

中图分类号: TB332
学科分类号: 082502

论文编号: 1028702 17-S132

硕士学位论文

陶瓷基复合材料本构模型及振动分析

研究生姓名	陈 晶
学科、专业	航空宇航推进理论与工程
研究方向	复合材料力学行为分析
指导教师	高希光 教授

南京航空航天大学

研究生院 能源与动力学院

二〇一六年十二月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics
The Graduate School
College of Energy and Power Engineering

Constitutive Model and Vibration Analysis of Ceramic Matrix Composites

A Thesis in

Aerospace Propulsion Theory and Engineering

by

Chen Jing

Advised by

Prof. Gao Xiguang

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

December, 2016

摘 要

陶瓷基复合材料 (Ceramic matrix composites, CMCs) 因其优异的高温性能, 在航空航天领域展现出广阔的应用前景。但是在工程应用中, 陶瓷基复合材料往往具有复杂的预制体结构, 而且承受各类动态载荷。如果 CMCs 结构设计不当, 会引起共振等现象, 导致结构发生破坏。为了避免上述情况, 需要对 CMCs 的动力学特性进行研究。

本文首先开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的力学试验研究, 获取了复合材料的循环拉压加卸载应力应变曲线, 研究了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的刚度渐软特性, 得到了刚度退化程度与应力水平的关系。开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁的基础激励扫频振动实验, 获取了复合材料梁的幅频曲线, 发现了“一弯”幅频曲线随激励载荷增大而向左偏移的现象, 研究了固有频率、振幅和阻尼比与激励载荷的关系。

研究了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的循环拉压加卸载应力应变曲线特征, 提出了一种可描述任意加卸载条件下应力应变关系的宏观经验本构模型。此外, 本文还采用多尺度力学方法描述 2D 针刺 C/SiC 本构关系。应用 X-ray CT 技术选取材料的代表体元, 采用剪滞模型描述单向纤维层的本构响应, 通过有限元方法计算复合材料的宏观应力-应变响应。

分别从时间域和频率域对针刺 C/SiC 复合材料梁的振动响应进行了仿真计算。时间域上, 采用中心差分法求解复合材料梁的振动方程, 并将建立的宏观经验本构模型代入方程中, 计算得到了 2D 针刺 C/SiC 复合材料梁的位移-时间响应。频率域上, 用梁的静挠度变形近似代替复合材料梁的振型, 基于多尺度本构模型计算了复合材料梁端部受集中力作用下材料的损伤状态, 然后对单元进行刚度折减, 在频率域求解系统的振动特征方程, 获得了复合材料梁损伤后的固有频率, 研究了损伤对固有频率的影响。

关键词: 陶瓷基复合材料, 本构模型, 振动, 有限元, 多尺度模拟

ABSTRACT

Ceramic Matrix Composites (CMCs) show a good prospect in the field of aerospace, because of its excellent high temperature performance. The CMCs used in engineering usually consist of complex preforms and burden dynamic loads. As a result, the composites present very different damage modes and behavior. If not designed properly, the CMCs structures may be damaged due to resonance. To avoid such situation, the present study will focus on the dynamic properties of the CMCs.

The mechanical testing of 2D needled C/SiC composites has been performed. The properties of the composites under loading-unloading have been achieved. A stiffness degradation behavior was found in 2D needled C/SiC composites, and the effects of stress level was studied. Besides, the frequency-sweep tests of a 2D needle C/SiC composites beam under base excitation was conducted. A natural frequency shifting behavior was found and the effect of the load level on the natural frequency, amplitude and damping was discussed.

A polynomial fitting method was adopted to describe the stress-strain hysteresis loops and then an empirical constitutive model was developed. Besides, a multi-scale model was adopted to describe the constitutive model of the composites. The representative volume element (RVE) of the composite was chosen through X-ray CT technology. The property of the basic component of the RVE, the unidirectional layer, was described by the shear lag model. Accordingly, the stress-strain curve of the 2D needled C/SiC composites was simulated using finite element method.

Employing the empirical constitutive model and the central difference method, the displacement response of the composites beam under vibration load was calculated in the time domain, and the frequency-amplitude curves were obtained. Through replacing the vibration mode with the static deflection, the damage state of the composites beam was simulated with the multi-scale model. With the stiffness degradation, the modal model was analyzed in the frequency domain and the natural frequency was obtained.

Keywords: CMCs, constitutive model, vibration, finite element method, multi-scale modeling

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT	II
目 录.....	III
图表清单	VI
注释表.....	VIII
缩略词.....	IX
第 1 章 绪 论.....	1
1.1 选题背景.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 单向陶瓷基复合材料失效机理.....	2
1.2.2 针刺陶瓷基复合材料失效机理.....	3
1.2.3 陶瓷基复合材料振动研究.....	6
1.3 本文的主要研究工作.....	7
第 2 章 2D 针刺 C/SiC 复合材料本构与振动响应的实验研究.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料的细观结构.....	9
2.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉压加卸载实验.....	10
2.3.1 2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉压加卸载实验方案.....	10
2.3.2 2D 针刺 C/SiC 材料循环拉压加卸载实验结果分析.....	11
2.4 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验.....	14
2.4.1 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验方案.....	14
2.4.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验结果分析.....	15
2.5 本章小结.....	21
第 3 章 2D 针刺 C/SiC 复合材料本构模型.....	22
3.1 引言.....	22
3.2 单向陶瓷基复合材料弹性参数.....	22
3.3 单向陶瓷基复合材料细观本构模型.....	23
3.3.1 热膨胀系数.....	23

3.3.2	应力平衡.....	24
3.3.3	界面脱粘.....	24
3.3.4	基体开裂与闭合.....	26
3.3.5	应力应变响应.....	27
3.3.7	算例.....	28
3.4	2D 针刺 C/SiC 复合材料多尺度本构模型.....	29
3.4.1	代表性体积单元.....	29
3.4.2	各组分本构模型.....	31
3.4.3	2D 针刺 C/SiC 复合材料应力应变曲线模拟.....	31
3.5	2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观经验本构模型.....	33
3.5.1	单调拉伸描述方法.....	33
3.5.2	迟滞环描述方法.....	34
3.6	算例.....	38
3.6.1	2D 针刺 C/SiC 复合材料多尺度本构模型算例.....	38
3.6.2	2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观经验本构模型算例.....	40
3.7	本章小结.....	42
第 4 章	2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动仿真.....	43
4.1	引言.....	43
4.2	2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动频域研究.....	43
4.2.1	结构振动的频率域分析方法.....	43
4.2.2	算例.....	45
4.3	2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动时域研究.....	47
4.3.1	全量有限元方法和时间积分.....	47
4.3.2	3D-20node 单元介绍和有限元编程方法.....	50
4.3.3	计算结果分析.....	53
4.4	本章小结.....	56
第 5 章	全文总结与展望.....	57
5.1	本文主要工作和总结.....	57
5.2	今后的研究展望.....	57
	参考文献.....	59
	致谢.....	64

在学期间的研究成果及发表的学术论文.....65
附录66

图表清单

图 1.1 针刺工艺用针 ^[24]	4
图 2.1 2D 针刺材料示意图.....	9
图 2.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料细观结构.....	10
图 2.3 针刺复合材料试件尺寸图 (单位 mm).....	10
图 2.4 2D 针刺 C/SiC 复合材料试件实物图.....	10
图 2.5 常温拉伸试验试件加强片.....	10
图 2.6 拉伸和压缩应力应变曲线.....	12
图 2.7 针刺 CMCs 的循环加卸载曲线.....	12
图 2.8 迟滞环平均归一化模量随最大卸载应变和最大卸载应力的变化.....	13
图 2.9 迟滞环能量耗散.....	13
图 2.10 能量耗散系数随卸载应变的变化.....	13
图 2.11 针刺复合材料宏观断口图片.....	14
图 2.12 针刺复合材料断口 SEM 图片.....	14
图 2.13 振动实验装置.....	15
图 2.14 针刺 C/SiC 复合材料梁幅频曲线.....	16
图 2.15 固有频率和共振振幅随载荷的变化.....	17
图 2.16 阻尼比随激励载荷的变化.....	18
图 2.17 固有频率、共振振幅和阻尼比随激励载荷的变化.....	19
图 2.18 181.2 Hz 和 176 Hz 驻频振动位移响应.....	20
图 2.19 171.5 Hz 和 168.3 Hz 驻频振动位移响应.....	20
图 2.20 163.3 Hz 和 160.3 Hz 驻频振动位移响应.....	21
图 2.21 160 Hz 驻频振动位移响应.....	21
图 3.1 单向复合材料的主要失效形式.....	23
图 3.2 脱粘区.....	25
图 3.3 纤维受力图.....	25
图 3.4 小复合材料基体裂纹密度分布.....	27
图 3.5 裂纹密度分布模型.....	27
图 3.6 C/SiC 小复合材料应力应变曲线.....	29
图 3.7 2D 针刺 C/SiC 复合材料 X-CT 图像.....	30
图 3.8 2D 针刺 C/SiC 复合材料 X-CT 切片.....	30
图 3.9 针刺代表体元示意图.....	30
图 3.10 多尺度计算流程图.....	32
图 3.11 拉伸和压缩应力应变曲线.....	33
图 3.12 主迟滞环和子迟滞环示意图.....	34
图 3.13 卸载段拟合参数 p_{ni} ($i=1,2,3,4$) 随历史最大卸载应变的变化.....	35
图 3.14 再加载段拟合参数 p_{ni} ($i=1,2,3,4$) 随历史最大卸载应变的变化.....	36

图 3.15 RVE 有限元模型.....	40
图 3.16 2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观应力应变曲线.....	40
图 3.17 拟合迟滞环曲线.....	41
图 3.18 迟滞环内部部分卸载和再加载.....	41
图 3.19 应变载荷.....	41
图 3.20 计算应力应变响应.....	42
图 4.1 卸载弹性模量随历史最大应力的变化规律.....	44
图 4.2 复合材料模态分析流程图.....	45
图 4.3 复合材料梁有限元模型（局部）.....	46
图 4.4 0 度单向纤维层应力图.....	46
图 4.5 计算固有频率与实验固有频率.....	47
图 4.6 186 单元局部坐标图和结点排序方式.....	50
图 4.7 时域振动响应计算流程图.....	53
图 4.8 有限元模型图.....	53
图 4.9 悬臂梁 1、2、3 阶振型.....	54
图 4.10 弹性梁端部结点位移响应.....	54
图 4.11 复合材料梁振动的端部位移响应.....	55
图 4.12 根部单元应力应变响应.....	55
图 4.13 计算和实验幅频曲线.....	56
表 2.1 T700-6K 碳纤维的主要性能.....	9
表 2.2 试验件试验段尺寸.....	11
表 2.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料的模量和强度.....	11
表 2.4 振动试件测试段尺寸.....	15
表 2.5 试件 V1 的固有频率随扫频次数的变化.....	17
表 2.6 试件 V1 的共振振幅随扫频次数的变化.....	17
表 3.1 纤维和基体的细观参数.....	28
表 3.2 基体裂纹密度分布参数.....	28
表 3.3 RVE 几何尺寸.....	31
表 3.4 单向 C/SiC 复合材料细观参数.....	38
表 3.5 2D 针刺 C/SiC 复合材料组分弹性参数 ^[64]	39
表 3.6 单向 CMCs 和网胎层的破坏参数.....	39
表 3.7 基体裂纹分布参数.....	39
表 3.8 纤维束层和网胎层弹性参数.....	39
表 4.1 复合材料梁的计算固有频率.....	46
表 4.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料工程弹性参数.....	50
表 4.3 弹性算例固有频率.....	54

注释表

ψ	能量耗散系数	$\alpha_c, \alpha_f, \alpha_m$	复合材料, 纤维和基体的热膨胀系数
m, c	质量, 阻尼系数		
k	刚度	E_f, E_m, E_c	纤维, 基体和复合材料的弹性模量
f	激振力		
ω, t, φ	激振角频率, 时间, 相位	d	脱粘区长度
β_d	位移振幅放大因子	d_r	反向滑移区长度
λ	激励频率和固有频率之比	r_f	纤维半径
ζ	阻尼比	τ_i	纤维/基体滑移剪力
v_f, v_m	纤维基体体积分数	D, D_{sat}	裂纹密度, 饱和裂纹密度
L	裂纹平均间距	m_0, σ_0	Weibull 分布统计参数
E_i, G_i, μ_{ij}	拉伸弹性模量, 剪切模量, 泊松比	$W, L, H_0, R, H_{90}, H_1, H_2,$	RVE 单元几何尺寸
σ_f, σ_m	纤维, 基体应力	p_{ui}, p_{ri}	迟滞环拟合参数
ΔT	温度差	s_σ, s_ε	缩放系数
E_{net}	网胎层弹性模量	ρ	质量密度
X_t, X_c	单向材料 2、3 方向的拉伸和压缩强度	Y_t, Y_c	网胎层的拉伸和压缩破坏应变
a, \dot{a}, \ddot{a}	位移, 速度, 加速度	M, F, K, C, Q	质量, 弹性恢复力, 刚度, 阻尼, 载荷矩阵

缩略词

缩略词	英文全称
CMCs	Ceramic Matrix Composites
CVI/CVD	Chemical vapor infiltration/deposition
PIP	Precursor infiltration and pyrolysis
RMI	Reactive melt infiltration
SI	Slurry infiltration
HP	Hot pressing
AE	Acoustic emission
SEM	Scanning electron microscope
PyC	Pyrolytic carbon
X-ray CT	X-ray Computed Tomography
RVE	Representative volume element

第1章 绪论

1.1 选题背景

陶瓷基复合材料 (Ceramic matrix composites, 简称 CMCs) 是以陶瓷 (C、SiC、HfC、ZrC、TaC、HfB₂、ZrB₂ 等) 为基体并将其与各种纤维 (C、SiC 等) 经过特定工艺复合而成的一类复合材料。现有的制造工艺有化学气相渗透/沉积法 (Chemical vapor infiltration/deposition, CVI/CVD)、先驱体转化法 (Precursor infiltration and pyrolysis, PIP)、反应熔融渗透法 (Reactive melt infiltration, RMI)、浆料浸渗法 (Slurry infiltration, SI)、原位反应法 (In-situ reaction)、热压烧结法 (Hot pressing, HP) 等^[1]。

经过上述工艺制成的 CMCs 密度仅为高温合金的 1/3 左右, 且在高温下具有高比模量、高比强度以及良好的耐热冲击、耐磨损、抗腐蚀性能。因此, 它非常适合用来制备航空发动机的热端部件, 包括整体燃烧室、涡轮叶片、涡轮间过渡机匣、排气喷管、尾喷管等。20 世纪 80 年代, 法国 SNECMA 公司成功的将 C/SiC 复合材料应用于 M88 发动机的喷管调节片, 并于 2002 年开始批量生产。CFM 公司的 LEAP 发动机, 采用了 SiC/SiC 复合材料作为第一级高压涡轮机匣。2015 年, GE 航空公司又通过 F414 涡扇发动机验证机平台, 成功试验了世界上首个 CMC 转子部件, 标志着 CMCs 的应用领域开始从静子部件扩展到转子部件^[2-4]。

振动是航空发动机结构承受的主要载荷之一, 也是引起结构破坏的主因之一。大量研究表明, CMCs 材料在拉伸、压缩、剪切载荷下都表现出变刚度与迟滞特性, 材料的变刚度行为对结构动力学设计带来了巨大困难, 因为结构在实际使用过程中所受的外载荷是未知的, 而系统刚度又是随着外载荷发生变化的。工程师在设计结构时, 结构的固有频率避开了激振频率, 但是随着材料性能退化, 结构很可能发生共振, 引发灾难性后果。因此有必要对 CMCs 的变刚度特性及其在振动载荷下的特性进行研究。

然而要解决上述问题是极为困难的。一方面, 与传统金属材料不同, CMCs 为非均匀多相材料, 细观结构复杂, 且宏观响应为各向异性, 表现出的振动特性更为复杂, 现有针对各向同性材料的振动模型和理论难以应用于 CMCs; 另一方面, CMCs 的基体为脆性材料, 基体的失效应变远低于增强纤维, 且基体开裂后会引发纤维/基体界面的脱粘, 振动过程中既有纤维和基体的滑移摩擦又有裂纹的开闭合行为, 这些强非线性特征都令 CMCs 结构的振动问题异常复杂。

此外, 工程中应用的 CMCs 通常具有复杂的预制体结构, 如 2D 编织结构、2.5D 编织结构、3D 编织结构和针刺结构等。以针刺 CMCs 为例, 该种材料是采用针刺工艺, 在垂直碳布方向引入了阵列分布的针刺纤维束, 使得单向纤维层和网胎层互相约束, 从而对层合的单

向碳布和网胎纤维进行厚度方向的增强,最终形成在三个方向上都有较好力学性能的准三维复合材料。针刺 CMCs 克服了 2D 编织 CMCs 层间强度低和 3D 编织 CMCs 内部难以致密的缺点,并可适用于厚度变化较大的异形构件。

针刺 CMCs 还具备预制体工艺简单、成本低等优点,在航空航天领域已获得更广泛的应用^[5,6]。目前该种材料已成功应用于固体火箭发动机喷管、螺栓、飞机刹车盘等结构^{[7][8]}。然而,其预制体的复杂细观结构同时也给其失效模式和力学模型的分析带来了困难。

近年来,研究者们针对 CMCs 失效机理开展了不少工作,但目前对于复杂预制体 CMCs 宏观特性与细观损伤之间联系的研究尚不够成熟,定性的结论多于定量的分析,严重制约了该材料的应用。在此背景之下,本课题以 2D 针刺 C/SiC 复合材料为研究对象:通过开展静态试验、细观损伤观察和振动试验获取了 CMCs 渐进损伤和振动特性,并对其不同尺度的损伤模式进行了分析。在此基础上,建立了一种反映复杂预制体 CMCs 宏观渐进损伤特性与细观损伤之间联系的多尺度力学分析方法和一种基于实验数据的宏观经验本构模型,并应用于 CMCs 结构振动特性的模拟。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 单向陶瓷基复合材料失效机理

单向纤维增强陶瓷基复合材料只含有一个方向的纤维,具有最简单的预制体结构,国内外学者对其拉伸行为进行了很多研究。Domergue 等^[9]指出单向纤维增强 CMCs 的主要失效模式包括基体开裂、纤维/基体界面的脱粘、纤维断裂失效和拔出等。单调拉伸载荷作用下,当应力水平低于比例极限时,可认为材料内部没有损伤发生,材料保持线弹性;当应力达到比例极限以上时,裂纹将首先在基体中发生扩展,并引起纤维/基体界面的脱粘,宏观应力-应变曲线则呈现出非线性偏转;随着应力的进一步增大,基体裂纹将达饱和状态,且界面完全脱粘,纤维断裂失效和拔出将成为主要的损伤模式,随着纤维失效体积分数的持续增大将最终造成复合材料的整体失效。Chateau 等^[10]在扫描电子显微镜下观察了 SiC/SiC 小复合材料的原位拉伸损伤破坏过程,定位了基体裂纹萌生的位置和数量。Cahill 等^[11]开展了单向复合材料预制裂纹的偏轴拉伸实验,结果表明裂纹总是沿着纤维方向扩展。

可以看出,单向 CMCs 沿纤维方向受力时,主要失效模式为基体开裂、纤维/基体界面脱粘、纤维断裂。

1.2.1.1 基体开裂

Aveston 等^[12]假设基体开裂后,裂纹在复合材料内均匀分布,根据开裂过程中的能量平衡方程,建立了基体开裂临界应力 σ_{cr} 与复合材料细观参数之间的关系,由此建立了 ACK 模型。当纤维方向应力达到 σ_{cr} 时,基体将产生裂纹,裂纹的密度直接达到最终的饱和密度,不考虑裂纹的渐进演化。Solti 等^[13]则提出了临界基体应变能准则,用以分析当应力高于 σ_{cr}

时基体裂纹的演化。他们假设当基体应变能达到临界值时，基体发生开裂，应力重新分布，随着载荷的不断增大，裂纹密度逐渐增大，直至到达饱和值。Curtin^[14]提出了临界应变准则判断基体开裂，采用 Weibull 分布来描述基体裂纹的萌生位置。苗燕等^[15]采用蒙特卡罗法对 CMCs 的基体随机开裂进行了模拟。

1.2.1.2 纤维/基体界面脱粘

纤维/基体界面的特性是 CMCs 增韧机制的主导因素之一，界面损伤模式主要有界面脱粘和界面磨损。界面脱粘在 CMCs 中是极为普遍的现象，对于界面脱粘的分析主要有两种方法：第一种即最简单的最大剪应力准则^[16]，认为当界面剪应力达到界面粘结强度时即发生脱粘；第二种则处理为断裂力学问题，如 Gao 等^[17,18]基于断裂能推导出了界面脱粘长度与界面剪应力之间的关系。

Evans 等^[19,20]是最早关注 CMCs 中界面磨损的研究者之一，他们提出了界面最大摩擦剪应力随疲劳加载循环数的指数退化关系。Solti 等^[21]首先建立了基于界面参数的细观力学模型，并计算出迟滞耗散能随加载循环数的变化规律，将之与试验获取的疲劳迟滞回线进行对比，从而反推出界面最大摩擦剪应力随循环数的变化关系。

1.2.1.3 纤维断裂

对于连续纤维增强 CMCs，其增强纤维的失效最终决定了复合材料的失效。纤维失效具有随机特性，通常采用 Weibull 分布来描述其失效概率^[22]。纤维失效概率取决于纤维端部应力以及滑移/拔出长度。

可以看出，单向 CMCs 的渐进损伤模式主要是基体开裂、纤维/基体界面脱粘、纤维断裂。一般采用剪滞模型来模拟单向 CMCs 的单调拉伸行为。

1.2.2 针刺陶瓷基复合材料失效机理

法国欧洲动力装置公司 (SEP) 于 20 世纪 80 年代发明了成熟的针刺技术，并成功生产出了最大外径 2.4 m 的喉衬和出口外径 2600 mm 的喷管。针刺预制体主要分为两种：一种是短切预氧丝纤维毡，成本低廉，但力学性能不佳，而且在后续炭化过程中热变形较大。另一种是由短切纤维和纤维布两部分组成，纤维布的加入使得材料的力学性能得到很大提高。其中，短切纤维经过特殊处理后以提高卷曲度，之后梳理成网作为网胎层为后续的针刺工艺提供纤维。如图 1.1 所示，刺针结构主要由针尖、针叶和针柄等组成。在针下刺过程中，针尖用于穿透各层纤维，针叶用于将短切纤维和部分被切断的纤维布带入下层，而在回针时，带入的纤维仍保持原位；经过数次针刺后，这些带入的纤维与水平方向上的纤维布相互缠结、相互约束，最终形成具有一定强度和独特结构的预制体^[23,24]。

可以看出，与编织复合材料相比，针刺材料工艺简单、成本低廉，与层合材料相比，针刺材料的层间性能较好。针刺复合材料具有以上优点，但是其预制体结构更加复杂，首先针刺工艺带入各层的纤维含量是随机的，针刺纤维和纤维布的缠绕方式是随机的，针刺孔的大

小以及对纤维布的损伤情况也是随机的，这就给几何建模和力学分析带来了困难。

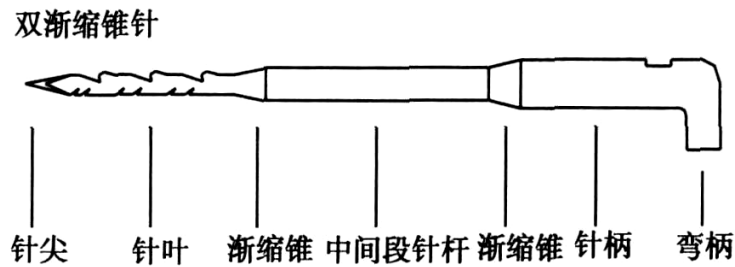


图 1.1 针刺工艺用针^[24]

