的影响，可实现 CMCs 旋转件在离心力、振动载荷作用下的稳态响应计算。不考虑材料损伤的影响，CMCs 叶片的动频与转速成正比，仿真结果和 Workbench 的计算结果一致，验证了自编程序的可行性。进一步，考虑损伤带来的材料软化的影响，发现转速较大时材料软化会削弱离心力对刚度的增强作用，造成动频的降低。进一步，考虑障碍物尾流激振引起的气体力作用，将计算的动频线结合倍频线绘制了 CMCs 叶片的 Campbell 图，发现材料损伤会在一定转速区间内使得共振转速减小。

5.2 研究展望

本文实现了稳态振动响应的快速计算，可从以下几个方面进一步地优化模型：

(1) CMCs 的非线性行为不仅表现在变刚度还表现在迟滞行为中，可在仿真模型中进一步考虑迟滞行为的影响。

(2) 本文将 CMCs 叶片简化成端部固支约束，可进一步讨论榫头、榫槽对振动特性的影响。

(3) 航空发动机中的 CMCs 结构还会承受高温，可在接下来的研究中考虑高温载荷对 CMCs 结构振动响应的影响。

参考文献

- [1]Alvin M A, Anderson I, Heidloff A, et al, Development of Advanced Material Systems for Future Gas Turbine Applications, ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition, 2015.
- [2]Pramanik S, Manna A, Tripathy A, et al, Current Advancements in Ceramic Matrix Composites, Composite Materials. Springer, Berlin, Heidelberg, 2017: 457~496.
- [3]Levine S, Ceramics and ceramic matrix composites - Aerospace potential and status, 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 1992: 2445.
- [4]Naslain R, Design, preparation and properties of non-oxide CMCs for application in engines and nuclear reactors: an overview, Composites Science & Technology, 2004, 64(2): 155~170.
- [5]Naslain RR, SiC-Matrix Composites: Nonbrittle Ceramics for Thermo-Structural Application, International Journal of Applied Ceramic Technology, 2005, 2(2): 75~84.
- [6]刘虎, 杨金华, 焦健, 航空发动机用连续 SiCf/SiC 复合材料制备工艺及应用前景, 航空制造技术, 2017, 60(16): 90~95.
- [7]Prasad NE, Kumar A, Subramanyam J, Ceramic Matrix Composites (CMCs) for Aerospace Applications, Aerospace Materials and Material Technologies. Springer, Singapore, 2017: 371~389.
- [8]Wang P, Liu F, Wang H, et al, A Review of Third Generation SiC Fibers and SiCf/SiC Composites, Journal of Materials Science & Technology, 2019, 35(12): 2743~2750.
- [9]Capecchi D, Vestroni F, Steady-state dynamic analysis of hysteretic systems, Journal of engineering mechanics, 1985, 111(12): 1515~1531.
- [10]胡海岩, 分段光滑机械系统动力学的进展, 振动工程学报, 1995, (4): 331~341.
- [11]Kalmar-Nagy T, Shekhawat A, Nonlinear dynamics of oscillators with bilinear hysteresis and sinusoidal excitation, Physica D: Nonlinear Phenomena, 2009, 238(17):1768~1786.
- [12]Birman V, Byrd LW, Matrix cracking in transverse layers of cross-ply beams subjected to bending and its effect on vibration frequencies, Composites Part B: Engineering, 2001, 32(1): 47~55.
- [13]Torabi K, Shariati-Nia M, Heidari-Rarani M, Experimental and theoretical investigation on transverse vibration of delaminated cross-ply composite beams, International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 115:1~11.
- [14]Maheri M R, Adams R D, Finite-element prediction of modal response of damped layered composite panels, Composites Science & Technology, 1995, 55(1): 13~23.
- [15]Singha M K, Daripa R, Nonlinear vibration and dynamic stability analysis of composite plates, Journal of Sound and Vibration, 2009, 328(4-5): 541~554.
- [16]Kıral Z, İcten B M, Kıral B G, Effect of impact failure on the damping characteristics of beam-like composite structures, Composites Part B: Engineering, 2012, 43(8): 3053~3060.
- [17]胡殿印, 曾雨琪, 张龙, 等, 二维编织 SiC/SiC 陶瓷基复合材料宏观弹性常数预测及模态试验研究, 推进技术, 2018, 39(2): 465~472.
- [18]漆文凯, 程博, 刘磊, 复合材料层合板的振动模态试验研究, 航空发动机, 2013, 39(6): 53~58.
- [19]Li D H, Wang R P, Qian R L, et al, Static response and free vibration analysis of the composite