闫联生等^[25]采用 CVI 和 PIP 的混合工艺沉积 SiC 基体，分别制备了二维碳纤维针刺、三维碳纤维编织和二维预氧丝针刺的复合材料。他们发现沉积温度越高，沉积速率越大，但是随着沉积时间的增加，沉积速率逐渐减小。在力学性能上，碳纤维针刺复合材料的力学性能高于预氧丝针刺复合材料。

Fang 等^[26]利用声发射技术 (Acoustic emission, AE)，研究了室温下 3D 针刺的单调拉伸行为，并对断口进行了 SEM (Scanning electron microscope) 观测，分析了材料的损伤机理。结果表明，在应力应变曲线的线弹性段，对应的声发射信号几乎为 0，表明此时损伤发展缓慢；当应力应变曲线开始偏转后，即当材料从弹性向塑性转变时，对应的声发射信号急剧增大，他们认为此时的微裂纹开始向宏观裂纹发展，材料内部发生纤维桥连；当应力继续增加后，材料主要由纤维承力，并通过热解碳界面 (Pyrolytic carbon, PyC) 传递载荷，伴随着纤维的断裂，声发射信号与应力近似线性变化。

梅辉等^[27]采用红外热成像设备检测了三维针刺密度梯度纤维预制体，经过 CVI 工艺沉积 SiC 前后内部的密度变化，追踪材料内部缺陷的遗传性，并用 X-ray CT (Computed Tomography) 扫描技术验证了实验的可靠性。

Nie 等^[28]研究了 3D 针刺 C/SiC 复合材料在 Ar 气和模拟空气氛围下的热衰退特性，并通过测量悬臂梁共振频率的方法测试了复合材料的弹性模量，他们发现：经过 700-1200 摄氏度的热循环，材料弹性模量随着循环数呈线性递减趋势；PyC 界面、碳纤维和 SiC 基体的氧化行为加速了材料的弹性模量和剩余强度的退化。

郭友军等^[29]采用 CVI 方法制备了三维针刺 C/SiC 复合材料，发现其层间剪切强度得到了显著提高 (95 MPa)，远高于二维层合 C/SiC 复合材料的剪切强度 (35 MPa)。

聂景江等^[30]研究了针刺 C/SiC 复合材料的单调拉伸和拉伸加卸载下的力学行为，结果表明：单调拉伸和拉伸加卸载的应力-应变曲线均为非线性变化，卸载应力水平对卸载后的残余应变和再加载模量有较大影响。

Li 等^[31]研究了 3D 针刺 C/SiC 复合材料在不同应变率下的压缩特性，他们发现应变率对这种材料的压缩特性影响很小，但是破坏模式变化很大。在低应变率压缩载荷下，材料的破

坏形式是剪切破坏，而在高应变率载荷下，材料则呈现出粉碎性破坏。

Chen 等^[32]研究了 3D 针刺 C/C-SiC 复合材料从室温到 2000 摄氏度的单调拉伸力学行为，他们发现随着温度升高，材料的拉伸强度先增大后减小，在 1800 摄氏度达到峰值，而弹性模量则逐渐减小。他们认为热应力的释放和热解碳层的石墨化导致的纤维/基体界面强度降低，有益于提高材料强度，但是 1800 摄氏度后 SiC 基体快速的结晶化则使材料强度降低。

方光武等^[33]研究了针刺陶瓷基复合材料的常温低周疲劳失效机理，他们发现 2D 针刺 C/SiC 复合材料在室温下具有较好的抗疲劳特性，能达到拉伸强度的 85%，而且存在疲劳强化的现象。他们从 SEM 断口分析认为，疲劳载荷下，纤维/基体的界面结合强度逐渐减小，使得材料内部的应力更加均匀，是材料发生疲劳强化现象的主因。

国内外研究者不仅开展了针刺 CMCs 的常温和高温下的静态实验和动态试验，分析其失效机理，还对其弹性性能和应力应变进行了仿真计算。

史剑^[34]将伞形针刺纤维束简化为圆柱，建立了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的几何模型，并采用 BHE 剪滞模型、ACK 基体开裂模型和纤维强度分布的 Weibull 统计模型，结合有限元方法模拟了针刺 C/SiC 复合材料的拉伸应力应变行为。

李龙等^[35]基于针刺 C/SiC 复合材料光学显微照片的微观形貌，选择恰当的代表体积单元 (Representative volume element, RVE)，建立了针刺复合材料的单胞模型，通过有限元法计算得到了复合材料的整体弹性常数。

Xu 等^[36]将伞形针刺纤维束简化为圆柱，建立 RVE 模型，引入 Mori-Tanaka 理论考虑了孔隙对材料性能的影响，预测了 2D 针刺 C/C 复合材料的弹性性能。Xu 等^[37]将针刺孔处蜷曲纤维简化为 Y 形纤维束，预测了 3D 针刺 C/SiC 复合材料的拉伸弹性模量。Xie 等^[38]对 3D 针刺 C/SiC 复合材料的截面进行了显微观察，通过描摹针刺孔边的纤维走向建立了四种 RVE 模型，并利用有限元方法预测了材料的弹性性能。

谢军波等^[39]研究了针刺 C/C-SiC 复合材料的面内剪切损伤行为，结果和材料的拉伸力学特性相似，针刺复合材料在剪切载荷下，应力应变表现为非线性，而在剪切加卸载载荷下，应力应变曲线表现为迟滞环的形式。

方光武等^[40]研究了室温下针刺 C/SiC 复合材料的静拉伸应力—应变行为，他们利用 XCT 技术还原了材料的微观形貌，并选取了代表性体积单元，建立了针刺 C/SiC 复合材料的单胞模型，并基于界面摩擦模型和有限元法计算得到了针刺 C/SiC 复合材料的宏观应力—应变响应。

谭勇洋等^[41]采用 Linde 失效准则判断纤维和基体的损伤演化，对针刺 C/C 复合材料的拉伸破坏进行了有限元数值模拟，并预测了材料的拉伸强度。

Jia 等^[42]采用有限差分法和剪滞模型研究了针刺方孔的应力集中问题，他们发现孔的宽度比长度对应力集中效应影响更大，而且纤维体积分数的增加能缓解应力集中效应，材料的拉伸强度随着针刺孔密度先增大后减小。

可以看出,针刺工艺对复合材料的结构、强度和刚度产生了很大的影响。文献报道的针刺复合材料模型建立的方法主要有光学显微镜观测法、金相显微镜观测法和 XCT 重构法,前两者都只能观测到复合材料某个面的细观结构,而 XCT 技术能对材料进行三维的重构,是比较先进和准确的方法。而由于针刺纤维的引入,确实增强了复合材料的层间性能,但是同时不可避免的是,由此带来了针刺位置的承力纤维减少和应力集中问题,文献报道的断口源头也多为针刺孔处。目前,对针刺纤维束的简化大致有:简化为圆柱、描摹纤维走向和 Y 形简化三种。之后就能建立复合材料的 RVE 模型,纤维和基体的损伤演化则采用多尺度方法或者是损伤力学方法,结合有限元方法就能对复合材料的弹性参数和应力应变响应进行预测。

1.2.3 陶瓷基复合材料振动研究

一个振动系统包括输入、输出和系统特性三方面。根据这三者的关系,可以将研究的振动问题分为三大类。一是响应计算:已知系统模型和外载荷,计算系统的响应;二是系统辨识或参数识别:已知输入和输出,求系统模型;三是载荷识别:已知系统模型和响应,求载荷形式。区别于传统金属材料,复合材料的材料非线性、各向异性、铺层可设计性、面内位移场、阻尼特性等都引入了新的振动研究问题。

自 1850 年 Kirchoff 提出单层板的面内位移公式至今,研究者们已提出了几十种理论,涵盖了薄板、中厚板和厚板的位移场,其中应用较广的有 Mindlin、Reddy、Levy 的板理论^[43]。Li 等^[44]利用 Layer-wise 和 Solid-Element 结合的方法,计算了层和复合材料的静态响应和自由振动。Torabi 等^[45]将正交层合梁的分层做了简化处理,分层区域被分成 2 个受约束的子梁,并给出了分层复合材料梁的固有频率和固有振型的有限元仿真。Houmat^[46]研究了纤维体积分数多项式型分布的单向复合材料的振型变化。Guan 等^[47]采用悬臂梁自由衰减方法确定固有频率,进而确定薄木质复合材料的弹性模量,发现与实验测得的面内剪切模量呈近似线性关系。Li 等^[48]利用扫描激光测振仪,采用 Gapped Smoothing Method 方法处理结构的振型数据,对点阵桁架夹心复合材料进行无损检测,准确识别了其内部的脱粘损伤。

国内外研究者也对陶瓷基复合材料的振动问题做了一些研究。陆韬、严博燕等^[49,50]等结合模态试验结果和优化思想,识别出了复合材料平板的工程弹性参数。但是他们将整个试件看作刚度一致,没有考虑试件各部位刚度分布不均匀的情况。

Gibson 等^[51-53]开发了一套 CMCs 悬臂梁的高温振动试验系统,实现了 1100 摄氏度以下材料模量和阻尼的测量。汤彬^[54]采用剪滞模型推导了单向 CMCs 在加-卸载过程中材料的摩擦耗能,进而得到了材料的阻尼。王伟^[55]采用动态力学分析仪研究了 C/SiC 复合材料在高温下的阻尼特性,他发现涂层会减小材料的阻尼,而存在最优的热解碳界面层厚度,使复合材料的阻尼最大。

Birman 等^[56]研究了裂纹密度对 CMCs 阻尼的影响,他们发现纤维、基体滑移是这种材

料阻尼变化的主因,而且应力幅越大,损耗系数也越大。王绍华^[57]基于剪滞模型发展了单向 CMCs 在拉压载荷下的本构模型,用梁单元建立了 CMCs 梁的横向振动有限元模型,采用中心差分法在时间域内对复合材料梁的动力学方程进行了求解,实现了对 CMCs 悬臂梁振动响应的模拟,并模拟计算了 CMCs 悬臂梁在脉冲激励和简谐激励下的响应。

Gao 等^[58]用摩擦单元模拟纤维和基体的滑移行为,实现了单向 CMCs 任意加卸载行为应力应变的模拟,将上述结果代入杆单元的时域振动方程,计算了单向 CMCs 杆的振动位移响应。Birman 等^[59]研究了正交陶瓷基复合材料 90 度层开裂后,材料的弯曲行为;他们假设由于裂纹张开闭合行为,材料的本构表现为双线性,进而研究了裂纹密度对复合材料梁固有频率的影响。

可以看出,国内外学者对复合材料振动特性的研究主要集中于:单层板、层合板面内位移场理论、复合材料的不同铺层设计引起的振动系统的响应计算、复合材料板内部裂纹和分层损伤的识别、无损检测识别材料的弹性参数、复合材料的阻尼测量和预测、仿真结构损伤后的振动响应等。而关于陶瓷基复合材料振动特性研究的文献主要集中在振动试验测试、模态方法的弹性参数识别和基于摩擦纤维/基体滑移摩擦阻尼的预测,缺少材料损伤后振动响应的计算仿真和实验对比。

1.3 本文的主要研究工作

第一章、分析了 CMCs 损伤失效机理的国内外研究现状,并分别对单向纤维增强 CMCs 和针刺 CMCs 的国内外的实验和理论研究内容进行了文献综述。

第二章、开展了针刺 CMCs 的力学试验研究,获取了材料的准静态拉压循环应力应变曲线,通过光学显微镜及扫描电子显微镜对 CMCs 失效断口进行了观察,分析了针刺 C/SiC 复合材料的失效模式。还开展了针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁的基础激励窄带扫频实验,获得了复合材料悬臂梁在不同激振加速度和扫频方向下的幅频曲线,分析了固有频率、共振振幅和阻尼比随激振载荷的变化规律和原因。

第三章、采用剪滞模型,考虑基体开裂、界面脱粘等细观损伤的影响,实现了单向纤维增强 CMCs 拉伸-卸载的应力-应变模拟;采用 X-ray CT 技术选取针刺 C/SiC 复合材料的代表体元,将单向纤维增强复合材料的细观力学模型代入针刺 CMCs 多尺度模型中,采用有限元法实现了针刺 C/SiC 复合材料宏观应力应变响应的计算,并与试验结果进行了对比。另外,本文基于实验应力应变曲线,提出了一种针刺 C/SiC 复合材料的宏观经验本构模型,将迟滞环区分为主迟滞环和子迟滞环,采用曲线拟合和统计方法实现了迟滞环的模拟。

第四章、基于第三章提出的针刺 C/SiC 复合材料多尺度本构模型,建立复合材料梁的有限元模型,采用预加载方法确定复合材料梁不同单元的损伤状态并对不同组分的刚度进行折减,在频率域内求解了损伤的复合材料梁的固有频率。另外,基于第三章提出的针刺 C/SiC 复合材料宏观经验本构模型,在时间域内离散了复合材料梁的振动方程,并自行编写有限元

计算程序，实现了复合材料梁每个时间步的振动响应。

第五章、对本课题研究进行了总结，介绍本文的主要研究成果，并对以后的工作进行了展望。

第2章 2D 针刺 C/SiC 复合材料本构与振动响应的实验研究

2.1 引言

连续纤维增强陶瓷基复合材料的宏观失效模式有基体开裂、纤维/基体界面脱粘和纤维断裂等，而在很小的载荷下，这些损伤就会在材料内部萌生，因此材料的刚度会随着外载荷的变化而变化，尤其是在振动交变载荷下，纤维/基体间摩擦剪力的方向变化和基体裂纹的开闭行为都深刻影响着材料的宏观刚度，所以有必要研究材料刚度随外载荷的变化规律，以及这种变刚度行为对复合材料结构的振动行为的影响。

本章分别开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的①循环拉压加卸载实验和②复合材料悬臂梁的振动实验，获得了静拉伸强度及弹性模量、循环迟滞回线以及振动幅频曲线，并用光学显微镜和扫描电镜对试件断口的宏观、微观结构和断口形貌进行了拍照观察。本章试验研究为后续 2D 针刺 C/SiC 复合材料的本构模型及振动研究提供了数据基础。

2.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料的细观结构

本文测试的材料为 2D 针刺 C/SiC 复合材料，其预制体结构示意图如图 2.1 所示；预制体由无纺 T700-6K 碳纤维按 0°、90° 方向交替层叠，在各层间又加铺短切碳纤维层，短切碳纤维层由杂乱无章的短切碳纤维组成，其功能是为针刺工艺提供厚度方向的碳纤维。之后采用针刺工艺将上层的纤维带入下层，起到连接各层的作用，以此来加强层间强度。

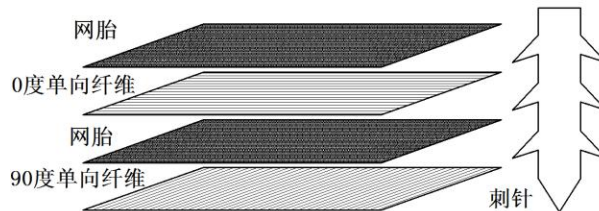


图 2.1 2D 针刺材料示意图

之后在预制体表面沉积一层热解碳，然后采用 CVI 工艺进行碳化硅基体的沉积，并重复多次以达到致密化，最终成品为复合材料板，尺寸约为 200 mm×200 mm。采用排水法测量材料密度为 1.98 g/cm³，孔隙率约为 11%。

表 2.1 T700-6K 碳纤维的主要性能

弹性模量 /GPa	拉伸强度 /MPa	延伸率/%	热膨胀系数 /K ⁻¹	密度/g×cm ⁻³	纤维半径/μm
230	4900	2.1	-3.8×10 ⁻⁷	1.8	3.5

复合材料成品侧面图如图 2.2 所示，测试的针刺 C/SiC 复合材料由 3 层 0 度单向纤维层、

2层90度单向纤维层以及6层网胎层组成，各层之间由针刺纤维束相连，因网胎层混杂在各层之间，很难区分，图中并未标注。

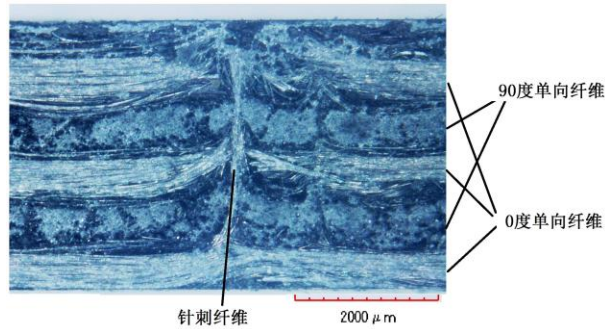


图 2.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料细观结构

2.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉压加卸载实验

2.3.1 2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉压加卸载实验方案

制备的 2D 针刺 C/SiC 复合材料都是板状材料，厚度约为 4~5mm。采用水切割的方法将材料切割成如图 2.3 和图 2.4 所示的狗骨状的试验件。

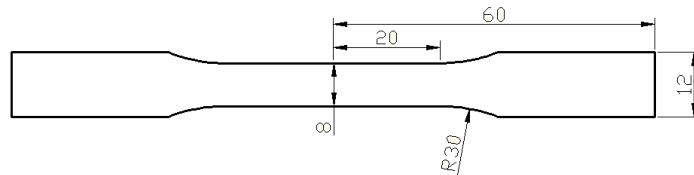


图 2.3 针刺复合材料试件尺寸图（单位 mm）



图 2.4 2D 针刺 C/SiC 复合材料试件实物图

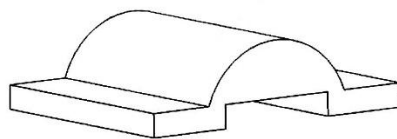


图 2.5 常温拉伸试验试件加强片

本文开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料准静态循环拉伸、压缩加卸载实验，实验在 PWS-100 电液伺服疲劳试验机上进行。实验采用力加载方式，加载速率为 0.05 KN/s。载荷历程为：先拉伸加载到 10 MPa，然后卸载、压缩到-10 MPa，再拉伸加载到 20 MPa，然后卸载、压缩到-20 MPa，以此类推；达到一定加卸载循环数后，先卸载到 0，再按上述加载速率拉伸

加载，直至试件断裂破坏。每个试件具体的加载历程见附录。该实验在室温、空气气氛下进行。实验过程中，采用标距为 25 mm 的引伸计实时记录材料的变形。为避免试件端部夹持段局部被夹坏、防止试件和夹具打滑和保持试验件对中性，试样两端夹持段都用 AB 胶粘贴了特制的加强片，如图 2.5 所示。

表 2.2 试验件试验段尺寸

编号	长 (mm)	宽 (mm)	高 (mm)
N1	40	8.01	3.59
N2	40	8.95	3.75
N3	40	7.43	4.21
N4	40	7.96	3.90
N5	40	8.05	3.90

2.3.2 2D 针刺 C/SiC 材料循环拉压加卸载实验结果分析

本文测得的 2D 针刺 C/SiC 复合材料的弹性模量和拉伸强度如表 2.3 所示，其中 N1、N2 和 N3 为循环拉压加卸载实验结果，N4 和 N5 为单调拉伸实验结果。

表 2.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料的模量和强度

编号	初始弹性模量 (GPa)	拉伸强度 (MPa)
N1	62	163
N2	105	215
N3	94	245
N4	86	218
N5	85	240

分析应力应变数据，发现其具有如下特点：

(1) 图 2.6 中的拉伸曲线为试件 N3 将应力应变迟滞环曲线去掉后的包络线，结果类似试件 N4 和 N5 的单调拉伸曲线，分为三部分：初始线弹性段，非线性段和准线性段。当应力低于约 25 MPa，材料表现为线弹性；应力高于 30 MPa 时，基体发生开裂（是 90 度层基体先开裂还是 0 度层基体先开裂或者是针刺纤维处先开裂，尚无直接观察的证据），应力应变曲线开始发生偏转；随着应力增大，0 度层基体裂纹密度逐渐增大，纤维/基体界面发生脱粘发生正向滑移，90 度层和网胎层的强度较低，发生脆性开裂，应力应变曲线偏转加剧，材料的切线模量明显减小，当应力达到约 110 MPa 时，基体裂纹基本饱和，之后主要由 0 度层的纤维承力；应力高于 110 MPa 时，纤维的滑移和拔出、纤维断裂成为主要的失效模式，与文献^[30]报道的结果基本一致。

(2) 图 2.6 中的压缩曲线为试件 N2 在拉伸 20 MPa 后压缩到 -120 MPa 的应力应变响应，说明在一定压应力水平范围内，材料表现为线弹性；SiC 基体具有较弱的拉伸强度和较强的

压缩强度，所以压缩加载到约-120 MPa 时，材料仍表现出线弹性特征。

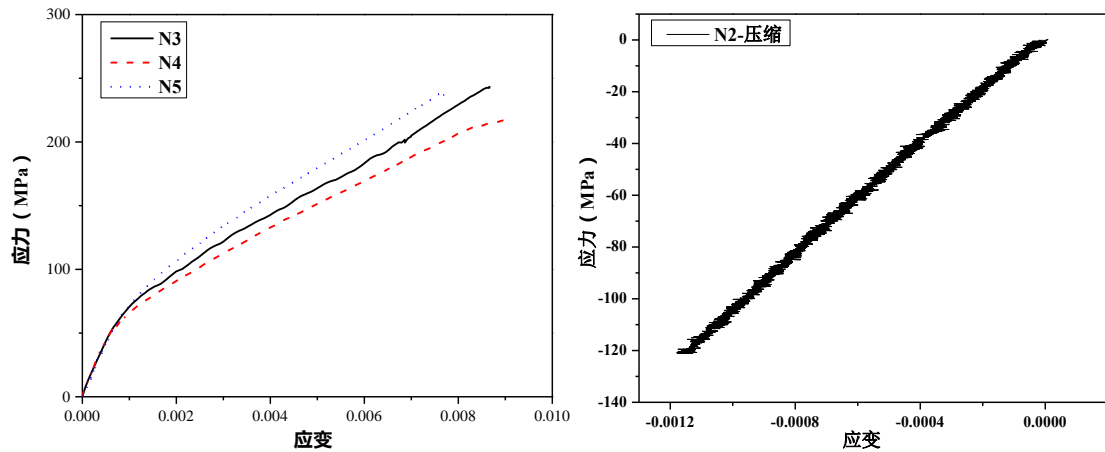


图 2.6 拉伸和压缩应力应变曲线

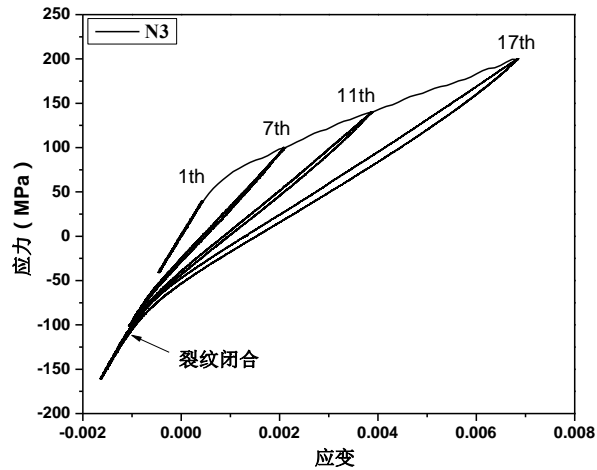


图 2.7 针刺 CMCs 的循环加卸载曲线

(3) 材料在循环拉伸、压缩加卸载作用下，其应力应变曲线表现为迟滞环的形式，如图 2.7 所示。一方面，随着应力水平的增大，裂纹密度逐渐增大，迟滞环包围的面积逐渐增大，迟滞环的斜率逐渐减小（图 2.8），卸载到 0 时的残余应变也逐渐增大。另一方面，迟滞环的卸载点具有某种“记忆效应”，即在历史最大载荷点卸载后再拉伸，应力应变曲线仍然经过该点。文献^[60]报道的准静态拉-拉加卸载的应力应变曲线与本文结果基本一致，但是在疲劳载荷下，初始的 100 个迟滞环迅速偏斜，之后迟滞环形状缓慢变化，大于 100000 个循环后，形状基本不变。这是因为疲劳载荷比较大，为静强度的 80% 以上，基体裂纹基本饱和，界面损伤发展充分，界面磨损随疲劳循环数加剧^[33]。

(4) 卸载后，纤维/基体界面的部分正向滑移区变为反向滑移区，滑移剪力反向，进一步受压后，基体裂纹发生闭合，迟滞环的卸载压缩段出现了模量恢复为初始弹性模量的现象，而这个恢复点也在随着最大卸载点的变化而变化。

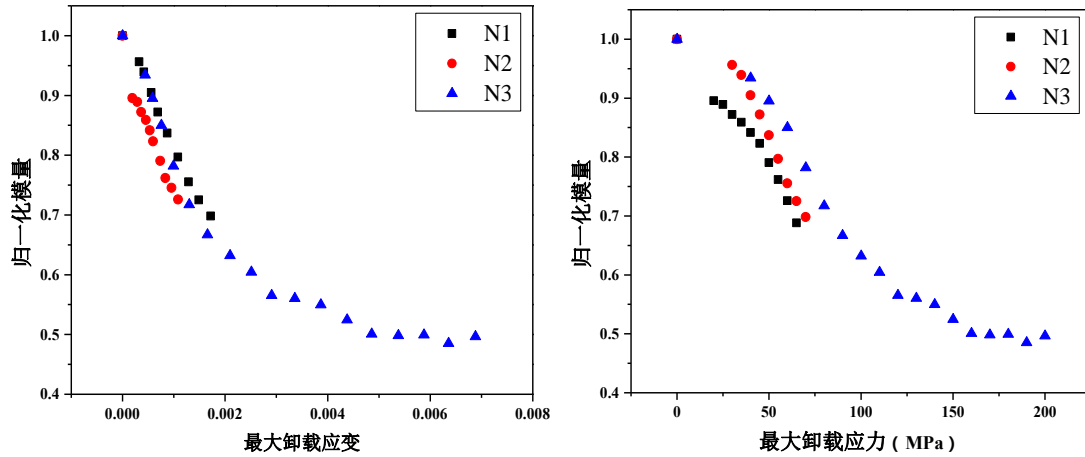


图 2.8 迟滞环平均归一化模量随最大卸载应变和最大卸载应力的变化

(5) 根据式(2.1)计算应力应变曲线所围成的面积(图 2.9),可以得到迟滞环的能量耗散系数,能量耗散系数随最大卸载应变的变化如图 2.10 所示。加载初期,基体发生开裂,裂纹密度不断增大,纤维/基体界面脱粘等损伤发生,消耗大量能量;加载中后期,基体裂纹密度趋于饱和,纤维/基体界面脱粘区发展完全,纤维/基体界面的滑移摩擦行为成为主要的能量消耗模式,所以能量耗散系数趋于稳定,其数值小于峰值,是因为裂纹闭合引起的。

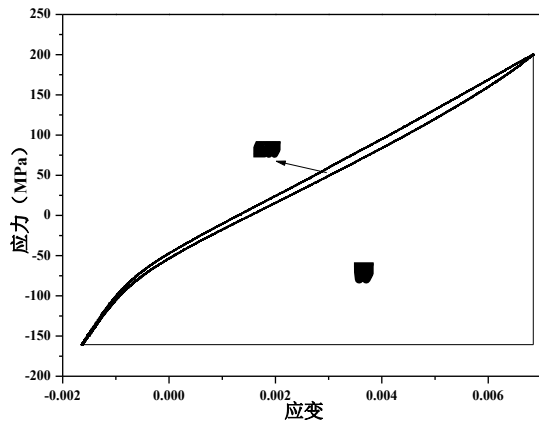


图 2.9 迟滞环能量耗散

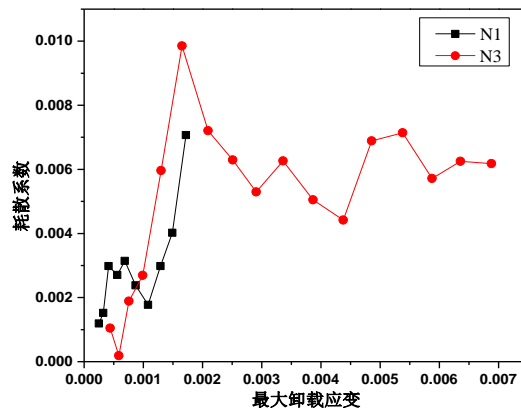


图 2.10 能量耗散系数随卸载应变的变化

能量耗散系数 (Loss Factor) 定义为:

$$\psi = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (2.1)$$

其中 ΔW 为一个周期耗散的能量, W 表示最大应变能。

(6) 本文利用光学显微镜和扫描电镜 (SEM) 对针刺 C/SiC 复合材料循环拉伸、压缩加卸载试件的宏观、微观结构和断口形貌进行了拍照观察。光学显微镜下的断口宏观图片如图 2.11 所示,0 度单向纤维层断口呈锯齿状,说明作为主要承力层的 0 度单向纤维层,薄弱纤维首先断裂,完好的纤维阻碍裂纹沿断口发展,所以裂纹沿纤维方向扩展,薄弱纤维又发生断裂,故而产生锯齿状断口。而表面网胎层和 90 度层断口非常平整,也说明了网胎层和

90 度层的强度很低，可视为脆性断裂。



图 2.11 针刺复合材料宏观断口图片

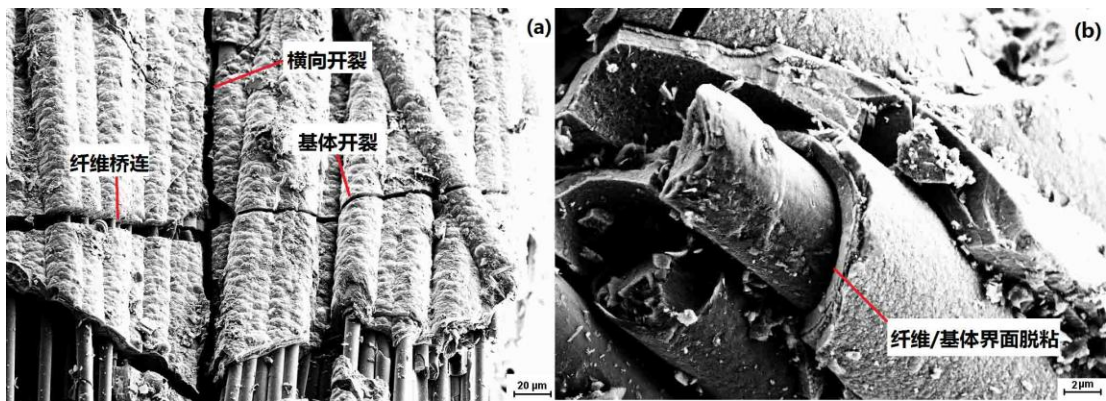


图 2.12 针刺复合材料断口 SEM 图片

如图 2.12 所示，扫描电镜照片直观的表明，2D 针刺 C/SiC 复合材料在拉伸载荷下，0 度单向纤维层发生了基体开裂，纤维/基体界面脱粘后发生纤维桥连；而且基体裂纹不仅有横向的裂纹还有纵向的裂纹，说明复合材料内部处于复杂应力状态；纤维断裂后，从断口发现拔出的纤维簇和纤维拔出后留下的孔洞，而且纤维的断裂面凹凸不平。

2.4 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验

2.4.1 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验方案

本文开展了在不同基础激励载荷下，2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁的扫频实验，获得了幅频曲线。从 200 mm×200 mm 的复合材料板上切割下长 200 mm 宽 15 mm 的长条试验件，其中试件夹持段长 40 mm，实验段长 160 mm。试件通过铝制夹具固定于振动台台面，通过激光位移传感器记录自由端的位移响应。

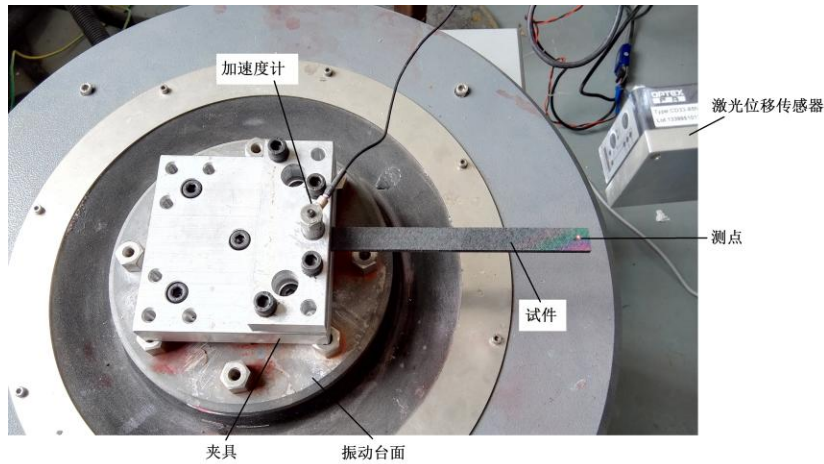


图 2.13 振动实验装置

针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动试验在苏试 DC-600 振动台上进行, 实验系统如图 2.13 所示, 试件尺寸如表 2.4 所示。激光位移传感器型号为 OPTEX CD33-85N, 采样频率为 2000 Hz, 采样精度为 0.1 μm 。实验方案为: 在复合材料梁“一弯”固有频率附近进行窄带扫频实验, 带宽为 20 Hz, 扫频速率为 0.025 Hz/s, 扫频方向为频率递增和频率递减扫频。具体方案为: 先设置振动台加速度激励为 10 m/s^2 , 进行递增和递减扫频交替各三次, 然后设置振动台加速度激励为 20 m/s^2 , 再进行递增和递减扫频交替各三次, 再设置振动台加速度激励为 10 m/s^2 和 20 m/s^2 , 分别进行递增和递减扫频交替各一次, 再设置振动台加速度激励为 30 m/s^2 , 进行递增和递减扫频交替各三次, 以此类推。该方案可归纳为, 每次振动台加速度激励为历史最大载荷时, 进行递增和递减扫频交替各三次, 之后选用之前的所有历史载荷进行递增和递减扫频交替各一次。由于复合材料梁“一弯”固有频率是随着激励载荷和扫频次数变化的, 所以扫频的起始频率和结束频率都做了相应的变化, 但是带宽仍然是 20 Hz。

表 2.4 振动试件测试段尺寸

编号	长 (mm)	宽 (mm)	高 (mm)
V1	160	15.00	4.28
V2	160	15.15	4.26
V3	160	15.22	4.28

2.4.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动实验结果分析

对 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁进行了基础激励扫频实验, 激振加速度从 5 m/s^2 逐渐增加到 70 m/s^2 , 激光位移传感器记录下了测点每次扫频的全程位移响应, 根据激励频率线性变化速率, 可分离出各个激励频率下的位移响应信号, 对这些信号取平均振幅作为该激励频率下的振幅, 从而得到如图 2.14 所示的幅频曲线 (采用每个激振载荷下的最后一次扫频数据)。

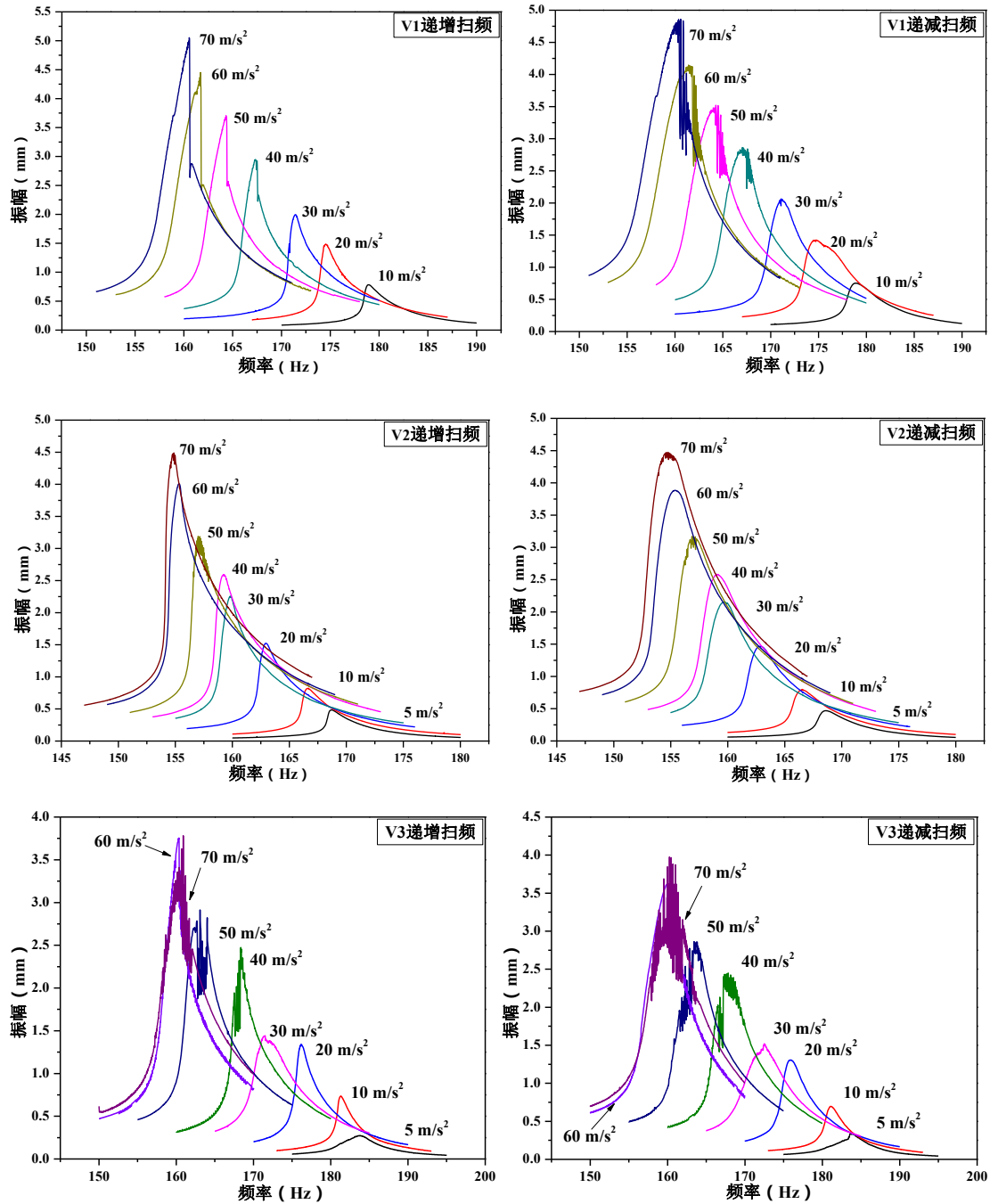


图 2.14 针刺 C/SiC 复合材料梁幅频曲线

分析幅频曲线数据，发现如下特点：

(1) 如图 2.15 所示（采用每个激振载荷下的最后一次扫频数据），随着基础加速度激励增大，复合材料悬臂梁“一弯”固有频率逐渐减小，变化曲线为非线性，而且当激振加速度大于 60m/s^2 后，固有频率减小速率减缓。而共振振幅则随着激振加速度的增大而近似线性增大，说明在测试载荷下材料没有发生破坏性的损伤。

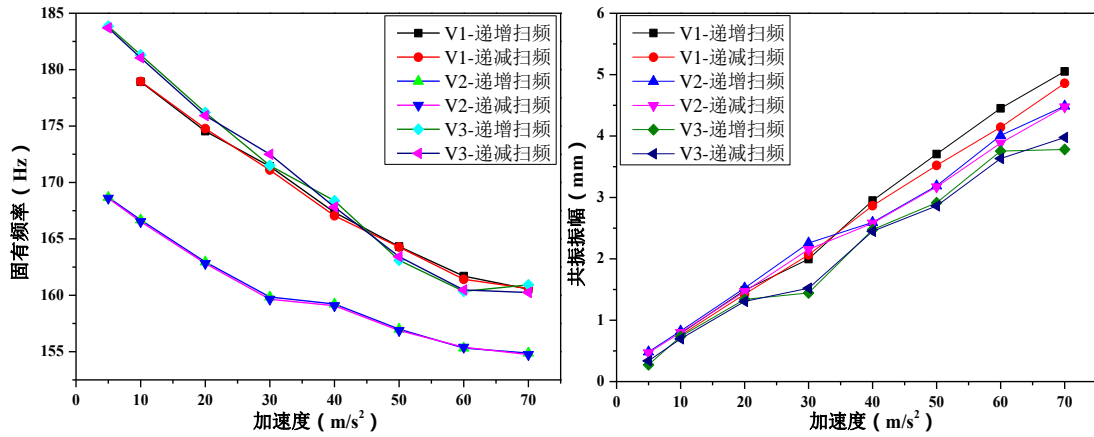


图 2.15 固有频率和共振振幅随载荷的变化

(2) 同一加速度激励下，第一次扫频过后，材料发生新的损伤，固有频率有明显减小，随着扫频次数增加，复合材料梁“一弯”固有频率趋于稳定，而共振振幅则基本不变，如表 2.5 和表 2.6 所示。说明复合材料梁的损伤在第一次扫频时就已经较完全的发展，与拉压应力应变曲线迟滞环的“记忆效应”相似，说明历史最大载荷没有增大，固有频率不会进一步减小。

表 2.5 试件 V1 的固有频率随扫频次数的变化

加速度 (m/s ²)		10	20	30	40	50	60	70
固有频率 (Hz)	1	179.325	176.95	173.5	170.5	166.85	163.875	161.675
	2	178.95	174.775	171.15	168.475	165.85	163.35	161.425
	3	178.925	174.55	171.425	168	164.8	162	160.925
	4	--	--	171.1	167.55	164.45	161.9	159.8
	5	--	--	--	167.35	164.325	161.7	160.55
	6	--	--	--	167.05	164.275	161.411	160.6

表 2.6 试件 V1 的共振振幅随扫频次数的变化

加速度 (m/s ²)		10	20	30	40	50	60	70
共振振幅 (mm)	1	0.74161	1.28979	1.94998	2.60141	3.38859	4.15447	4.92555
	2	0.75308	1.4243	2.04217	2.69501	3.37305	3.97809	4.68374
	3	0.78337	1.48691	1.99652	2.83618	3.59772	4.35151	4.94143
	4	--	--	2.06415	2.79695	3.45878	4.04967	4.765
	5	--	--	--	2.94801	3.70624	4.45089	5.05337
	6	--	--	--	2.86452	3.52139	4.1434	4.85996

(3) 半功率带宽法计算阻尼比 ζ 公式如下:

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_0} \quad (2.2)$$

其中 f_2 , f_1 表示半功率点的频率, f_0 表示固有频率。

每个激振载荷下的最后一次频率递增和递减扫频的阻尼比随激振加速度的变化规律如图 2.16 所示。从图中发现, 随着激振加速度的增大, 复合材料梁“一弯”阻尼比有增大的趋势, 频率递增扫频的阻尼比总是比频率递减扫频的小, 而且两者的差值随着激振加速度的增大有增大趋势。

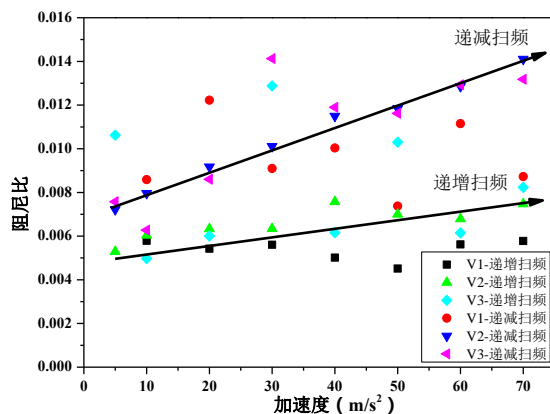


图 2.16 阻尼比随激励载荷的变化

在一弯固有频率附近, 可近似将针刺 CMCs 梁振动系统的振动简化为单自由度系统的有阻尼受迫振动问题:

$$m\ddot{a} + c\dot{a} + ka = f \sin(\omega t) \quad (2.3)$$

欠阻尼情况下, 解得稳态响应为:

$$a(t) = \frac{f}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.4)$$

从而位移振幅放大因子 β_d (稳态振幅/静力幅) 为:

$$\beta_d = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (2.5)$$

其中 λ 表示激励频率和固有频率之比。

当发生位移共振时,

$$\beta_d = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}, \text{其中 } \lambda = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (2.6)$$

由式(2.6)可知位移振幅放大因子只与阻尼比相关。比较图 2.15 和图 2.16 可以发现, 同一激振加速度值下, 频率递增和递减扫频的共振振幅基本相等, 但是递减扫频的阻尼比却远大于递增扫频的阻尼比, 这是因为针刺 CMCs 梁的随振幅增大的刚度渐软特性, 使得频率

递增和递减的幅频曲线不重合。

频率递增扫频时，当激励频率接近半功率带时，振幅增加较快，材料刚度也相应有所减小，使得激励频率加速靠近名义固有频率，很快发生共振现象，相应的半功率带也较窄，相应计算得到的阻尼比也较小。而在频率递减扫频时，情况相反，材料刚度的减小，减缓了激励频率靠近名义固有频率的速度，相应的半功率带宽也较宽，所以频率递减扫频的幅频曲线计算得到的阻尼比总是比递增扫频的大。

(4) 在经过 60 m/s^2 加速度激振扫频后，又从 10 m/s^2 开始逐渐增大激振加速度进行了扫频实验，固有频率、共振振幅和阻尼比随激振载荷的变化规律如图 2.17 所示。从图上可以发现，在小于历史最大激振载荷下扫频，固有频率也是随着激振加速度的增大而减小，但是没有小于最大激振载荷时的固有频率，振幅仍然是近似线性增大，阻尼比则有减小趋势。如果将迟滞环上下端点连线作为平均弹性模量，那么迟滞环载荷历程越大，则平均弹性模量越小，材料刚度越小。从细观损伤分析，文献^[61]报道了小复合材料单调拉伸后再卸载，光学显微镜下观测到的基体裂纹明显减少，说明在小载荷下，基体裂纹处于闭合状态，材料抗弯刚度较大。从图 2.17 上也可以发现，当激振加速度小于 30 m/s^2 时，闭合的裂纹沿复合材料梁的长度方向依次张开，复合材料梁的抗弯刚度逐渐减小，固有频率减小较快；当激振加速度大于 30 m/s^2 后，V1 和 V3 这 2 个试件的固有频率基本不变，说明此时已有的基体裂纹又完全开裂了，复合材料梁的抗弯刚度趋于稳定，固有频率趋于稳定。