- sandwich structures with multi-layer cores, *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016, 111: 101~115.
- [20]Zhang X, Yu K, Bai Y, et al, Thermal vibration characteristics of fiber-reinforced mullite sandwich structure with ceramic foams core, *Composite Structures*, 2015, 131: 99~106.
- [21]Xiguang G, Yingdong S, Zhigang S, et al, Numerical Simulation of Dynamic Response of Fiber Reinforced Ceramic Matrix Composite Beam with Matrix Cracks Using Multiscale Modeling, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 23(5): 537~548.
- [22]Gao X, Han D, Chen J, et al, Numerical and experimental study on the nonlinear dynamic response of a ceramic matrix composites beam, *Ceramics International*, 2018, 44(6): 6223~6231.
- [23]林垲, 高庆, 黄维娜, I级涡轮叶片振动特性研究, *燃气涡轮试验与研究*, 2002, 15(3): 28~32.
- [24]Yang Q, Fang K Q, Shao C, Vibration Characteristics Analysis of Aeroengine Composite Blade, *Advanced Materials Research*, 2012, 583: 57~61.
- [25]Hou J, Wicks B J, Antoniou R A, An investigation of fatigue failures of turbine blades in a gas turbine engine by mechanical analysis, *Engineering Failure Analysis*, 2002, 9(2): 201~211.
- [26]张庆民, 张万秋, 王立波, 发动机涡轮II级叶片断裂原因分析, 失效分析与预防, 2010, 5(1): 41~44.
- [27]Kane T R, Ryan R, Banerjee A K, Dynamics of a cantilever beam attached to a moving base, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1987, 10(2): 139~151.
- [28]李春旺, 李海云, 王澈, 等, 航空发动机涡轮叶片振动模态影响因素研究, *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2014, 15(1): 5~9.
- [29]王春健, 陈官峰, 卿华, 涡轮叶片模态实测阻尼比的有限元应用, *航空动力学报*, 2012, 27(2): 260~264.
- [30]Zhou L Q, Xing S H, Li Y P, Dynamic Analysis for Wind Turbine Composite Blade, *Applied Mechanics and Materials*. Trans Tech Publications, 2013, 364: 102~106.
- [31]Shiau T N, Yu Y D, Kuo C P, Vibration and optimum design of rotating laminated blades, *Composites Part B: Engineering*, 1996, 27(5): 395~405.
- [32]Poursaeidi E, Aieneravaie M, Mohammadi MR, Failure analysis of a second stage blade in a gas turbine engine, *Engineering failure analysis*, 2008, 15(8): 1111~1129.
- [33]Gibson RF, *Principles of composite material mechanics*, CRC press, 2016: 421~502.
- [34]Wang C, Zhu Z, Hou X, et al, Damping characteristics of CVI-densified carbon-carbon composites, *Carbon*, 2000, 38(13): 1821~1824.
- [35]Zhang Q, Cheng L F, Wang W, et al, Effect of interphase thickness on damping behavior of 2D C/SiC composites, *Materials science forum*. Trans Tech Publications, 2007, 546: 1531~1534.
- [36]Zhang Q, Cheng L, Wang W, et al, Effect of SiC coating and heat treatment on damping behavior of C/SiC composites, *Materials Science and Engineering: A*, 2008, 473(1-2): 254~258.
- [37]王炜, 成来飞, 张立同, 等, 2D C/SiC 复合材料阻尼性能研究, *固体火箭技术*, 2006, 29(6): 455~459.
- [38]Chennamsetti R, Hood A, Guruprasad S, et al, Damping ratios of pristine composite beam and constrained layer damped composite beam of equal stiffness, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2013, 14(9): 1655~1660.
- [39]Duc F, Bourban P E, Månson J A E, The role of twist and crimp on the vibration behaviour of flax fibre composites, *Composites Science and Technology*, 2014, 102: 94~99.