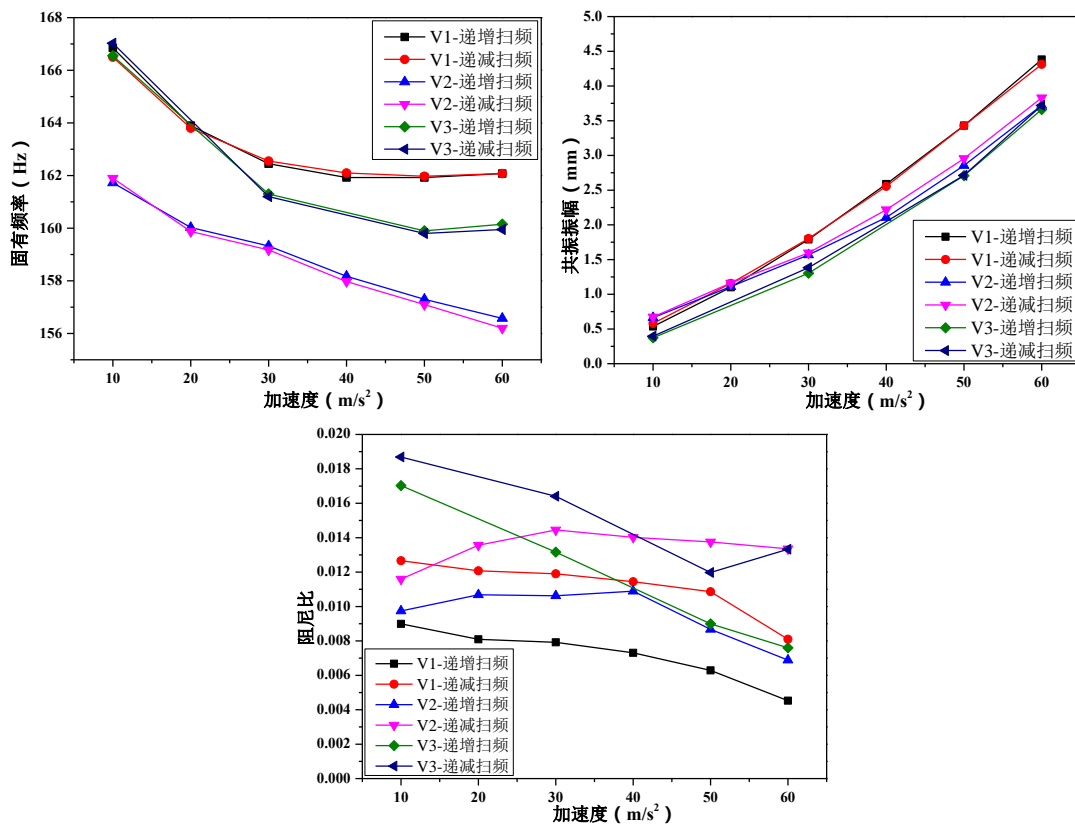


图 2.17 固有频率、共振振幅和阻尼比随激励载荷的变化

(5) 在实验过程中发现, 某些激振加速度下扫频得到的幅频曲线在共振点附近发生了振幅的振荡现象, 所以试件 V3 在每个加速度激振多次扫频结束后, 又在共振点处进行了驻频试验, 不同激振加速度下的位移—时间信号如图 2.18、图 2.19、图 2.20 和图 2.21 所示。从图上可以发现, 当激振加速度小于 40m/s^2 时, 共振点处的驻频位移响应较稳定。当激振加速度大于 40m/s^2 时, 共振点处的驻频位移响应表现为类似周期性的振荡, 振幅逐渐增大, 到达最高峰时, 振幅又迅速减小, 如此循环。位移响应的类周期性说明复合材料梁在共振点驻频时没有发生进一步的损伤, 造成振幅振荡的原因主要是材料的变刚度特性。上文第(4)点中发现, 振幅越大, 复合材料梁的固有频率越小, 也就是梁的抗弯刚度越小, 依此类推, 在共振点驻频振动时, 固有频率在随着振幅的变化而变化, 随着振幅增大, 复合材料梁的抗弯刚度减小, 固有频率远离激振频率, 振幅随之减小, 如图 2.18 中 70m/s^2 - 160 Hz 驻频振动的位移信号图所示, 位移信号的包络线上升段表现为明显的双线性特征, 说明振幅增大到一定值后, 梁的抗弯刚度发生了明显变化; 相反, 当振幅减小时, 复合材料梁的抗弯刚度增大, 固有频率接近激振频率, 振幅随之增大。另外, 激振加速度从 40 m/s^2 增加到 70 m/s^2 , 振幅的峰值和谷值之比分别为: 1.197, 1.538, 1.601, 1.9, 有随着激振加速度的增大而变大的趋势。

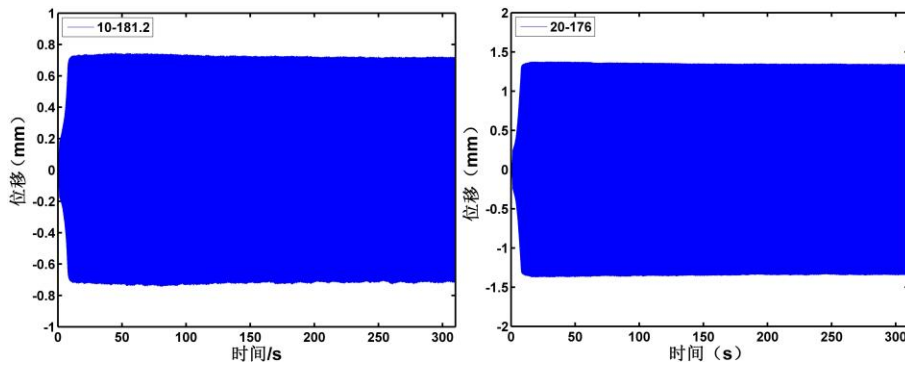


图 2.18 181.2 Hz 和 176 Hz 驻频振动位移响应

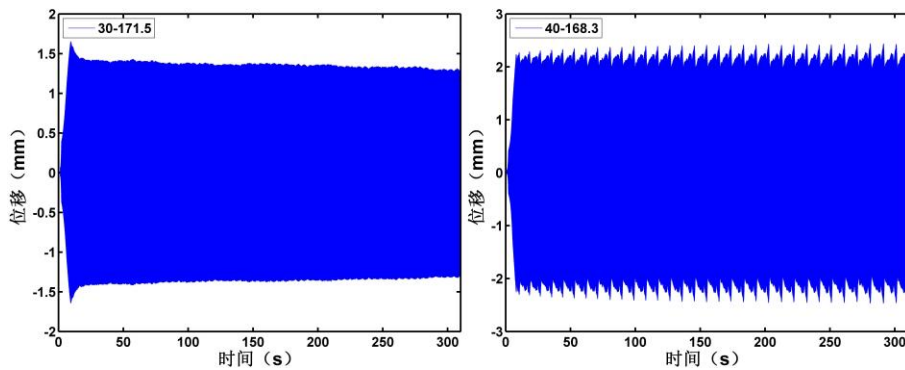


图 2.19 171.5 Hz 和 168.3 Hz 驻频振动位移响应

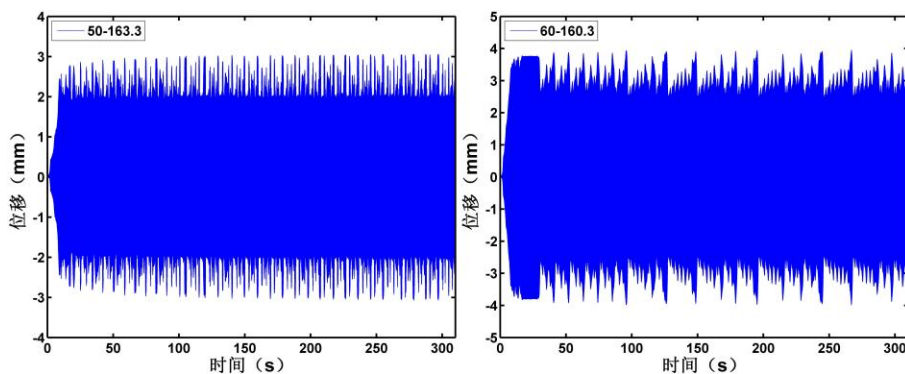


图 2.20 163.3 Hz 和 160.3 Hz 驻频振动位移响应

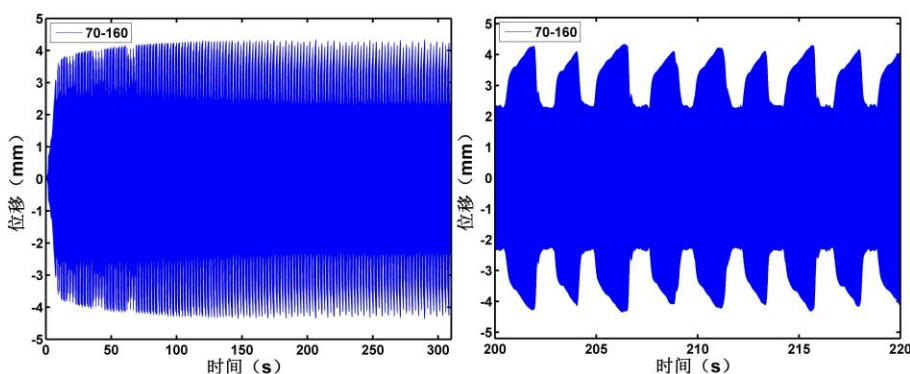


图 2.21 160 Hz 驻频振动位移响应

2.5 本章小结

(1) 开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的准静态循环拉伸、压缩加卸载实验，设计了相关实验方案，获得了复合材料的静拉伸和循环拉压加卸载的应力应变曲线。该材料的循环拉压加卸载应力应变曲线则表现出迟滞特性；迟滞环的平均模量随着最大卸载应力的增大而减小；迟滞环的能量耗散随着最大卸载应力的增大而先增大后减小后趋于稳定；在压缩载荷下基体裂纹闭合，发现复合材料的弹性模量恢复为初始模量。材料的初始弹性模量约为 90 GPa，拉伸强度约为 230 MPa。

(2) 开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁的基础激励扫频实验，获得了复合材料梁在不同激励载荷下的“一弯”幅频曲线。结果表明，激振加速度从 5 m/s^2 增加到 70 m/s^2 ，固有频率减小了约 15 Hz。幅频曲线因扫频方向的不同而不同，通过半功率带宽法计算得到了“一弯”阻尼比，发现频率递减扫频的大于频率递增扫频的阻尼比。共振振幅则随着激振载荷的增大而近似线性增大，而且与扫频方向无关。一方面，随着外载荷的增大，材料发生损伤并不断发展，复合材料梁的抗弯刚度不断减小，使得幅频曲线随激振加速度的增大而左移。另一方面，基体裂纹的开闭合行为和纤维/基体界面的滑移行为，使得材料在振动交变载荷下表现出变刚度行为，而陶瓷基复合材料梁则表现出特有的非线性振动现象。

第3章 2D 针刺 C/SiC 复合材料本构模型

3.1 引言

具有复杂预制体结构的复合材料的本构模型一直是研究的难点和热点。早期的研究者们采用宏观力学方法建立了复杂预制体结构 CMCs 的弹性性能预测模型,并通过损伤力学方法进一步考虑了材料的非线性力学响应。随着研究的深入,复杂预制体结构 CMCs 的内部失效机理不断被揭示,研究者们提出了基于代表体元的均匀化的方法。这种方法选取复合材料周期性结构的最小重复单元作为材料的代表体元,并用其平均力学响应作为复合材料整体本构关系,在反映复合材料细观结构特征的同时减小了分析模型的规模。本章即根据上述思想,一方面采用 X-ray CT 方法建立 RVE 模型,采用简化的剪滞模型描述单向 CMCs 沿纤维方向的力学行为,分别采用最大应力、应变准则判断单向复合材料垂直纤维方向的失效,通过有限元方法仿真计算了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的拉伸应力应变响应;另一方面,通过分析针刺 C/SiC 拉压应力应变曲线特征,提出了一种迟滞环的描述方法,建立了复合材料的宏观经验本构模型。

3.2 单向陶瓷基复合材料弹性参数

由纤维和基体串联模型混合率公式得单向陶瓷基复合材料的弹性参数如下^[62]:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_{f1}v_f + E_{m1}(1-v_f) \\
 E_2 &= \frac{E_{f2}E_{m2}}{E_{f2}(1-v_f) + E_{m2}v_f} \\
 G_{12} &= \frac{G_{m12}G_{f12}}{G_{m12}v_f + G_{f12}(1-v_f)} \\
 \mu_{12} &= v_f\mu_{f12} + (1-v_f)\mu_{m12} \\
 \mu_{23} &= \frac{\mu_{f23}\mu_{m23}}{\mu_{f23}(1-v_f) + \mu_{m23}v_f} \\
 G_{23} &= \frac{E_2}{2(1+\mu_{23})}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

其中下标 f 表示纤维, m 表示基体, 1 表示沿纤维方向, 2、3 表示垂直纤维方向, 具体如图 3.1 所示。 E 表示拉伸弹性模量, G 表示剪切弹性模量, v 表示体积分数, μ 表示泊松比。泊松比定义为式(3.2), 对应 ANSYS 中的主泊松比。

$$\mu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \tag{3.2}$$

单向陶瓷基复合材料可视为横观各向同性材料, 其柔度矩阵为式(3.3), 将柔度矩阵求逆

即可得到对应的刚度矩阵。

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ \text{sym} & & & & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.3 单向陶瓷基复合材料微观本构模型

如图 3.1 (a)所示，单向陶瓷基复合材料沿着纤维方向承载时，其失效模式有基体开裂、界面脱粘、界面滑移和纤维失效等形式。如图 3.1 (b)所示，垂直纤维方向受力时，其失效模式主要为纤维和基体的剥离，可视为脆性失效。

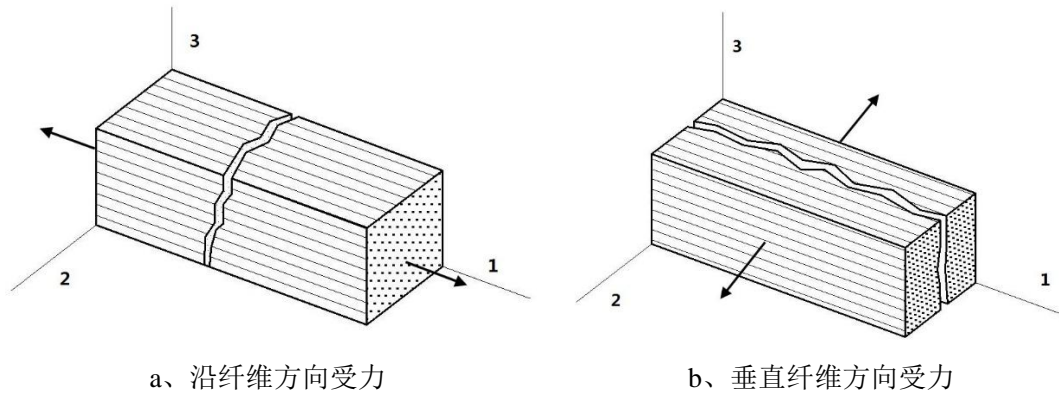


图 3.1 单向复合材料的主要失效形式

3.3.1 热膨胀系数

陶瓷基复合材料一般是在 1000 度以上制备完成的，冷却到室温后，由于纤维和基体的热膨胀系数不同，导致热变形不同，复合材料内部还存在热应力的影响。

对单位长度的单向复合材料微元，无外载荷作用下，热应力在复合材料内自平衡，上标 T 表示热应力。

$$\sigma_f^T(x)A_f + \sigma_m^T(x)A_m = 0 \quad (3.4)$$

根据纤维和基体的横截面积定义纤维和基体的体积分数为 v_f , v_m 。

$$\begin{aligned} v_f &= \frac{A_f}{A_f + A_m} \\ v_m &= \frac{A_m}{A_f + A_m} \end{aligned} \quad (3.5)$$

将式(3.5)代入式(3.4)得

$$\sigma_f^T(x)v_f + \sigma_m^T(x)v_m = 0 \quad (3.6)$$

温度变化 ΔT 后, 纤维和基体变形协调方程为:

$$\alpha_c \Delta T = \alpha_f \Delta T + \frac{\sigma_f^T}{E_f} = \alpha_m \Delta T + \frac{\sigma_m^T}{E_m} \quad (3.7)$$

联立式(3.6), (3.7)解得复合材料的热膨胀系数、纤维和基体所受热应力为:

$$\begin{aligned} \alpha_c &= \frac{\alpha_f v_f E_f + \alpha_m v_m E_m}{v_f E_f + v_m E_m} \\ \sigma_f^T(x) &= E_f (\alpha_c - \alpha_f) \Delta T \\ \sigma_m^T(x) &= E_m (\alpha_c - \alpha_m) \Delta T \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中 α_c , α_f , α_m 分别表示复合材料、纤维和基体的热膨胀系数。

3.3.2 应力平衡

沿纤维方向受到拉伸应力 $\bar{\sigma}$ 作用, 复合材料的平衡方程为:

$$\bar{\sigma} \cdot (A_f + A_m) = \bar{\sigma}_f A_f + \bar{\sigma}_m A_m \quad (3.9)$$

代入体积分数 v_f , v_m 的定义式(3.5)得到:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= v_f \sigma_f(x) + v_m \sigma_m(x) \\ \varepsilon &= \frac{\bar{\sigma}}{E_c} = \frac{\sigma_f(x)}{E_f} = \frac{\sigma_m(x)}{E_m} \end{aligned} \quad (3.10)$$

由式(3.10)解得, 复合材料的弹性模量、纤维和基体所受应力为:

$$\begin{aligned} E_c &= E_f v_f + E_m v_m \\ \sigma_f(x) &= \frac{E_f}{E_c} \bar{\sigma} \\ \sigma_m(x) &= \frac{E_m}{E_c} \bar{\sigma} \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3.3 界面脱粘

CVI 工艺制成的陶瓷基复合材料内部有很多孔洞, 而且材料冷却到室温后, 在热应力作用下产生很多微裂纹; 材料在拉应力作用下, 这些应力集中区的基体首先开裂; 在基体裂纹截面上, 纤维承载所有载荷, 而基体/纤维界面强度较弱, 引起纤维和基体的脱粘, 产生脱粘区; 在脱粘区, 纤维和基体通过剪力传递载荷, 并有相对滑动。假设裂纹平均间距为 L ,

脱粘区长度为 d 。

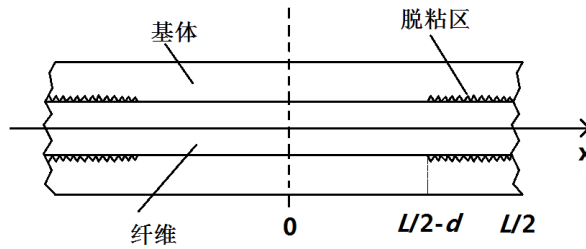


图 3.2 脱粘区

在脱粘区取长度为 dx 的纤维微元段，受力如图 3.3 所示。

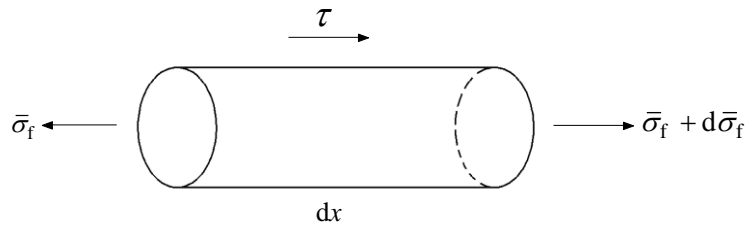


图 3.3 纤维受力图

纤维的静力平衡方程为：

$$(\bar{\sigma}_f(x) + d\bar{\sigma}_f(x) - \bar{\sigma}_f(x)) \cdot \pi r_f^2 + \tau(x) \cdot 2\pi r_f dx = 0 \quad (3.12)$$

化简得：

$$\frac{d\bar{\sigma}_f(x)}{dx} = -\frac{2\tau(x)}{r_f} \quad (3.13)$$

本文假设脱粘区纤维/基体的滑移剪应力为常数，即

$$\tau(x) = \tau_i \quad (3.14)$$

那么方程(3.13)解得：

$$\bar{\sigma}_f(x) = \int_{L/2-d}^x -\frac{2\tau_i}{r_f} dx = -\frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} + d \right) + C \quad (3.15)$$

其中 C 为积分常数。在 $x=L/2$ 处，即在基体开裂处，基体不承力，纤维可以自由变形，纤维承载所有载荷，那么由式(3.10)得：

$$\bar{\sigma}_f \left(x = \frac{L}{2} \right) = \frac{\bar{\sigma}}{\nu_f} \quad (3.16)$$

将边界条件式(3.16)代入式(3.15)解得：

$$\bar{\sigma}_f(x) = \frac{\bar{\sigma}}{\nu_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} \right) \quad (3.17)$$

在 $x=L/2-d$ 处，纤维和基体完好粘结，等同完好的复合材料，纤维和基体受力由式(3.11)表示。所以纤维所受应力为：

$$\bar{\sigma}_f \left(x = \frac{L}{2} - d \right) = \frac{E_f}{E_c} \bar{\sigma} + E_f (\alpha_c - \alpha_f) \Delta T = \sigma_{f0} \quad (3.18)$$

将式(3.17)代入式(3.18)得脱粘区长度 d 为:

$$d = \frac{r_f}{2\tau_i} \left(\frac{\bar{\sigma}}{v_f} - \sigma_{f0} \right) \quad (3.19)$$

所以纤维和基体脱粘后, 各区域纤维的应力分布为: 脱粘区, 粘结区

$$\bar{\sigma}_f(x) = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma}}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} \right), & \frac{L}{2} - d \leq |x| \leq \frac{L}{2}, \text{脱粘区} \\ \sigma_{f0}, & |x| \leq \frac{L}{2} - d, \text{粘结区} \end{cases} \quad (3.20)$$

当纤维和基体完全脱粘时, 即当脱粘区长度 $d=L/2$ 时, 纤维的应力分布为:

$$\bar{\sigma}_f(x) = \frac{\bar{\sigma}}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} \right), \quad |x| \leq \frac{L}{2} \quad (3.21)$$

3.3.4 基体开裂与闭合

单向 CMCs 沿纤维方向拉伸会发生基体开裂, 假设裂纹等间距分布, 本文采用 Weibull 分布的基体开裂模型, 在拉伸应力 $\bar{\sigma}$ 作用下, 裂纹密度满足:

$$D = D_{\text{sat}} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0} \right)^{m_0} \right] \right\} \quad (3.22)$$

其中 m_0 , σ_0 是统计参数, D_{sat} 是饱和裂纹密度。统计参数来源参考文献的方法^[63], 测得的 C/SiC 小复合材料的基体裂纹密度随应力的分布如图 3.4 所示, 裂纹密度随加载应力的分布近似满足 Weibull 分布。而从某个载荷卸载时, 裂纹逐渐闭合, 裂纹密度随卸载应力的分布近似满足线性分布。A 点坐标为 $(\sigma_{\text{max}}, D_{\text{max}})$, A 点满足 Weibull 分布, 有

$$D_{\text{max}} = D_{\text{sat}} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_0} \right)^{m_0} \right] \right\}$$

B 点为应力卸载到 0 时的裂纹密度, 假设是 $k_1 * D_{\text{max}}$, 其中 $0 < k_1 < 1$ 。从而裂纹密度随卸载应力线性分布公式为:

$$D = \frac{(1-k_1)D_{\text{max}}}{\sigma_{\text{max}}} \sigma + k_1 D_{\text{max}} \quad (3.23)$$

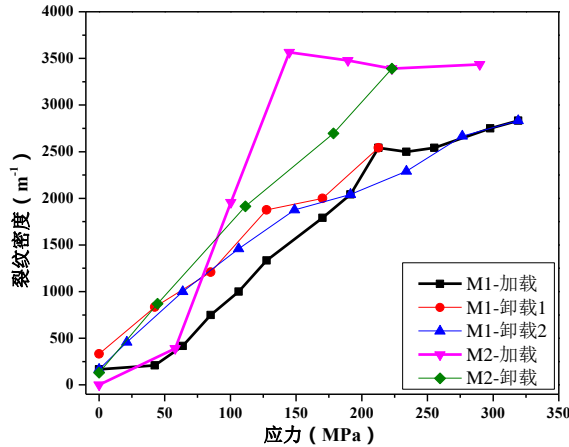


图 3.4 小复合材料基体裂纹密度分布

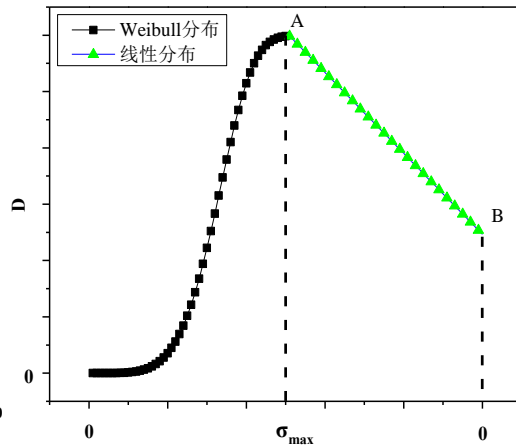


图 3.5 裂纹密度分布模型

3.3.5 应力应变响应

将纤维的总应变看作是复合材料的平均总应变，那么

$$\bar{\varepsilon}_c = \bar{\varepsilon}_f = \frac{2}{E_f L} \int_0^{L/2} \bar{\sigma}_f(x) dx + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \quad (3.24)$$

(1) 部分脱粘

将式(3.20)代入式(3.24)，得：

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_c = \bar{\varepsilon}_f &= \frac{2}{E_f L} \int_0^{L/2} \bar{\sigma}_f(x) dx + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \\ &= \frac{2}{E_f L} \left[\int_0^{L/2-d} \sigma_{f0} dx + \int_{L/2-d}^{L/2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} \right) \right) dx \right] + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \\ &= \frac{2}{E_f L} \left[\frac{\bar{\sigma}}{v_f} d - \frac{\tau_i}{r_f} d^2 + \sigma_{f0} \left(\frac{L}{2} - d \right) \right] + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \end{aligned} \quad (3.25)$$

(2) 完全脱粘

将式(3.21)代入式(3.24)，得：

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_c = \bar{\varepsilon}_f &= \frac{2}{E_f L} \int_0^{L/2} \bar{\sigma}_f(x) dx + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \\ &= \frac{2}{E_f L} \left[\int_0^{L/2} \left(\frac{\bar{\sigma}}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} \right) \right) dx \right] + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \\ &= \frac{\bar{\sigma}}{E_f v_f} - \frac{\tau_i L}{2 E_f r_f} + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \end{aligned} \quad (3.26)$$

(3) 卸载

只要确定了反向滑移区的长度，那么就能确定应力应变场^[61]。

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{2}{E_f L} \left[\frac{\bar{\sigma}}{v_f} d - \frac{\tau_i}{r_f} \left(d^2 + 2d_r^2 - 4dd_r \right) + \sigma_{f0} \left(\frac{L}{2} - d \right) \right] + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \quad (3.27)$$

其中反向滑移区长度 d_r 为:

$$d_r = \frac{1}{2} \left[d - \frac{r_f}{2\tau_i} \left(\frac{\bar{\sigma}}{v_f} - \sigma_{f0} \right) \right] \quad (3.28)$$

上述应变公式(3.25)、(3.26)和(3.27), 以材料制备完成后, 冷却到室温下的应变为零基准应变。

3.3.6 算例

根据本小节介绍的方法, 计算了单向 CMCs 沿纤维方向的拉伸和卸载的应力应变曲线。单向 CMCs 纤维和基体的细观参数如表 3.1 所示。

表 3.1 纤维和基体的细观参数

材料参数	数据
纤维弹性模量 E_f/GPa	230
基体弹性模量 E_m/GPa	120
纤维体积分数 v_f	0.228
纤维半径 $r_f/\mu\text{m}$	3.5
纤维热膨胀系数 α_f	-3.8×10^{-7}
基体热膨胀系数 α_m	4.6×10^{-6} ^[67]
温度差 $\Delta T/\text{K}$	-1000
界面剪力 τ_i/MPa	7.8

基体裂纹密度的分布参数见表 3.2。

表 3.2 基体裂纹密度分布参数

参数	数据
m	5
σ_0/MPa	80
D_{sat}	1450
k_1	0.4

图 3.6 为单向 CMCs 的拉伸和卸载后的应力应变响应, 并与文献^[64]的小复合材料的实验数据做了比较。从图上可以看出, 单向 CMCs 在 50 MPa 应力以下, 表现为线弹性特征; 随后基体发生开裂、纤维/基体界面发生脱粘, 曲线发生偏转; 当载荷到达 90 MPa 时, 基体裂纹饱和、界面基本完全脱粘, 之后主要由纤维承力, 所以应力应变曲线再次表现出线性特征; 最后, 当应力达到 260 MPa 时, 材料发生断裂破坏。而部分卸载时, 卸载应力应变曲线表现为非线性, 而且斜率随着卸载应力的增大而减小。

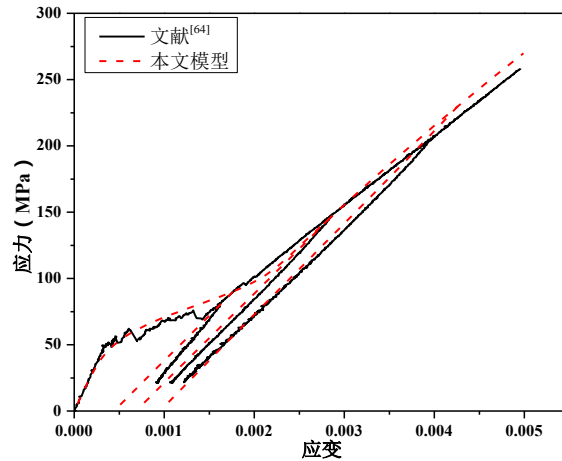


图 3.6 C/SiC 小复合材料应力应变曲线

3.4 2D 针刺 C/SiC 复合材料多尺度本构模型

本文将 2D 针刺 C/SiC 复合材料视为由 0 度层、90 度层、网胎层和针刺纤维束四部分组成，而且 0 度层、90 度层和针刺纤维束的纤维体积分数相同。为了简化模型，将 0 度层、90 度层和带基体针刺纤维束都视为横观各向同性的单向陶瓷基复合材料；另外基体视为各向同性，孔洞的影响折减到基体模量，模量的折减方法参考文献^[65]的方法。而网胎层由短切纤维杂乱分布铺成，可以看作各向同性材料，模量较低，强度较低。

3.4.1 代表性体积单元

本文对 2D 针刺 C/SiC 复合材料进行了 X-ray CT 扫描，并从 1-2、2-3、1-3 平面剖分出试样的截面图。在 1-2 平面的切片图上，能得到各层的厚度尺寸，而在 2-3 和 1-3 平面的切片上还能统计针刺密度，如图 3.8 所示。

从图 3.7 上可以看出 2D 针刺 C/SiC 复合材料由 3 层 0 度单向纤维层、2 层 90 度单向纤维层、网胎层和针刺纤维束组成。其中 0 度和 90 度部分单向纤维在针刺孔处被打断，网胎层纤维被刺针代入下层，形成伞形、“Y”形的纤维结构，并使针刺孔周围纤维发生弯曲。由于工艺原因，刺针要在同一个位置进行反复多次的穿刺作用，预制体的变形偏移或是刺针的偏移，都可能使针刺孔的密度发生变化，所以有的针刺纤维束间距很小而有的针刺纤维束间距很大。另外在试件的上下表面有较厚的网胎层，而在试件内部，0 度和 90 度单向纤维层之间有较薄的网胎层，这两者的厚度不同。

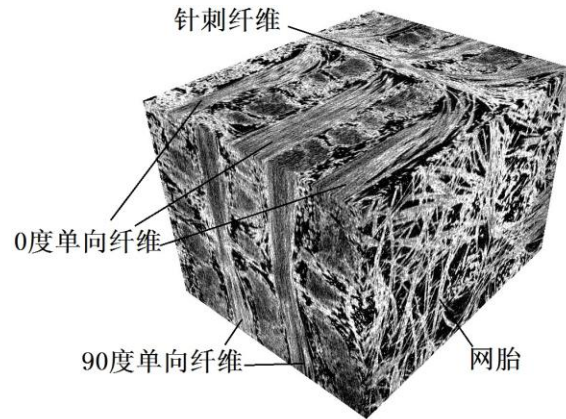


图 3.7 2D 针刺 C/SiC 复合材料 X-CT 图像

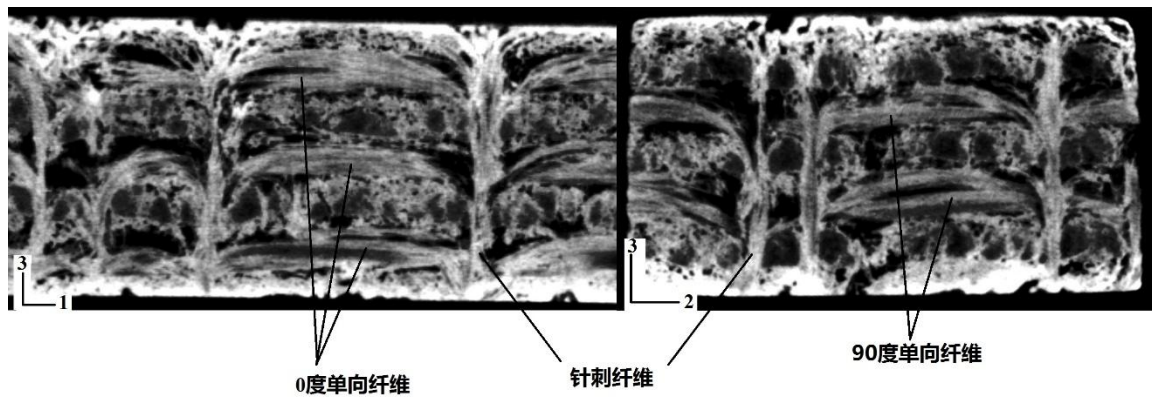


图 3.8 2D 针刺 C/SiC 复合材料 X-CT 切片

本文采用均匀化方法建立 2D 针刺 C/SiC 复合材料的 RVE 模型，首先测量图片上各组分的几何尺寸，统计 0 度层、90 度层、内外网胎层和针刺纤维束的几何尺寸以及针刺密度，将统计数据取算术平均值作为 RVE 单元的几何尺寸，具体数值见表 3.3。

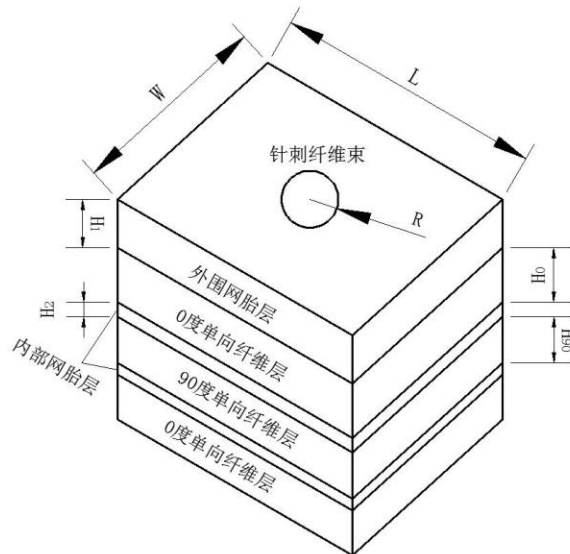


图 3.9 针刺代表体元示意图

根据 X-ray CT 图，重新构建了如图 3.9 所示的 2D 针刺 C/SiC 复合材料的 RVE 模型；

铺层方向为 0、90 度正交铺设, 其中 0 度单向纤维层厚度为 H_0 , 90 度单向纤维层厚度为 H_{90} ; 在单向纤维层之间建立了内部网胎层, 从 X-ray CT 照片上看出, 上下表面的网胎层较厚, 所以在外表面建立厚度为 H_1 的网胎层, 而在内部建立厚度为 H_2 的网胎层。而针刺纤维束简化为半径为 R 的圆柱。

表 3.3 RVE 几何尺寸

	W	L	H_0	H_{90}	H_1	H_2	R
尺寸(μm)	3300	2770	550	460	450	185	187

3.4.2 各组分本构模型

(1) 0 度层、90 度层和针刺纤维束

0 度层、90 度层和针刺纤维束都视为横观各向同性的单向陶瓷基复合材料; 沿纤维方向 (1 方向) 承载时, 使用 3.3 节的细观模型计算应力应变响应。

沿垂直纤维方向 (2、3 方向) 承载时, 材料强度较低, 模量可以视为线弹性, 失效准则采用最大应力准则。

$$E_2 = \begin{cases} E_{2,\text{elastic}}, & \sigma < X_t \text{ and } \sigma > X_c \\ 0, & \sigma \geq X_t \text{ and } \sigma < X_c \end{cases} \quad (3.29)$$

其中 X_t, X_c 表示 2、3 方向的拉伸和压缩强度。

(2) 网胎层

网胎层视为线弹性的各向同性材料, 强度较低, 失效准则采用最大应变准则。

$$E_{\text{net}} = \begin{cases} E_{\text{net,elastic}}, & \varepsilon < Y_t \text{ and } \varepsilon > Y_c \\ 0, & \varepsilon \geq Y_t \text{ and } \varepsilon < Y_c \end{cases} \quad (3.30)$$

其中 Y_t, Y_c 分别表示网胎层的拉伸破坏应变和压缩破坏应变。

3.4.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料应力应变曲线模拟

复合材料宏观非线性力学行为可以通过计算代表体元的应力应变曲线来获得, 本文采用有限元方法来实现。根据 3.4.1 节建立的代表体元, 建立有限元模型, 一端固支, 另一端在 x 方向施加拉伸载荷, 加载通过位移 u_x 加载实现, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{u}(x=0) = (0, 0, 0) \\ \mathbf{u}(x=L) = (\Delta x, 0, 0) \end{cases} \quad (3.31)$$

采用 3.4.2 节所述的各组分本构模型, 基于 ANSYS-USERMAT 子程序自定义本构功能, 二次开发针刺 C/SiC 复合材料的本构模型。非线性有限元求解采用 Full Newton-Raphson 方法, 运用增量法进行加载, USERMAT 子程序的主要功能是根据用户自定义的本构模型建立每个时间步的切线刚度矩阵, 称为雅可比 (Jacobian) 矩阵, 其形式为:

$$D_{ep} = \frac{\Delta\sigma_{ij}}{\Delta\varepsilon_{ij}} \quad (3.32)$$

具体的处理方法为：(1) 先计算 0 度层沿 1 方向拉伸的非线性应力应变曲线，取切线模量作为 E_1 ，代入式(3.3)得到柔度矩阵，柔度矩阵求逆得到刚度矩阵，在每个载荷步上更新刚度矩阵，作为雅可比矩阵。(2) 当纤维层发生最大应力破坏或者网胎层发生最大应变破坏时，对相应单元的刚度矩阵做乘以系数 0.01 处理。USERMAT 二次开发的具体操作可以参考文献介绍^{[34][66]}。

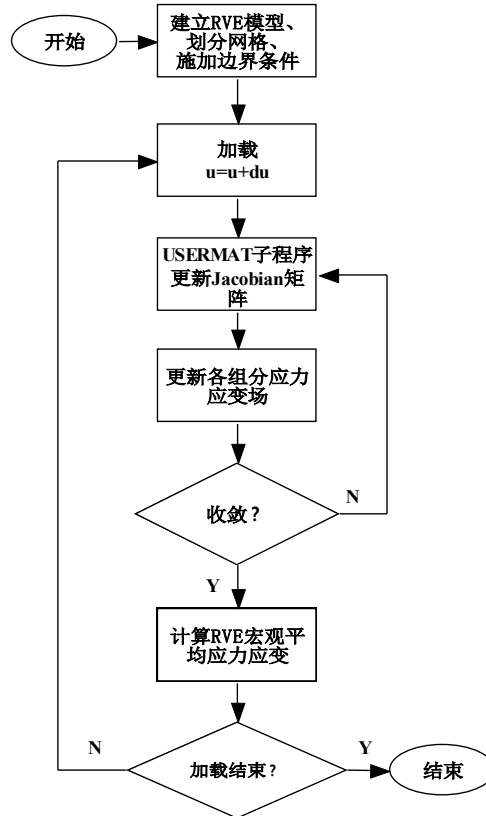


图 3.10 多尺度计算流程图

按照图 3.10 所示流程，针刺 C/SiC 复合材料应力应变曲线计算过程如下：

(1) 根据 3.4.1 节所述方法，选取代表体元，确定代表体元各组分量相的几何尺寸，并在 ANSYS 中建立代表体元的有限元模型，不同组分量设置对应的材料参数，再划分网格并施加边界条件；

(2) 根据 3.4.2 节所述方法，在 usermat.f 文件中用 FORTRAN 语言，分别编写 0 度层、90 度层、针刺纤维束和网胎层的本构模型程序，根据初始无损伤的弹性参数或者是上一迭代步有限元计算结果算出各组分量相的 Jacobian 矩阵；

(3) 在 ANSYS 求解器中选取适当步长，采用 Full Newton-Raphson 方法计算代表体元的应力应变场；

(4) 判断计算结果是否收敛，若收敛进行步骤 (5)；若不收敛则根据计算结果，更新

材料参数，重复步骤（2）、（3），直至收敛；

（5）判断加载是否结束，若未结束则更新载荷步，重复步骤（2）（3）（4）；

（6）提取每一载荷步约束结点的支反力，除以代表体元截面积得到应力，提取每一载荷步代表体元上某点位移，除以代表体元长度得到应变，从而得到材料的宏观应力应变曲线；

3.5 2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观经验本构模型

第 2.3 节进行了针刺 C/SiC 复合材料的常温循环拉压加卸载实验，分析其应力应变曲线发现如下特点：

（1）2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉压加卸载应力应变曲线的包络线与单调拉伸应力应变曲线类似，可分为三部分：初始线弹性段、非线性偏转段和第二准线性段；

（2）一定压应力范围内，2D 针刺 C/SiC 复合材料常温压缩应力应变曲线可视为线弹性，且压缩模量等于初始拉伸模量；

（3）在循环拉压载荷下，2D 针刺 C/SiC 复合材料应力应变曲线表现为迟滞环的形式，而迟滞环的形状与最大历史载荷有一定相关性。

（4）在迟滞环的上顶点继续施加拉伸载荷，应力应变路径将沿着单调拉伸的路径，而在迟滞环的下顶点继续施加压缩载荷，应力应变路径将沿着单调压缩的路径。

根据以上特点，本文提出一种 2D 针刺 C/SiC 复合材料的经验本构模型。

3.5.1 单调拉伸描述方法

根据上述特点，将单调拉伸曲线分为三个部分：线弹性段、非线性段和第二准线性段，并视压缩段也为线弹性；采用曲线拟合的方法拟合各段曲线，拟合结果如图 3.11 所示。

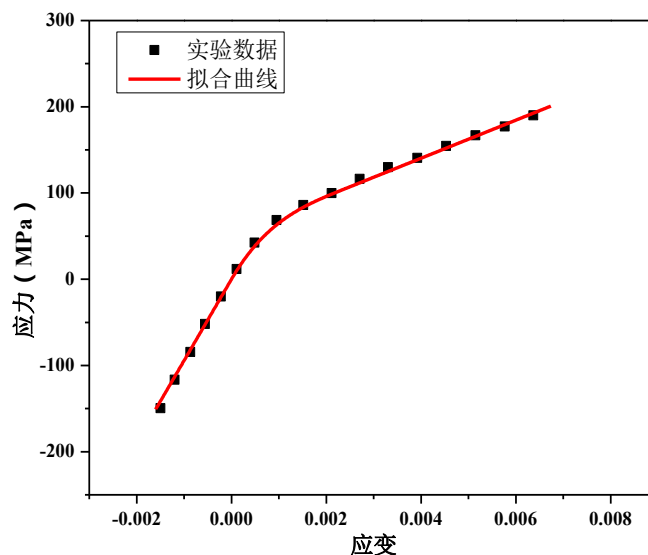


图 3.11 拉伸和压缩应力应变曲线

拟合表达式为：

$$\sigma = \begin{cases} 9.43 \times 10^{10} \varepsilon, \varepsilon \leq 2 \times 10^{-4} \\ (94.3\varepsilon - 36517\varepsilon^2 + 7939740\varepsilon^3 - 628772000\varepsilon^4) \times 10^9, 2 \times 10^{-4} < \varepsilon < 2.22 \times 10^{-4} \\ 2.207 \times 10^{10} \varepsilon + 5.205 \times 10^7, \varepsilon \geq 0.00222 \end{cases} \quad (3.33)$$

3.5.2 迟滞环描述方法

如图 3.12 所示，本文认为迟滞环可以分为主迟滞环和子迟滞环两种情况。

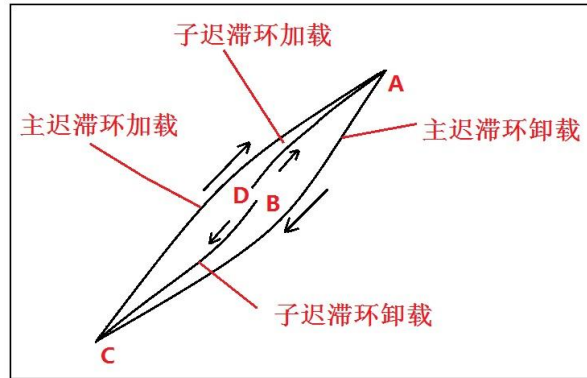


图 3.12 主迟滞环和子迟滞环示意图

1、主迟滞环

主迟滞环定义为：从历史最大拉伸载荷卸载，并压缩加载到出现裂纹闭合和模量恢复现象，接着再拉伸加载到历史最大拉伸载荷，应力应变曲线所组成的环。可通过实验获得若干离散的主迟滞环的应力应变曲线，现对实验迟滞环曲线卸载段和再加载段分别采用三次多项式拟合，即：

$$\begin{cases} \sigma_{\text{unload}} = p_{u1} + p_{u2}\varepsilon + p_{u3}\varepsilon^2 + p_{u4}\varepsilon^3, \dot{\varepsilon} < 0 \\ \sigma_{\text{reload}} = p_{r1} + p_{r2}\varepsilon + p_{r3}\varepsilon^2 + p_{r4}\varepsilon^3, \dot{\varepsilon} > 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

统计得到拟合参数 p_{ui} 、 p_{ri} ($i=1, 2, 3, 4$) 与最大卸载应变的关系如图 3.13 和图 3.14 所示，可以认为拟合参数与最大卸载应变具有某种函数关系：

$$\begin{cases} p_{ui} = f_u(\varepsilon_{\text{max}}, \dot{\varepsilon}) \quad i=1, 2, 3, 4 \\ p_{ri} = f_r(\varepsilon_{\text{max}}, \dot{\varepsilon}) \quad i=1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (3.35)$$

联立式(3.34)和(3.35)，则可以得到任意卸载点的主迟滞环的表达式：

$$\begin{cases} \sigma_{\text{unload}} = g_u(\sigma_{\text{max}}, \varepsilon_{\text{max}}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}), \dot{\varepsilon} < 0 \\ \sigma_{\text{reload}} = g_r(\sigma_{\text{max}}, \varepsilon_{\text{max}}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}), \dot{\varepsilon} > 0 \end{cases} \quad (3.36)$$