- [40]Shue B, Moreira A, Flowers G, Review of recent developments in composite material for aerospace applications, ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2010: 811~819.
- [41]Abramovich H, Govich D, Grunwald A, Damping measurements of laminated composite materials and aluminum using the hysteresis loop method, Progress in Aerospace Sciences, 2015, 78: 8~18.
- [42]Alwan V, Gupta A, Sekhar A S, et al, Dynamic analysis of shafts of composite materials, Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2010, 29(22): 3364~3379.
- [43]Yang S, Gibson R F, Crosbie G M, et al, Dynamic Mechanical Properties of Ceramics and Ceramic Composites at Elevated Temperatures, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1997, 119(1): 15~19.
- [44]Pant R H, Gibson R F, Analysis and testing of dynamic micromechanical behavior of composite materials at elevated temperatures, Journal of Engineering Materials and Technology, 1996, 118(4): 554~560.
- [45]Gibson R F, Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures, Composites science and technology, 2000, 60(15): 2769~2780.
- [46]Berthelot J M, Assarar M, Sefrani Y, et al, Damping analysis of composite materials and structures, Composite Structures, 2008, 85(3): 189~204.
- [47]Chandra R, Singh S P, Gupta K, Damping studies in fiber-reinforced composites—a review, Composite structures, 1999, 46(1): 41~51.
- [48]Treviso A, Van Genechten B, Mundo D, et al, Damping in composite materials: Properties and models, Composites Part B: Engineering, 2015, 78: 144~152.
- [49]Hwang S J, Gibson R F, Prediction of fiber-matrix interphase effects on damping of composites using a micromechanical strain energy/finite element approach, Composites Engineering, 1993, 3(10): 975~984.
- [50]汤彬, 孙志刚, 高希光, et al, 单向陶瓷基复合材料阻尼计算方法, 航空动力学报, 2010, 25(10): 2217~2222.
- [51]Birman V, Byrd LW, Effect of matrix cracks on damping in unidirectional and cross-ply ceramic matrix composites, Journal of Composite Materials, 2002, 36(15): 1859~1877.
- [52]Tsai J L, Chi Y K, Effect of fiber array on damping behaviors of fiber composites, Composites Part B: Engineering, 2008, 39(7-8): 1196~1204.
- [53]Zabararas N, Pervez T, Viscous damping approximation of laminated anisotropic composite plates using the finite element method, Computer methods in applied mechanics and engineering, 1990, 81(3): 291~316.
- [54]Kaliske M, Rothert H, Damping characterization of unidirectional fibre reinforced polymer composites, Composites Engineering, 1995, 5(5): 551~567.
- [55]Yun T H, Kwon Y D, Kim C, et al, Finite element analyses of specific damping capacity and undamped/damped forced motion of composite plate using modified 16-node solid elements, Key Engineering Materials. Trans Tech Publications, 2000, 183: 469~474.
- [56]Sepahvand K, Stochastic finite element method for random harmonic analysis of composite plates with uncertain modal damping parameters, Journal of Sound and Vibration, 2017, 400: 1~12.