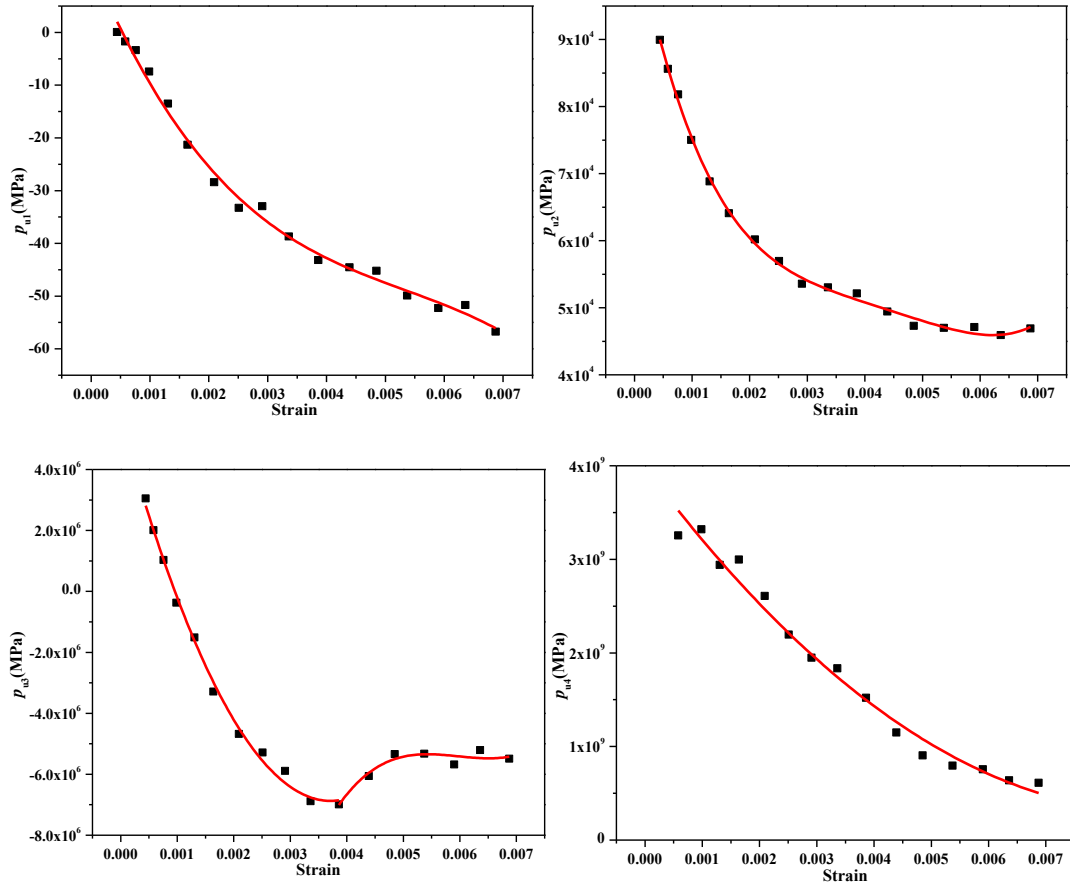


图 3.13 卸载段拟合参数 p_{ui} ($i=1,2,3,4$) 随历史最大卸载应变的变化

拟合参数 $p_{ui}(i=1,2,3,4)$ 与历史最大卸载应变的关系式如下:

$$\begin{aligned}
 p_{u1} &= 12.98 - 2.66 \times 10^4 \varepsilon_{\max} + 4.22 \times 10^6 \varepsilon_{\max}^2 - 2.64 \times 10^8 \varepsilon_{\max}^3 \\
 p_{u2} &= 1.06 \times 10^5 - 4.31 \times 10^7 \varepsilon_{\max} + 1.36 \times 10^{10} \varepsilon_{\max}^2 - 2.05 \times 10^{12} \varepsilon_{\max}^3 + 1.16 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^4 \\
 p_{u3} &= \begin{cases} 5.61 \times 10^6 - 6.72 \times 10^9 \varepsilon_{\max} + 9.05 \times 10^{11} \varepsilon_{\max}^2, & \varepsilon_{\max} < 3.882 \times 10^{-3} \\ -4.93 \times 10^7 + 2.24 \times 10^{10} \varepsilon_{\max} - 3.78 \times 10^{12} \varepsilon_{\max}^2 + 2.11 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^3, & \varepsilon_{\max} \geq 3.882 \times 10^{-3} \end{cases} \quad (3.37) \\
 p_{u4} &= 3.98 \times 10^9 - 8.21 \times 10^{11} \varepsilon_{\max} + 4.57 \times 10^{13} \varepsilon_{\max}^2
 \end{aligned}$$

拟合参数 $p_{ri}(i=1, 2, 3, 4)$ 与历史最大卸载应变的关系式如下:

$$\begin{aligned}
 p_{r1} &= 14.13 - 2.38 \times 10^4 \varepsilon_{\max} + 3.48 \times 10^6 \varepsilon_{\max}^2 - 2.02 \times 10^8 \varepsilon_{\max}^3 \\
 p_{r2} &= 1.07 \times 10^5 - 4.36 \times 10^7 \varepsilon_{\max} + 1.44 \times 10^{10} \varepsilon_{\max}^2 - 2.23 \times 10^{12} \varepsilon_{\max}^3 + 1.28 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^4 \\
 p_{r3} &= \begin{cases} 2.17 \times 10^6 - 7.32 \times 10^9 \varepsilon_{\max} + 2.04 \times 10^{12} \varepsilon_{\max}^2 - 1.96 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^3, & \varepsilon_{\max} < 3.882 \times 10^{-3} \\ -3.58 \times 10^7 + 1.46 \times 10^{10} \varepsilon_{\max} - 2.34 \times 10^{12} \varepsilon_{\max}^2 + 1.24 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^3, & \varepsilon_{\max} \geq 3.882 \times 10^{-3} \end{cases} \quad (3.38) \\
 p_{r4} &= 4.63 \times 10^9 - 1.3 \times 10^{12} \varepsilon_{\max} + 1.26 \times 10^{14} \varepsilon_{\max}^2 - 3.43 \times 10^{15} \varepsilon_{\max}^3
 \end{aligned}$$

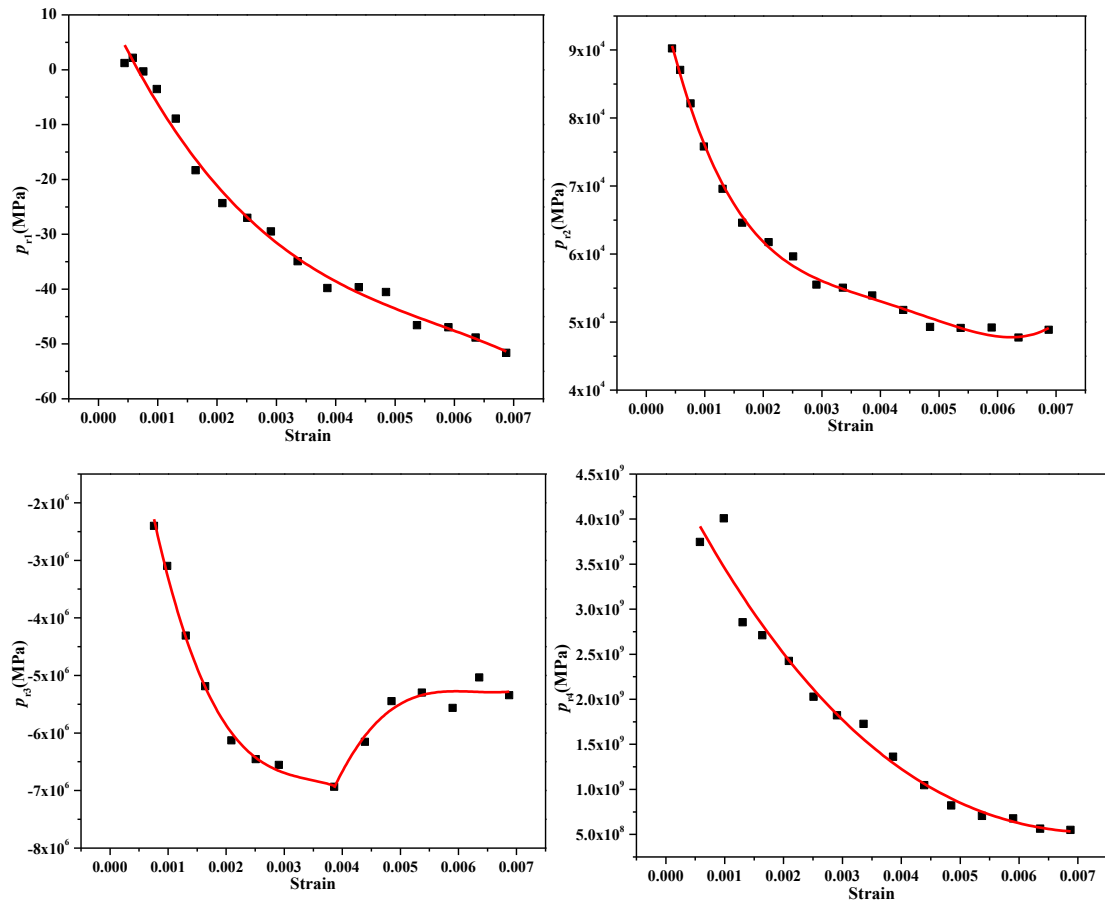


图 3.14 再加载段拟合参数 p_{ii} ($i=1,2,3,4$) 随历史最大卸载应变的变化

2、子迟滞环

子迟滞环定义为: 在主迟滞环内部任意一点加载到上顶点或者卸载到下顶点的应力应变曲线。假设子迟滞环和主迟滞环形状相似, 可以通过线性缩映射矩阵将主迟滞环上的点映射到子迟滞环上, 同理通过逆映射, 也能将子迟滞环上的点映射到主迟滞环上, 两者是一一对应关系。具体解释如下:

已知主迟滞环上一点 $(\varepsilon_{Main}, \sigma_{Main})$, 经过缩映射变换式(3.39)计算, 映射到子迟滞环上的点 $(\varepsilon_{Sub}, \sigma_{Sub})$, 其中 $s_{\sigma}, \sigma_f, s_{\varepsilon}, \varepsilon_f$ 为缩映射系数, 稍后确定表达式。

$$\begin{cases} \sigma_{Sub} = s_{\sigma}\sigma_{Main} + \sigma_f(1 - s_{\sigma}) \\ \varepsilon_{Sub} = s_{\varepsilon}\varepsilon_{Main} + \varepsilon_f(1 - s_{\varepsilon}) \end{cases} \quad (3.39)$$

反解式(3.39), 即可得到逆映射变换:

$$\begin{cases} \sigma_{Main} = \frac{\sigma_{Sub} - \sigma_f(1 - s_{\sigma})}{s_{\sigma}} \\ \varepsilon_{Main} = \frac{\varepsilon_{Sub} - \varepsilon_f(1 - s_{\varepsilon})}{s_{\varepsilon}} \end{cases} \quad (3.40)$$

将(3.40)代入主迟滞环的表达式:

$$\sigma_{Main} = p_1 + p_2\varepsilon_{Main} + p_3\varepsilon_{Main}^2 + p_4\varepsilon_{Main}^3 \quad (3.41)$$

其中 p_i ($i=1,2,3,4$) 对应上文的 p_{ui} 或 p_{ri} 。从而得到子迟滞环的表达式:

$$\sigma_{\text{Sub}} = q_1 + q_2 \varepsilon_{\text{Sub}} + q_3 \varepsilon_{\text{Sub}}^2 + q_4 \varepsilon_{\text{Sub}}^3 \quad (3.42)$$

其中 q_1, q_2, q_3, q_4 表达式如下:

$$\begin{cases} q_1 = s_{\sigma} p_1 - \frac{s_{\sigma} \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon})}{s_{\varepsilon}} p_2 + \frac{s_{\sigma} \varepsilon_f^2 (1-s_{\varepsilon})^2}{s_{\varepsilon}^2} p_3 - \frac{s_{\sigma} \varepsilon_f^3 (1-s_{\varepsilon})^3}{s_{\varepsilon}^3} p_4 + \sigma_f (1-s_{\sigma}) \\ q_2 = \frac{s_{\sigma} \varepsilon_f}{s_{\varepsilon}} p_2 - \frac{2s_{\sigma} \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon})}{s_{\varepsilon}^2} p_3 + \frac{2s_{\sigma} \varepsilon_f^2 (1-s_{\varepsilon})^2}{s_{\varepsilon}^3} p_4 \\ q_3 = \frac{s_{\sigma}}{s_{\varepsilon}^2} p_3 - \frac{2s_{\sigma} \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon})}{s_{\varepsilon}^3} p_4 \\ q_4 = \frac{s_{\sigma}}{s_{\varepsilon}^3} p_4 \end{cases} \quad (3.43)$$

下面确定缩放系数。如图 3.12 所示, 如果从 B 点卸载, 则将主迟滞环 AC 卸载段映射变化得到子迟滞环 BC 段, 而 A 将映射到 B 点, C 将映射到 C 点, 分别将 A、B、C 的坐标代入式(3.39)得到:

$$\begin{cases} \sigma_B = s_{\sigma} \sigma_A + \sigma_f (1-s_{\sigma}) \\ \varepsilon_B = s_{\varepsilon} \varepsilon_A + \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon}) \\ \sigma_C = s_{\sigma} \sigma_C + \sigma_f (1-s_{\sigma}) \\ \varepsilon_C = s_{\varepsilon} \varepsilon_C + \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon}) \end{cases} \quad (3.44)$$

可以解出缩放系数为:

$$\begin{cases} s_{\sigma} = \frac{\sigma_B - \sigma_C}{\sigma_A - \sigma_C} \\ s_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_C}{\varepsilon_A - \varepsilon_C} \\ \sigma_f = \sigma_C \\ \varepsilon_f = \varepsilon_C \end{cases} \quad (3.45)$$

同理从 D 点加载, 则将主迟滞环 CA 加载段映射变化得到子迟滞环 DA 段, 而 C 将映射到 D 点, A 将映射到 A 点, 分别将 A、B、D 的坐标代入式(3.39)得到:

$$\begin{cases} \sigma_D = s_{\sigma} \sigma_C + \sigma_f (1-s_{\sigma}) \\ \varepsilon_D = s_{\varepsilon} \varepsilon_C + \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon}) \\ \sigma_A = s_{\sigma} \sigma_A + \sigma_f (1-s_{\sigma}) \\ \varepsilon_A = s_{\varepsilon} \varepsilon_A + \varepsilon_f (1-s_{\varepsilon}) \end{cases} \quad (3.46)$$

可以解出缩放系数为:

$$\begin{cases} s_{\sigma} = \frac{\sigma_D - \sigma_A}{\sigma_C - \sigma_A} \\ s_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_D - \varepsilon_A}{\varepsilon_C - \varepsilon_A} \\ \sigma_f = \sigma_A \\ \varepsilon_f = \varepsilon_A \end{cases} \quad (3.47)$$

记主迟滞环上下顶点坐标分别为 $(\varepsilon_{\min}, \sigma_{\min})$, $(\varepsilon_{\max}, \sigma_{\max})$, 当前点坐标为 $(\varepsilon_n, \sigma_n)$, 则缩放系数为:

$$\begin{cases} s_{\sigma} = \frac{\sigma_n - \sigma_{\max}}{\sigma_{\min} - \sigma_{\max}}, \dot{\varepsilon} > 0 \\ s_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\min} - \varepsilon_{\max}} \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\begin{cases} s_{\sigma} = \frac{\sigma_n - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}, \dot{\varepsilon} < 0 \\ s_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}} \end{cases}$$

综上所述, 宏观经验本构模型可以简写为:

$${}^{t+\Delta t} \sigma = f_{\sigma} \left({}^t \sigma, {}^t \varepsilon, {}^{t+\Delta t} \varepsilon, \varepsilon_{\max}, \sigma_{\max} \right) \quad (3.49)$$

如果已知 t 时刻的应力、应变, $t+\Delta t$ 时刻的应变以及历史载荷的最大应力应变, 就能根据上述经验方法计算出 $t+\Delta t$ 时刻的应力。

3.6 算例

3.6.1 2D 针刺 C/SiC 复合材料多尺度本构模型算例

(1) 2D 针刺 C/SiC 复合材料有限元模型参数

单向 C/SiC 复合材料细观参数、2D 针刺 C/SiC 复合材料组分弹性参数、单向 CMCs 和网胎层的失效参数以及基体裂纹密度的 Weibull 分布参数如表 3.4、表 3.5、表 3.6 和表 3.7 所示。

表 3.4 单向 C/SiC 复合材料细观参数

细观参数		数值
纤维体积分数	v_f	0.3
纤维半径	$r_f/\mu\text{m}$	3.5
界面摩擦剪应力	τ_i/MPa	7.8
碳纤维热膨胀系数	α_f/K^{-1}	-3.8×10^{-7}
碳化硅基体热膨胀系数	α_m/K^{-1}	$4.6 \times 10^{-6[67]}$

表 3.5 2D 针刺 C/SiC 复合材料组分弹性参数^[64]

材料组分弹性参数		数值
纤维弹性模量	E_{f1}/GPa	230
	E_{f2}/GPa	30
纤维剪切模量	G_{f12}/GPa	9
	μ_{f12}	0.2
纤维泊松比	μ_{f23}	0.25
	E_m/GPa	175
基体弹性模量	G_m/GPa	70
基体剪切模量	μ_m	0.25
基体泊松比	E_n/GPa	9
网胎层弹性模量	μ_n	0.2
网胎层泊松比		

单向 CMCs 的 2、3 方向只考虑拉伸破坏，网胎层只考虑拉伸破坏。单向 CMCs 2、3 方向拉伸破坏应力 X_t 通过单向针刺 C/SiC 复合材料 90 度方向的拉伸试验测得，网胎层拉伸破坏应变 Y_t 通过 2D 针刺 C/SiC 复合材料 3 点弯曲试验测得。

表 3.6 单向 CMCs 和网胎层的破坏参数

参数	数值
单向 CMCs 2、3 方向拉伸破坏应力 X_t/MPa	20
网胎层拉伸破坏应变 Y_t	5.12×10^{-4}

表 3.7 基体裂纹分布参数

参数	数值
m	3
σ_0/MPa	280
D_{sat}	1200
k_1	0.4

利用式(3.1)可计算出各组分的弹性参数，如表 3.8 所示。

表 3.8 纤维束层和网胎层弹性参数

	E_1/GPa	E_2/GPa	E_3/GPa	G_{12}/GPa	G_{23}/GPa	G_{13}/GPa	μ_{12}	μ_{23}	μ_{13}
0°层	191.5	71.4	71.4	26.1	28.6	26.1	0.235	0.25	0.235
90°层	71.4	191.5	71.4	26.1	26.1	28.6	0.088	0.235	0.25
针刺	71.4	71.4	191.5	28.6	26.1	28.6	0.25	0.088	0.088
网胎	9	9	9	3.75	3.75	3.75	0.2	0.2	0.2

对建立的 RVE 单元划分 6 面体网格，如图 3.15 所示，各组分单元数为：0 度单向纤维

层 1296 个，90 度单向纤维层 864 个，针刺纤维 1512 个，网胎层 1728 个。

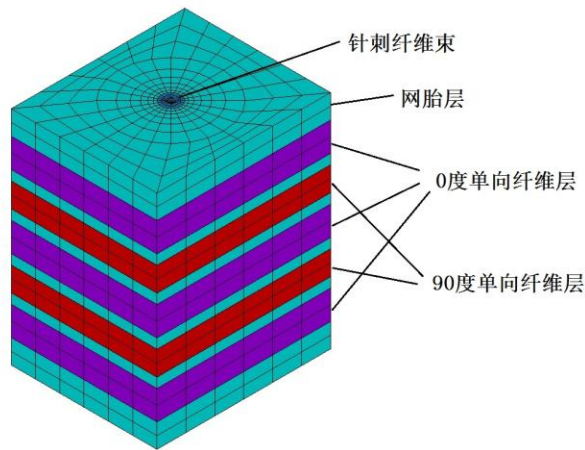


图 3.15 RVE 有限元模型

(2) 2D 针刺 C/SiC 复合材料拉伸应力应变曲线模拟

采用 3.4.3 节介绍的方法，计算了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的单调拉伸应力应变响应。图 3.16 给出了本文模型计算的 2D 针刺 C/SiC 复合材料应力应变曲线与实验结果的对比。从图上看，单调拉伸载荷下模型预测结果和实验结果可以很好的吻合。

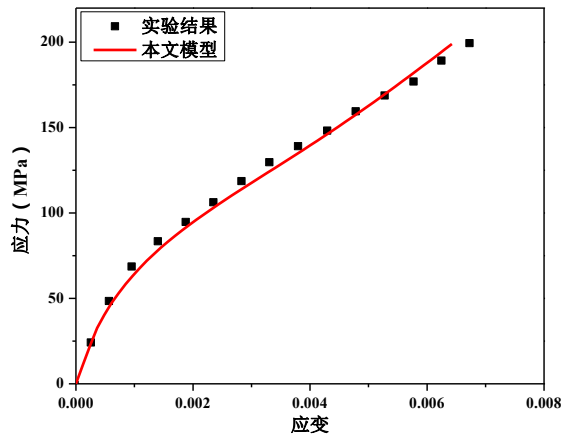


图 3.16 2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观应力应变曲线

3.6.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料宏观经验本构模型算例

按照 3.5 节的方法，分别拟合了

图 2.7 中的第 1、7、11、17 个迟滞环，拟合曲线与实验曲线的对比如图 3.17 所示。

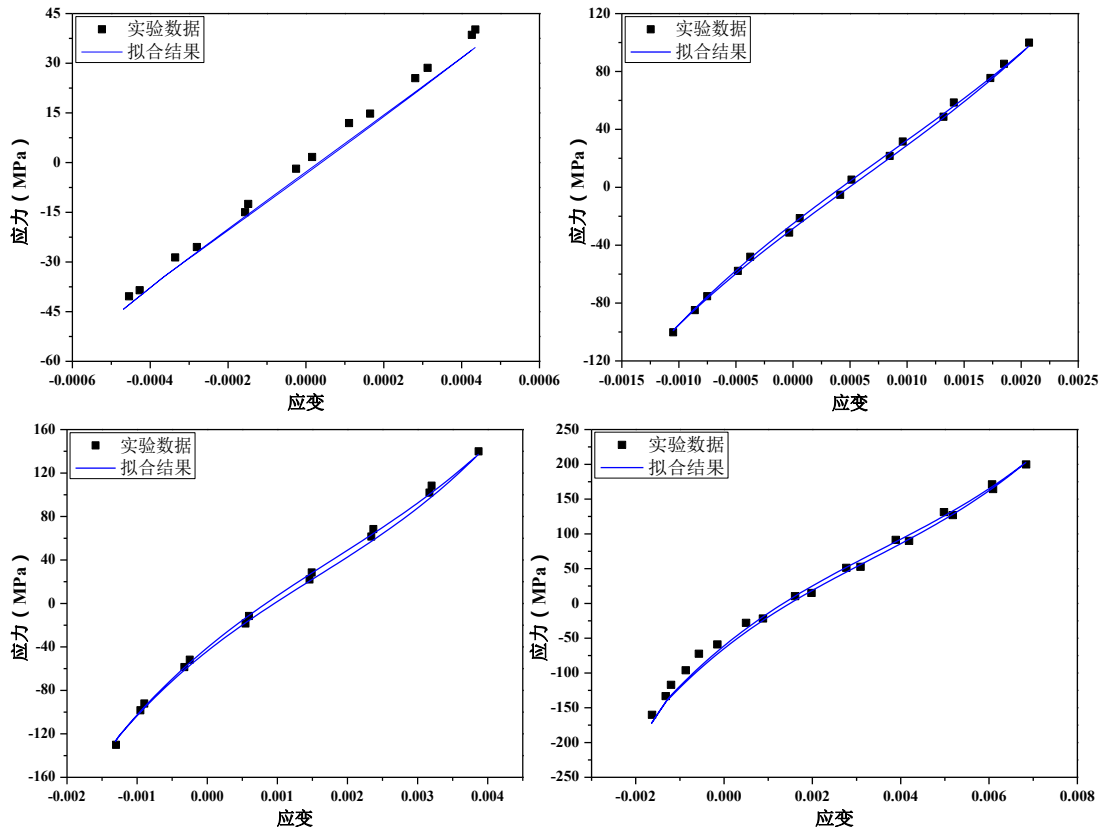


图 3.17 拟合迟滞环曲线

本文编写了 C++ 程序，计算了迟滞环内部部分卸载和再加载的应力应变曲线，如图 3.17 所示，1 为初始单调拉伸段，1-2 为部分卸载段，2-3 为再加载段，3-4 为完全卸载段。

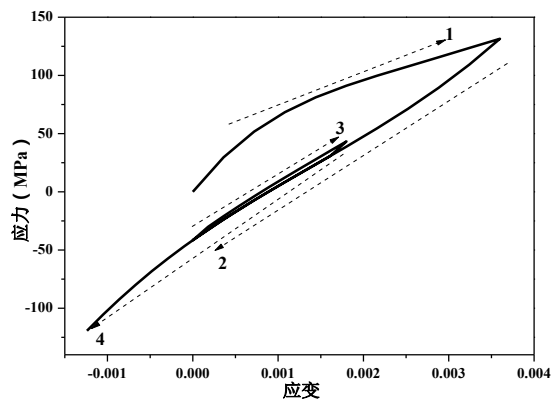


图 3.18 迟滞环内部部分卸载和再加载

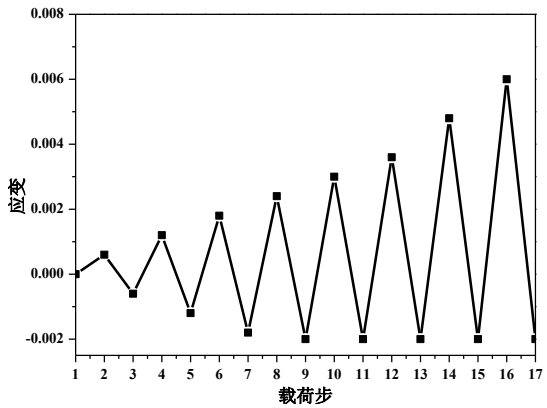


图 3.19 应变载荷

为了验证所建立的宏观经验本构模型的可行性，本文还计算了如图 3.18 所示交变应变载荷下，2D 针刺 C/SiC 复合材料的应力应变响应，结果如图 3.20 所示。计算结果表明，该本构模型能很好的模拟材料在交变载荷下的应力应变响应。

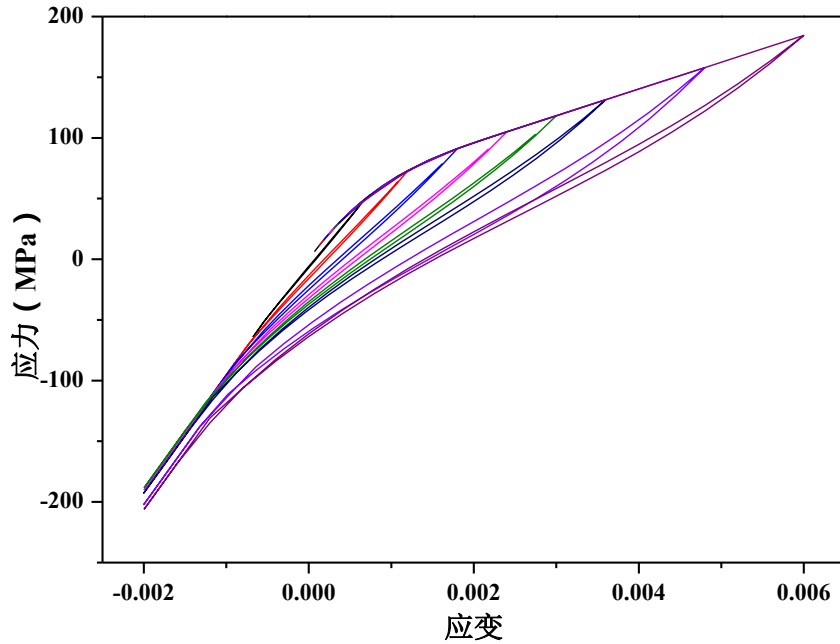


图 3.20 计算应力应变响应

3.7 本章小结

(1) 分别建立了单向纤维增强 CMCs 的基体开裂、界面脱粘的细观失效模式的模拟方法，并将上述失效模式通过相关参数考虑到单向纤维增强 CMCs 的剪滞模型中去。

(2) 采用 XCT 技术对 2D 针刺 C/SiC 复合材料细观结构进行简化重构，建立了由 0 度层、90 层度、网胎层和针刺圆柱组成的 RVE 模型，通过统计平均方法确定了各组分的尺寸参数，继而建立了有限元模型。

(3) 针对 2D 针刺 C/SiC 复合材料，采用多尺度应力应变分析方法，实现了由细观组分性能参数直接获得复合材料的整体宏观力学响应。在纤维束尺度，采用 3.3 节的细观力学模型将单向复合材料性能和纤维/基体组分性能联系起来；在预制体结构尺度，采用 RVE 模型建立了组分性能和复合材料宏观响应之间的联系。

(4) 分析 2.3 节 2D 针刺 C/SiC 复合材料循环拉伸、压缩加卸载实验应力应变曲线特点，本文建立了一种宏观应力应变描述方法，将迟滞环区分为主迟滞环和子迟滞环，通过曲线拟合和缩放映射的方法实现了任意拉伸、压缩路径下的复合材料应力应变的模拟。

第4章 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动仿真

4.1 引言

研究陶瓷基复合材料非线性振动问题的关键在于描述它的变刚度行为,上一章建立了两种 2D 针刺 C/SiC 复合材料的本构模型:一是多尺度本构模型,该模型能计算材料在单调载荷下的响应,将其带入复合材料梁的有限元模型,通过预先加载和刚度折减的方法,确定材料各组分单元的损伤状态,进而在频率域内求解广义特征值问题,就能计算得到损伤的复合材料梁的固有频率。二是将材料视为宏观均质体的宏观经验本构模型,该模型能描述材料加载和卸载的应力应变行为,在时间域运用中心差分法离散振动方程,可以计算复合材料结构每个时间步的响应,进而提取出振动幅频曲线。

4.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动频域研究

4.2.1 结构振动的频率域分析方法

(1) 振动频域分析方法

一般无阻尼 N 自由度系统自由振动方程为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

其解的形式为:

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\varphi} \sin(\omega t + \theta) \quad (4.2)$$

将式(4.2)代入式(4.1)得:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \cdot \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (4.3)$$

求解式(4.3)关于刚度矩阵 \mathbf{K} 和质量矩阵 \mathbf{M} 的广义特征值问题,就能得到系统的固有频率和固有振型。

一般情况下,非线性系统的质量矩阵 \mathbf{M} 保持不变,而刚度矩阵 \mathbf{K} 是变化的。针刺 CMCs 在振动载荷下,其弹性模量是变化的,这就给确定系统的刚度矩阵带来了困难。所以研究针刺 CMCs 结构模态问题的关键,在于研究复合材料结构的刚度分布和时变问题。本节主要研究针刺 CMCs 结构的刚度分布对模态的影响,而不考虑由于纤维和基体滑移引起的迟滞现象。

利用 3.4.1 节建立的 2D 针刺 CMCs 的 RVE 模型,可以建立复合材料结构的有限元模型;结合 3.4.2 节提出的本构模型可以计算出复合材料结构在外载荷下的应力应变响应,并定位不同位置的损伤状态,从而对相应单元的刚度进行退化处理。对相应单元的刚度矩阵进行退

化处理后，再对复合材料结构进行模态分析，即可得到损伤的复合材料结构的模态结果。

(2) 刚度矩阵折减方法

根据 3.3 节提出的方法，可计算得到单向 CMCs 的 1 方向的拉伸-卸载应力应变曲线，用线性拟合方法拟合卸载段应力应变曲线，求得平均卸载弹性模量，其平均卸载弹性模量随历史最大应力的变化规律如图 4.1 所示。用本文模型计算得到的单向 CMCs 平均卸载弹性模量与历史最大应力呈非线性关系；当载荷较小时，卸载模量缓慢减小；随着基体裂纹密度的增加，卸载模量加速减小。

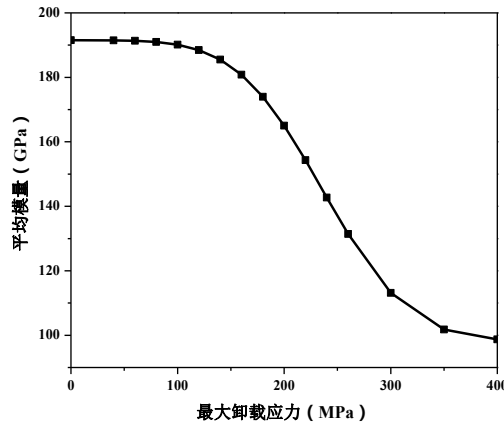


图 4.1 卸载弹性模量随历史最大应力的变化规律

为了简化模型，本文做如下假设：

- (1) 1 方向的压缩弹性模量是线弹性的，并等于单调拉伸初始线性段的弹性模量。
- (2) 不考虑单向 CMCs 在 1 方向的拉伸和压缩失效问题。
- (3) 用梁的静挠度曲线近似代替“一弯”振型。

单向 CMCs 在 2、3 方向的弹性模量较小，强度较低，采用最大应力准则判断失效。单元失效后，单元刚度矩阵的处理有 2 种。一是采用类似 ANSYS 自带的“生死”单元功能，单元刚度矩阵乘以一个小系数（1e-6 或自定义），也即一个方向失效后，单元整体失效，不再承力。此方法对单向应力状态比较有效，文献^[34]即采用这种方法；二是对一个或几个弹性参数进行折减，而折减系数和需要折减的弹性参数则是经验性的选择，弹性参数一般折减到 1% 数量级。但是无论折减系数是多少，必须满足刚度矩阵的正定条件式(4.4)。文献^{[68][69]}采用的折减系数为 1% 数量级，本文对判断已失效的单元的刚度矩阵乘以 0.01。

$$1 - \mu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x} - \mu_{yz}^2 \frac{E_z}{E_y} - \mu_{xz}^2 \frac{E_x}{E_z} - 2\mu_{xy}\mu_{yz}\mu_{xz} \frac{E_z}{E_x} > 0 \quad (4.4)$$

(3) 固有频率和固有振型求解

ANSYS 模态提取方法主要有 Block Lanczos、PCG Lanczos、Unsymmetric、Damped、QR Damped、Supernode。本文模型比较简单，无需考虑求解器的影响，故采用 Block Lanczos 方法求解。

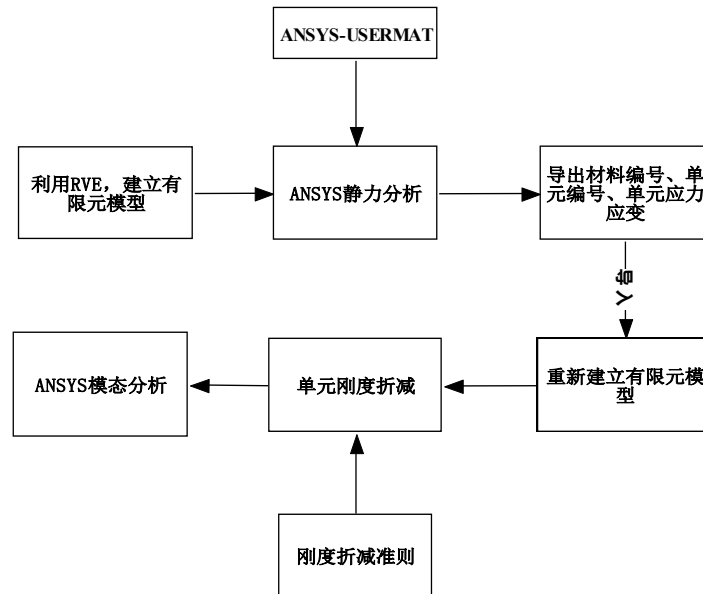


图 4.2 复合材料模态分析流程图

如图 4.2 所示，具体流程如下：

- (1) 利用 RVE 模型，建立复合材料的结构模型；
- (2) 根部施加固支位移约束，自由端施加力载荷，设置载荷子步数，进行静力分析；
- (3) 读取计算结果的应力应变数据，导出进入损伤状态的单元的单元编号、材料编号和单元应力应变数据；
- (4) 重新建立工作项目，重复步骤 1 的工作，并读取进入损伤的单元的单元编号、材料编号和单元应力应变数据；
- (5) 根据上文所述的刚度折减方法，用 EMODIF 命令对不同的单元赋新的材料参数；
- (6) 根部施加固支位移约束，进行模态分析；

4.2.2 算例

(1) 有限元模型

采用 185 单元，将 RVE 模型沿 1 方向复制 48 个，长度尺寸为 $3.3 \times 48 = 158.4 \text{ mm}$ ，因为所考察的梁的“一弯”固有频率与宽度无关，所以从减少模型单元数考虑，宽度方向只有一个 RVE 模型的宽度。图 4.3 为 CMCs 梁有限元模型的一部分。2D 针刺 C/SiC 复合材料梁有限元模型共计划分 90720 个单元，其中 0 度单向纤维层 20736 个，90 度单向纤维层 13824 个，网胎层 27648 个，针刺纤维 28512 个。

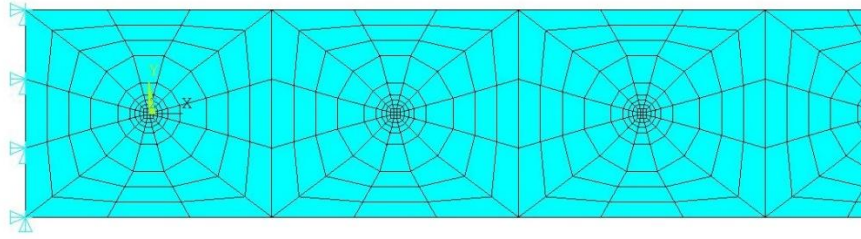


图 4.3 复合材料梁有限元模型（局部）

(2) 非线性算例

端部施加力载荷，用静挠度曲线近似代替复合材料悬臂梁的“一弯”振型，用弹性参数计算了 CMCs 梁的应力应变响应。受拉的 0 度单向纤维层靠近梁根部的应力云图如图 4.4 所示，当自由端挠度为 4.54 mm 时，0 度层针刺孔边所受最大应力为 237 MPa，远小于断裂强度。

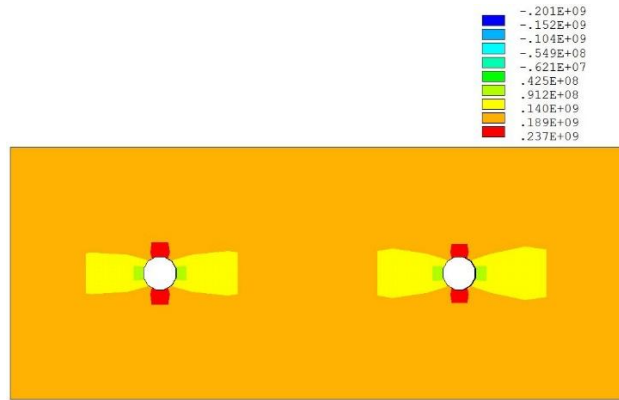


图 4.4 0 度单向纤维层应力图

按照 4.2.1 节所述方法和流程，先计算复合材料梁在静载荷下的应力应变响应，再根据应力水平对不同组分进行刚度折减，最后对损伤的复合材料梁进行模态分析。计算结果如表 4.1 和图 4.5 所示。计算结果与实验固有频率接近，随激励载荷的变化趋势一致，由于 0 度单向纤维刚度折减模型仍然存在误差，固有频率的变化速率不很一致。

表 4.1 复合材料梁的计算固有频率

合力/N	端部位移/mm	固有频率/Hz
0.912	0.921	178.99
1.596	1.615	178.19
2.28	2.313	177.42
2.964	3.025	175.12
3.648	3.764	171.62
4.332	4.54	165.54

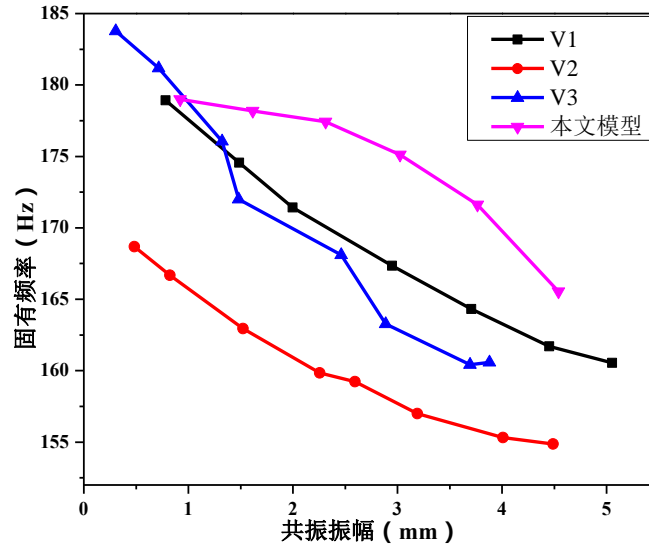


图 4.5 计算固有频率与实验固有频率

4.3 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁振动时域研究

4.3.1 全量有限元方法和时间积分

(1) 全量法有限元。

在域 Ω 内，忽略重力的作用，三维振动基本方程如下：

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dV - \int_{\Omega} c \dot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dV - \int_{\Gamma} \mathbf{q} \delta \mathbf{u} ds = 0 \quad (4.5)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, ρ , \mathbf{u} , c , \mathbf{q} 分别表示应力场、应变场、质量密度、位移场、阻尼系数和外力场。

将整个域离散化为若干个单元，则式(4.5)转化为：

$$\sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^e \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e dV - \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \ddot{\mathbf{u}}^e \delta \mathbf{u}^e dV - \sum_e \int_{\Omega^e} c \dot{\mathbf{u}}^e \delta \mathbf{u}^e dV - \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^e \delta \mathbf{u}^e ds = 0 \quad (4.6)$$

引入单元的形函数 \mathbf{N}^e ，则 $\mathbf{u}^e = \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{a}^e$, $\dot{\mathbf{u}}^e = \mathbf{N}^e \cdot \dot{\mathbf{a}}^e$, $\ddot{\mathbf{u}}^e = \mathbf{N}^e \cdot \ddot{\mathbf{a}}^e$ ，其中 \mathbf{a} 表示结点位移，单元应变 $\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{B}^e \cdot \mathbf{a}^e$ ， \mathbf{B}^e 为单元几何矩阵。则式(4.6)转化为

$$\begin{aligned} & \sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^{eT} \cdot \mathbf{B}^e \cdot \delta \mathbf{a}^e dV - \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \ddot{\mathbf{a}}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \delta \mathbf{a}^e dV \\ & - \sum_e \int_{\Omega^e} c \dot{\mathbf{a}}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \delta \mathbf{a}^e dV - \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \delta \mathbf{a}^e ds = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

可以通过抽取矩阵 \mathbf{G}^e 建立 \mathbf{a}^e 与 \mathbf{a} 之间的关系：

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{G}^e \cdot \mathbf{a}, \quad \ddot{\mathbf{a}}^e = \mathbf{G}^e \cdot \ddot{\mathbf{a}}$$

代入得：

$$\begin{aligned} & \sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^{eT} \cdot \mathbf{B}^e \cdot \mathbf{G}^e \cdot \delta \mathbf{a} dV - \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \ddot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{G}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e \cdot \delta \mathbf{a} dV \\ & - \sum_e \int_{\Omega^e} c \dot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{G}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e \cdot \delta \mathbf{a} dV - \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e \cdot \delta \mathbf{a} ds = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

化简为:

$$\begin{aligned} & \left(\sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^{eT} \cdot \mathbf{B}^e \cdot \mathbf{G}^e dV \right) \cdot \delta \mathbf{a} - \ddot{\mathbf{a}}^T \cdot \left(\sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e dV \right) \cdot \delta \mathbf{a} \\ & - \dot{\mathbf{a}}^T \cdot \left(\sum_e \int_{\Omega^e} c \mathbf{G}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e dV \right) \cdot \delta \mathbf{a} - \left(\sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e ds \right) \cdot \delta \mathbf{a} = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

简写为:

$$\mathbf{F}^T \cdot \delta \mathbf{a} - \ddot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{M}^T \cdot \delta \mathbf{a} - \dot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \delta \mathbf{a} - \mathbf{Q}^T \cdot \delta \mathbf{a} = 0 \quad (4.10)$$

即

$$(\mathbf{F}^T - \mathbf{Q}^T) \cdot \delta \mathbf{a} = \ddot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{M}^T \cdot \delta \mathbf{a} + \dot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{C}^T \cdot \delta \mathbf{a} \quad (4.11)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^T &= \sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^{eT} \cdot \mathbf{B}^e \cdot \mathbf{G}^e dV \\ \mathbf{M}^T &= \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \cdot \mathbf{N}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e dV \\ \mathbf{Q}^T &= \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^{eT} \cdot \mathbf{N}^e \cdot \mathbf{G}^e ds \end{aligned} \quad (4.12)$$

注意此处的 \mathbf{F} 并非刚度矩阵。

由 $\delta \mathbf{a}$ 的任意性, 式(4.11)消去 $\delta \mathbf{a}$ 得:

$$(\mathbf{F}^T - \mathbf{Q}^T) = \ddot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{M}^T + \dot{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{C}^T \quad (4.13)$$

转置式(4.13)得:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{a}} = \mathbf{F} - \mathbf{Q} \quad (4.14)$$

(2) 中心差分法

在中心差分法中, 加速度可以用位移表示:

$$\begin{aligned} {}^t \ddot{\mathbf{a}} &= \frac{1}{\Delta t^2} ({}^{t-\Delta t} \mathbf{a} - 2 {}^t \mathbf{a} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}) \\ {}^t \dot{\mathbf{a}} &= \frac{1}{2\Delta t} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{a} - {}^{t-\Delta t} \mathbf{a}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

代入振动基本方程(4.14)后, 得:

$$\frac{1}{\Delta t^2} {}^t \mathbf{M} \cdot ({}^{t-\Delta t} \mathbf{a} - 2 {}^t \mathbf{a} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}) + \frac{1}{2\Delta t} {}^t \mathbf{C} \cdot ({}^{t+\Delta t} \mathbf{a} - {}^{t-\Delta t} \mathbf{a}) = {}^t \mathbf{F} - {}^t \mathbf{Q} \quad (4.16)$$

化简式(4.16)后得:

$$\frac{1}{\Delta t^2} {}^t\mathbf{M} \cdot {}^{t+\Delta t}\mathbf{a} + \frac{1}{2\Delta t} {}^t\mathbf{C} \cdot {}^{t+\Delta t}\mathbf{a} = {}^t\mathbf{F} - {}^t\mathbf{Q} + \frac{1}{\Delta t^2} {}^t\mathbf{M} \cdot (2{}^t\mathbf{a} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{a}) + \frac{1}{2\Delta t} {}^t\mathbf{C} \cdot {}^{t-\Delta t}\mathbf{a} \quad (4.17)$$

如果不考虑阻尼的影响，则式(4.17)简化为：

$$\frac{1}{\Delta t^2} {}^t\mathbf{M} \cdot {}^{t+\Delta t}\mathbf{a} = {}^t\mathbf{F} - {}^t\mathbf{Q} + \frac{1}{\Delta t^2} {}^t\mathbf{M} \cdot (2{}^t\mathbf{a} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{a}) \quad (4.18)$$

化简式(4.18)得：

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{a} = \Delta t^2 \mathbf{M}^{-1} \cdot ({}^t\mathbf{F} - {}^t\mathbf{Q}) + 2{}^t\mathbf{a} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{a} \quad (4.19)$$

因为 ${}^{t-\Delta t}\mathbf{a}$ 和 ${}^t\mathbf{a}$ 已知，则 t 时刻的应力也已知， ${}^t\mathbf{F}$ 是已知的。由式(4.19)即可计算出 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{a}$ ，再由3.5节的经验本构模型计算出 $t+\Delta t$ 时刻的应力，然后计算出 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{F}$ 。不断循环，即可计算出所有时刻的响应。

(3) 0时刻启动问题：

令 $t=0$ ，由式(4.15)得

$$-{}^{\Delta t}\mathbf{a} = {}^0\mathbf{a} - \Delta t {}^0\dot{\mathbf{a}} + \frac{\Delta t^2}{2} {}^0\ddot{\mathbf{a}} \quad (4.20)$$

而已知0时刻的位移、速度，加速度可由式(4.14)得

$${}^0\ddot{\mathbf{a}} = \mathbf{M}^{-1} ({}^0\mathbf{F} - {}^0\mathbf{Q} - \mathbf{C} \cdot {}^0\dot{\mathbf{a}}) \quad (4.21)$$