- [57]Adams R D, Bacon D G C, Effect of fibre orientation and laminate geometry on the dynamic properties of CFRP, *Journal of Composite Materials*, 1973, 7(4): 402~428.
- [58]Ni R G, Adams R D, The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams-theoretical and experimental results, *Journal of Composite Materials*, 1984, 18(2): 104~121.
- [59]Berthelot J M, Assarar M, Sefrani Y, et al, Damping analysis of composite materials and structures, *Composite Structures*, 2008, 85(3): 189~204.
- [60]Maheri M R, Adams R D, Modal vibration damping of anisotropic FRP laminates using the Rayleigh-Ritz energy minimization scheme, *Journal of sound and vibration*, 2003, 259(1): 17~29.
- [61]Munjal B S, Trivedi H V, Sarma P, Vibration damping on graphite and KEVLAR [R] composites using piezoceramic powder coatings: a review, *The Shock and vibration digest*, 2007, 39(1): 3~18.
- [62]Min J B, Novel Vibration Damping of Ceramic Matrix Composite Turbine Blades Developed for RLV Applications, 2000.
- [63]Vagaggini E, Domergue J M, Evans A G, Relationships between Hysteresis Measurements and the Constituent Properties of Ceramic Matrix Composites: I, Theory, *Journal of the American Ceramic Society*, 1995, 78(10): 2709~2720.
- [64]Guo H, Wang B, Yang C, Uniaxial Macro-Mechanical Property and Failure Analysis of a 2D-Woven SiC/SiC Composite, *High Temperature Ceramic Matrix Composites 8: Ceramic Transactions*, 2014, 248: 279~285.
- [65]李潘, 王波, 甄文强, 2D-SiC/SiC 陶瓷基复合材料的拉伸本构模型研究, *中国陶瓷工业*, 2013, 20(5): 10~14.
- [66]Cox B, Failure Mechanisms for Ceramic Matrix Textile Composites at High Temperature, Rockwell Science Center, Thousand Oaks, CA (US), 1999.
- [67]Gopalaratnam V S, Meng L, Failure Modes and Toughening Mechanisms in CMC, *Mechanics Computing in 1990's and Beyond*, 2015: 1015~1019.
- [68]Sevener K M, Tracy J M, Chen Z, et al, Crack Opening Behavior in Ceramic Matrix Composites, *Journal of the American Ceramic Society*, 2017, 100(10): 4734~4747.
- [69]赵龙, 孙志刚, 李龙彪, et al, 蒙特卡罗模拟单向陶瓷基复合材料单轴拉伸行为, 中国航空学会发动机结构强度振动学术研讨会, 2008.
- [70]Gowayed Y, Ojard G, Santhosh U, et al, Modeling of crack density in ceramic matrix composites, *Journal of Composite Materials*, 2015, 49(18): 2285~2294.
- [71]方光武, 高希光, 宋迎东, 单向纤维增强陶瓷基复合材料界面滑移规律, *复合材料学报*, 2013, 30(4): 101~107.
- [72]Zhang S, Gao X, Chen J, et al, Strength model of the matrix element in SiC/SiC composites, *Materials & Design*, 2016, 101: 66~71.
- [73]高希光, 王绍华, 宋迎东, SIMULATION OF COMPOSITE NON-LINEAR MECHANICAL BEHAVIOR OF CMCS BY FEM-BASED MULTI-SCALE APPROACH, *南京航空航天大学学报: 英文版*, 2013, 30(4): 328~334.
- [74]Gao X, Zhang S, Fang G, et al, Distribution of slip regions on the fiber-matrix interface of ceramic matrix composites under arbitrary loading, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2015, 34(20): 1713~1723.
- [75]Keith W P, Kedward K T, Shear Damage Mechanisms in a Woven, Nicalon-Reinforced Ceramic-Matrix Composite, *Journal of the American Ceramic Society*, 1997, 80(2): 357~364.

- [76]Li J, Jiao G Q, Wang B, A CDM Model and its FE Implementation for 2D C/SiC Composite under Tension and Shear Loads, *Advanced Materials Research*, 2013, 702: 213~217.
- [77]Yang C P, Jiao G Q, Wang B, et al, Damage-based failure theory and its application to 2D-C/SiC composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2015, 77: 181~187.
- [78]Luh E Y, Evans A G, High-Temperature Mechanical Properties of a Ceramic Matrix Composite, *Journal of the American Ceramic Society*, 1987, 70(7): 466~469.
- [79]Goldsby J C, Temperature-dependent elastic and anelastic behavior of silicon-based fiber-reinforced silicon carbide ceramic matrix composites, *Materials Science and Engineering: A*, 2000, 279(1-2): 266~274.
- [80]Deng Y, Li W, Wang R, et al, The temperature-dependent fracture models for fiber-reinforced ceramic matrix composites, *Composite Structures*, 2016, 140: 534~539.
- [81]Xiguang G, Long L, Yingdong S, A temperature-dependent constitutive model for fiber-reinforced ceramic matrix composites and structural stress analysis, *International Journal of Damage Mechanics*, 2014, 23(4): 507~522.
- [82]Wang J, Wang Y, Ma Q, et al, Study on the dynamic constitutive equation of 2DC(f)/SiC composite, *Xiyou Jinshu Cailiao yu Gongcheng(Rare Metal Materials and Engineering)*, 2007, 36(5): 801~804.
- [83]Mingshuang L, Yulong L, Fei X, et al, Dynamic compressive mechanical properties and a new constitutive model of 2D-C/SiC composites, *Materials Science and Engineering: A*, 2008, 489(1-2): 120~126.
- [84]Li T, Fan D, Lu L, et al, Dynamic fracture of C/SiC composites under high strain-rate loading: microstructures and mechanisms, *Carbon*, 2015, 91: 468~478.
- [85]王勳成, 有限单元法, 清华大学出版社有限公司, 2003: 458~519.
- [86]Singiresu S R, *Mechanical vibrations*, Addison Wesley, 1995: 145~223.
- [87]张锦, 刘晓平, 叶轮机振动模态分析理论及数值方法, 国防工业出版社, 2001: 142~152.
- [88]刘扬, 刘巨保, 罗敏, 有限元分析及应用, 中国电力出版社, 2008: 162~175.

致谢

不知不觉研究生生涯已近尾声，而我也已经在南京航空航天大学生活、学习了七年。回首这七年，我感受到了自己一步步的成长和一点点的进步。这段时光离不开老师的谆谆教导、朋友们的互帮互助、家人的鼎力支持。

首先我要感谢我的导师宋迎东教授，他严谨的科研精神和豁达的生活态度一直深深地影响着我。他虽然平时很忙碌，但却将学生的科研工作一直放在心上，在学习、生活中给予了我很大的帮助。感谢我的指导老师高希光教授，高老师大一就是我的学术导师，是与我相处时间最长的老师。相处时间越久，就越发现高老师拥有一个有趣的灵魂。他乐于思考，勇于探索，总是能想出许多新奇的点子，很是让人敬佩。对于学生的教导，他善于引导而不是填鸭式教育，这让我受益良多。在生活中，他又很幽默风趣，总给我们带来意料不到的惊喜。同时，我还要感谢课题组的其他老师们，他们认真、负责且充满智慧，一直是我学习的榜样。

我还要感谢我的同学、朋友们，与我朝夕相处的他们让我的生活变得多姿多彩。感谢课题组的师兄、师姐、师弟、师妹们，遇到科研问题大家一起探讨研究，是他们给我营造了很好的学习氛围。感谢我的室友殷宁、高婉宁、马亚男，和他们在一起的时光总是充满了欢乐，大家相互包容、相互理解、温暖着彼此。感谢我的朋友徐蓉，她就是无所不能的女超人，拥有积极向上的生活态度。还要感谢我的男友王步升，在生活、学习中遇到困难，我会产生一些负能量、坏脾气，是他一直耐心地安慰我、包容我、鼓励我，有他在身边我感到非常安心。

感谢我的家人们，他们给予了我无私的爱与关怀，让我有动力不断前行并成为更好的人。

最后，衷心感谢评审专家在百忙之中评阅本论文。

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

1. 徐雅洁, 高希光, 张华军, 宋迎东. 损伤对平纹编织陶瓷基复合材料梁振动特性影响的试验研究.

攻读硕士学位期间发表专利情况

1. 宋迎东, 徐雅洁, 高希光, 张盛, 于国强. 一种陶瓷基复合材料模态的非线性计算方法. (专利号: 201911138360.7, 公开)
2. 宋迎东, 徐雅洁, 高希光, 于国强, 张盛. 一种旋转陶瓷基复合材料叶片的模态计算方法. (专利号: 201911130769.4, 公开)
3. 高希光, 徐雅洁, 宋迎东. 陶瓷基复合材料结构非线性振动稳态响应计算软件(软件著作权, 已登记)