(4) 时间步长的选择

中心差分法是条件稳定算法，时间步长 Δt 必须小于某个临界值，计算结果才不会发散。稳定性条件为：

$$\Delta t \leq \frac{T_n}{\pi} \quad (4.22)$$

其中 T_n 是单元的最小固有振动周期。当网格划分完后，找出尺寸最小的单元的最短边 L_{\min} ，可近似估计为

$$T_n = \frac{\pi L_{\min}}{\sqrt{E/\rho}} \quad (4.23)$$

其中 $\sqrt{E/\rho}$ 表示声波在单元内的传播速度。

(5) 三维本构关系

假设剪应力、剪应变和正应力、正应变之间不存在耦合。在三维应力状态下，有：

$$\begin{cases} \varepsilon_1^1(\sigma_{11}) + S_{12}\sigma_{22} + S_{13}\sigma_{33} = \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_2^1(\sigma_{11}) + S_{22}\sigma_{22} + S_{23}\sigma_{33} = \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_3^1(\sigma_{11}) + S_{32}\sigma_{22} + S_{33}\sigma_{33} = \varepsilon_{33} \\ S_{44}\tau_{12} = \varepsilon_{12} \\ S_{55}\tau_{23} = \varepsilon_{23} \\ S_{66}\tau_{13} = \varepsilon_{13} \end{cases} \quad (4.24)$$

其中 ε_j^i 表示只有 i 方向作用应力时, 在 j 方向产生的应变。 $S_{12}, S_{22}, S_{32}, S_{13}, S_{23}, S_{33}$ 是柔度矩阵的系数, 根据正交各向异性材料的柔度矩阵公式和表 4.2 的工程弹性参数, 即能计算得到各柔度系数。

依据泊松效应, 可进一步假设 $\varepsilon_2^1(\sigma_{11}) = -\mu_{12}\varepsilon_1^1(\sigma_{11}), \varepsilon_3^1(\sigma_{11}) = -\mu_{13}\varepsilon_1^1(\sigma_{11})$ 。此时, 上述方程组实际上是一个线性方程组, 可容易地求出 $\varepsilon_1^1(\sigma_{11}), \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}$ 和 τ_{13} 。将 $\varepsilon_1^1(\sigma_{11})$ 作为 $t + \Delta t$ 时刻的应变输入公式(3.49), 就能计算得到 $t + \Delta t$ 的应力。

表 4.2 2D 针刺 C/SiC 复合材料工程弹性参数

E_{22}/GPa	E_{33}/GPa	G_{12}/GPa	G_{23}/GPa	G_{13}/GPa	μ_{12}	μ_{23}	μ_{13}
64	45	24	28	28	0.15	0.15	0.139

4.3.2 3D-20node 单元介绍和有限元编程方法

本文采用三维 20 结点等参数单元, 对应 ANSYS 中的 186 单元。实际操作过程中抽取矩阵 \mathbf{G}^e 的具体形式可以不用考虑, 它的作用通过对结点序号人为排序代替。

(1) 形函数和几何矩阵

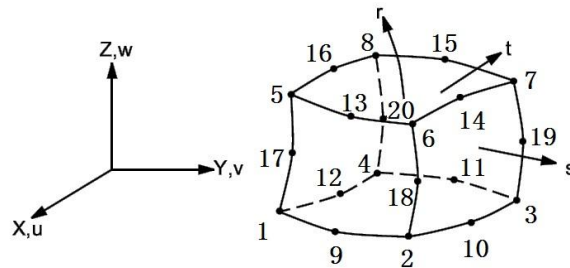


图 4.6 186 单元局部坐标图和结点排序方式

三维 20 结点等参数单元的形函数如下:

$$\begin{aligned}
 N_1 &= (1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2)/8, N_2 = (1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2)/8 \\
 N_3 &= (1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2)/8, N_4 = (1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2)/8 \\
 N_5 &= (1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2)/8, N_6 = (1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2)/8 \\
 N_7 &= (1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2)/8, N_8 = (1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2)/8 \\
 N_9 &= (1-s^2)(1-t)(1-r)/4, N_{10} = (1+s)(1-t^2)(1-r)/4 \\
 N_{11} &= (1-s^2)(1+t)(1-r)/4, N_{12} = (1-s)(1-t^2)(1-r)/4 \\
 N_{13} &= (1-s^2)(1-t)(1+r)/4, N_{14} = (1+s)(1-t^2)(1+r)/4 \\
 N_{15} &= (1-s^2)(1+t)(1+r)/4, N_{16} = (1-s)(1-t^2)(1+r)/4 \\
 N_{17} &= (1-s)(1-t)(1-r^2)/4, N_{18} = (1+s)(1-t)(1-r^2)/4 \\
 N_{19} &= (1+s)(1+t)(1-r^2)/4, N_{20} = (1-s)(1+t)(1-r^2)/4
 \end{aligned}$$

形函数顺序对应图 4.6 中结点编号。

则单元位移为:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u^e \\ v^e \\ w^e \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \cdots & N_{20} & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & 0 & N_{20} & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & 0 & N_{20} \end{bmatrix} \cdot \\ & [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \cdots \quad u_{20} \quad v_{20} \quad w_{20}]^T \\ & = \mathbf{N}^e \cdot [u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \cdots \quad u_{20} \quad v_{20} \quad w_{20}]^T \end{aligned} \quad (4.25)$$

几何矩阵定义为:

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{B}_{20}] \quad (4.26)$$

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}^T \quad (i=1,2,\dots,20) \quad (4.27)$$

因为形函数为局部坐标的函数，而式(4.27)是对总体坐标求导，根据复合函数求导法则，有:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

其中 \mathbf{J} 为三维的雅可比矩阵，它表示总体坐标和局部坐标的关系，其表达式如下:

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial s} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial s} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial s} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial t} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial t} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial t} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial r} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial r} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i}{\partial r} z_i \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

由上式可知 \mathbf{J} 与结点坐标有关；对于小变形问题，可以认为 \mathbf{J} 近似不变，从而几何矩阵 \mathbf{B} 在编程时只需要计算一次。

反解式(4.28)得:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

另外，对总体坐标积分时可以转化为对局部坐标的积分：

$$dx dy dz = |\mathbf{J}| ds dt dr \quad (4.31)$$

(2) 数值积分

采用 2 点高斯数值积分方法，积分点坐标为 (-0.57735, 0.57735)，积分点权系数为 1。因此三维实体单元共有 2×2×2=8 个高斯积分点。

在结构上施加加速度载荷 $\text{acc}=[\text{acc}_x \text{acc}_y \text{acc}_z]^T$ ，对任意结点 i ，有加速度载荷矩阵：

$$\mathbf{Q}_i^e = \iiint_V N_i [\text{acc}] dx dy dz = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 N_i [\text{acc}] |\mathbf{J}| \quad (4.32)$$

单元质量矩阵：

$$\mathbf{M}^e = \iiint_V \rho \mathbf{N}^e \mathbf{T} \mathbf{N}^e dx dy dz = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 \rho \mathbf{N}^e \mathbf{T} \mathbf{N}^e |\mathbf{J}| \quad (4.33)$$

为方便计算将质量矩阵进行对角化处理，方法如下：

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}}^e(i, j) &= 0 && \text{if } i \neq j \\ \hat{\mathbf{M}}^e(i, i) &= \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{M}^e(i, j)}{\sum_{i=1}^n \mathbf{M}^e(i, i)} \mathbf{M}^e(i, i) \end{aligned} \quad (4.34)$$

\mathbf{K}^e 矩阵计算：

$$\mathbf{K}^e = \iiint_V \mathbf{B}^e \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma}^e dx dy dz = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 \mathbf{B}^e \mathbf{T} \boldsymbol{\sigma}^e |\mathbf{J}| \quad (4.35)$$

(3) 有限元编程方法

对于结构的单元划分和结点编号问题，本文采用 ANSYS 自带的前处理功能，先建立几何模型再划分单元，然后将结点坐标、单元的结点编号输出到文本文件。

然后自行编写 C++ 程序读取这些有限元信息，按照公式(4.27)、(4.33)、(4.32)、(4.35)分别计算单元几何矩阵 \mathbf{B}^e ，单元质量矩阵 \mathbf{M}^e ，单元载荷矩阵 \mathbf{Q}^e ，和矩阵 \mathbf{K}^e ，然后按照结点编号的顺序组装总体质量矩阵 \mathbf{M} ，总体载荷矩阵 \mathbf{Q} 和矩阵 \mathbf{K} 。然后根据中心差分方法(4.19)，循环迭代计算，即可计算出每一时间步的响应。

如图 4.7 所示，具体流程如下：

- (1) 在 ANSYS 中，建立几何模型，并用 186 单元划分网格；
- (2) 通过 *GET 命令导出单元包含的结点编号和各个结点的坐标信息，并用 *VWRITE 命令写出到文本文件；
- (3) 自编 C++ 程序读取单元包含的结点号和结点坐标信息；

- (4) 分别计算 \mathbf{B} 、 \mathbf{M} 、 $'\mathbf{K}$ 、 $'\mathbf{Q}$ 矩阵；
- (5) 利用中心差分法公式计算 $t+\Delta t$ 时刻位移 ${}^{t+\Delta t}\mathbf{a}$ ；
- (6) 计算 $t+\Delta t$ 时刻应变 ${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\varepsilon}$ ；
- (7) 利用 3.5 节所述的经验本构模型计算 $t+\Delta t$ 时刻应力 ${}^{t+\Delta t}\boldsymbol{\sigma}$ ；
- (8) 判断计算是否结束，如是，则转到 9；否则更新时间步，转到步骤 4；
- (9) 计算完成，写出结点位移、单元应力应变等信息。

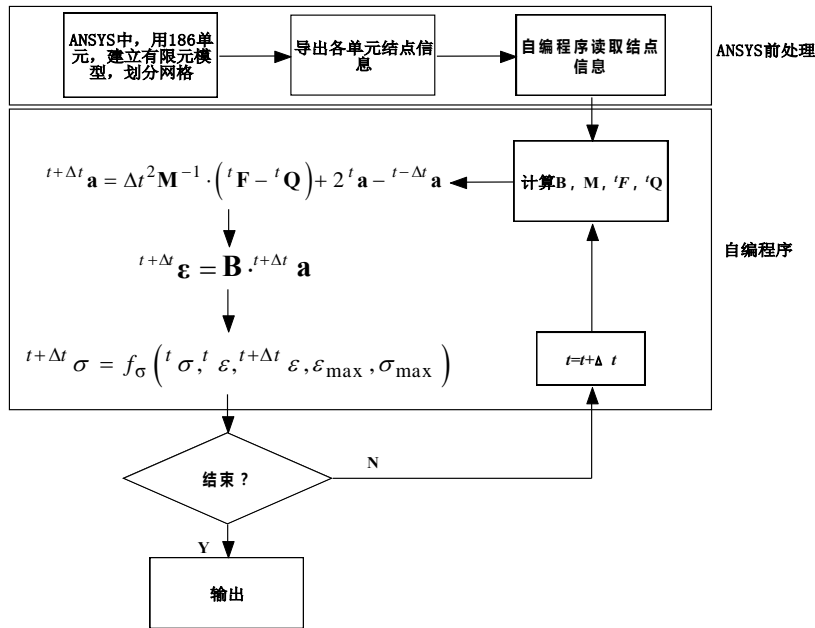


图 4.7 时域振动响应计算流程图

4.3.3 计算结果分析

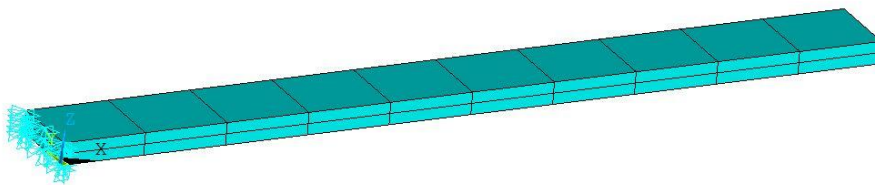


图 4.8 有限元模型图

(1) 弹性算例

根据 4.2 节介绍，求解结构刚度矩阵 \mathbf{K} 和质量矩阵 \mathbf{M} 的广义特征值问题，即能得到结构的固有频率和固有振型。为了验证所编写程序的准确性，导出了结构的质量矩阵 \mathbf{M} 和刚度矩阵 \mathbf{K} ，利用 Matlab 的 $\text{eig}(\mathbf{K}, \mathbf{M})$ 函数求出了系统的固有频率和固有振型，结果如表 4.3 所示，本文方法和 ANSYS 的计算结果基本一致，对应的振型图如图 4.9 所示。

表 4.3 弹性算例固有频率

阶数	ANSYS-Block Lanczos(Hz)	本文(Hz)
1 th	196.63	196.64
2 th	682.40	682.54
3 th	1216.9	1217.46

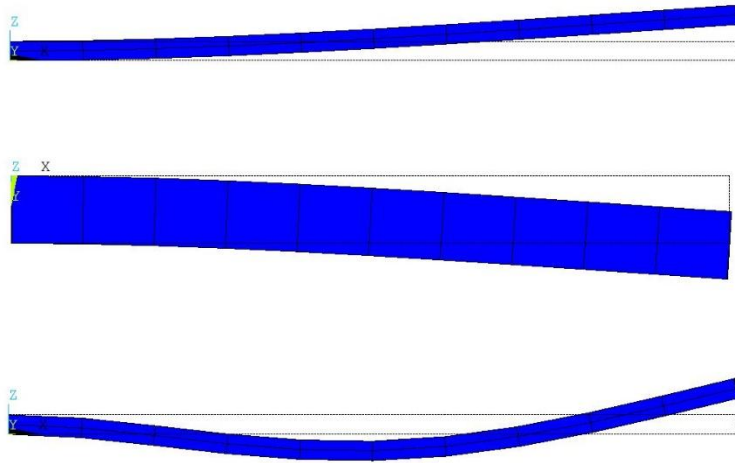


图 4.9 悬臂梁 1、2、3 阶振型

如图 4.10 所示，计算了弹性梁在基础加速度激励幅值 10 m/s^2 ，激励频率 180 Hz 作用下的振动响应，梁端部的位移响应为拍振。

(2)非线性算例

在基础加速度激励 10 m/s^2 ，激励频率 192 Hz 作用下，计算了复合材料梁的振动响应，其端部的位移响应（图 4.11），并提取了根部单元的应力应变响应（图 4.12）。可以发现，应力应变响应是迟滞环的形式，引入的材料阻尼使得复合材料梁的振动行为不再是弹性行为。

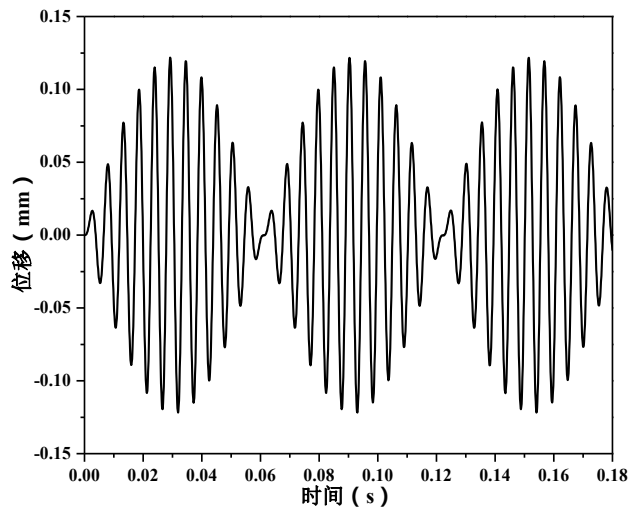


图 4.10 弹性梁端部结点位移响应

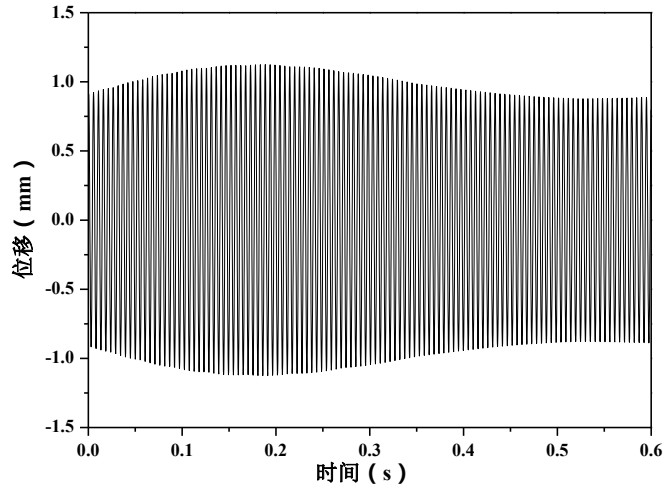


图 4.11 复合材料梁振动的端部位移响应

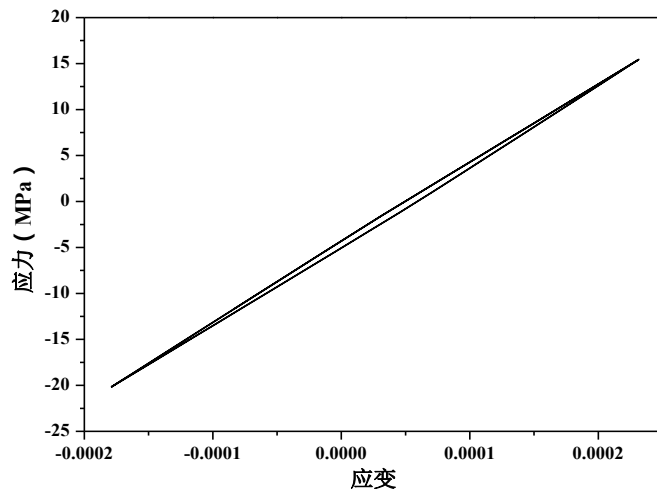


图 4.12 根部单元应力应变响应

分别设置加速度激励为 10 m/s^2 、 20 m/s^2 、 30 m/s^2 ，计算了复合材料梁在“一弯”固有频率附近的扫频响应，之后提取振幅，得到如图 4.13 所示的幅频曲线。可以发现，计算幅频曲线与实验结果接近，幅频曲线随激励载荷的变化趋势一致，复合材料的刚度渐软特性使其固有频率随着激励载荷的增大而减小。

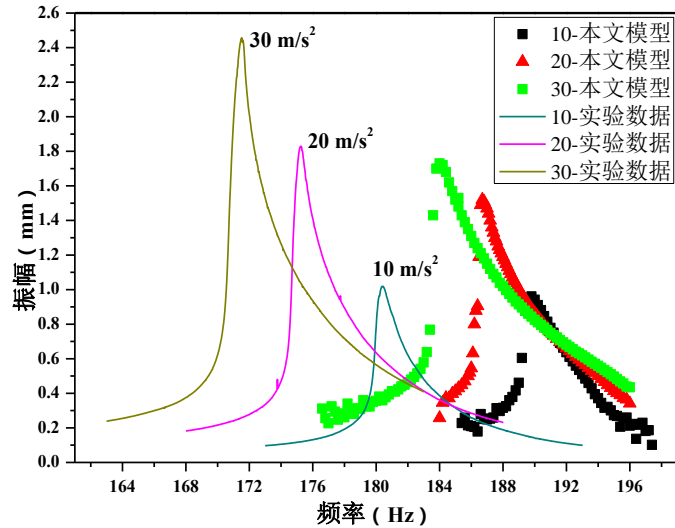


图 4.13 计算和实验幅频曲线

4.4 本章小结

(1) 由 2D 针刺 C/SiC 复合材料的 RVE 模型建立了复合材料梁的有限元模型，利用 3.4 节介绍的多尺度本构模型计算了复合材料梁的弯曲损伤，之后对组分单元进行刚度折减，在频率域对损伤的复合材料梁进行了模态分析，获得了振幅-固有频率曲线，仿真结果与实验结果接近。

(2) 将 3.5 节介绍的经验本构模型结合有限元方法，在时间域采用中心差分法求解动力学方程，自行编写了复合材料梁的有限元动力学程序，计算了复合材料梁在不同激励频率和激振载荷下的各个时刻的响应，并获得了幅频曲线，仿真结果与实验结果接近。

第5章 全文总结与展望

5.1 本文主要工作和总结

本文针对 2D 针刺 C/SiC 复合材料的应力应变响应和复合材料悬臂梁的非线性振动开展了实验研究和数值模拟，开展的工作和获得的结论如下：

(1) 开展了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的循环拉压加卸载实验和复合材料悬臂梁的基础激励扫频实验。

2D 针刺 C/SiC 复合材料在拉伸和压缩加卸载时，应力应变曲线表现为迟滞环的形式，迟滞环的平均卸载模量随卸载应力（应变）的增大而减小，卸载进入压缩区域后，在压缩载荷下基体裂纹闭合，发现复合材料的弹性模量恢复为初始模量。复合材料悬臂梁的“一弯”幅频曲线也表现出相似的刚度渐软特性，随着激振加速度的增大，共振频率逐渐减小，而共振振幅近似线性增大，幅频曲线总体向低频方向移动。

(2) 建立了 2D 针刺 C/SiC 复合材料的多尺度本构模型和宏观经验本构模型

一方面采用 X-ray CT 方法建立复合材料的 RVE 模型，考虑基体开裂和界面脱粘损伤，采用剪滞模型描述单向 CMCs 沿纤维方向的力学行为，采用最大应力、应变准则判断网胎层和单向复合材料垂直纤维方向的失效，通过非线性有限元方法仿真计算了复合材料的宏观拉伸应力应变响应；另一方面，采用多项式拟合了实验迟滞环曲线数据，并建立卸载应变和拟合参数间的函数关系，通过缩放映射方法，提出了一种迟滞环的描述方法，建立了复合材料的宏观经验本构模型。

(3) 在频率域和时间域，对 2D 针刺 C/SiC 复合材料悬臂梁的振动进行了数值仿真。

一方面将多尺度本构模型带入复合材料梁的有限元模型，通过预先加载和刚度折减的方法，确定各组单元损伤后的材料参数，进而在频率域内求解结构刚度矩阵和质量矩阵的广义特征值问题，计算得到损伤的复合材料梁的固有频率。另一方面，将宏观经验本构模型代入中心差分法离散后的振动方程，计算复合材料梁每个时间步的响应，提取出振动幅频曲线。

5.2 今后的研究展望

(1) 复杂预制体结构的复合材料的几何模型和细观参数的测量仍然是个难题，亟需发展新的可靠的测量方法和手段。

(2) 纤维/基体界面脱粘后纤维和基体的摩擦滑动行为，是材料变刚度迟滞行为和阻尼特性的主因，但是现有研究提出的模型计算量太大，并不适用于结构件的仿真计算，模型简化和计算效率方面亟需改进。

(3) 陶瓷基复合材料基体开裂后，在振动载荷下的裂纹开闭合行为类似“呼吸裂纹”，

可以从这个点切入研究其非线性振动行为。

参考文献

- [1] Tang S, Hu C. Design, Preparation and Properties of Carbon Fibers Reinforced Ultra-High Temperature Ceramic Composites for Aerospace Applications: a Review. *Journal of Materials Science & Technology*, 2017, 33(2):117-130.
- [2] 梁春华. 纤维增强陶瓷基复合材料在国外航空发动机上的应用. *航空制造技术*, 2006(3):40-45.
- [3] 文生琼, 何爱杰. 陶瓷基复合材料在航空发动机热端部件上的应用. *航空制造技术*, 2009(S1):4-7.
- [4] 王鸣, 董志国, 张晓越, 等. 连续纤维增强碳化硅陶瓷基复合材料在航空发动机上的应用. *航空制造技术*, 2014, 450(6):10-13.
- [5] Emerson R, Lawrence B, Montgomery A, et al. Improvements to the processing and characterization of needled composite laminates. *Proceedings of the American Society for Composites 28th Technical Conference*, State College, PA: 2013.
- [6] Chen X, Chen L, Zhang C, et al. Three-dimensional needle-punching for composites – a review. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2016, 85:12-30.
- [7] 刘杰, 李海滨, 刘小瀛. 3D 针刺 C/SiC 复合材料螺栓的低成本制备及力学性能. *航空学报*, 2013, 34(7):1724-1730.
- [8] 李志永, 郑日恒, 李立翰, 等. 冲压发动机针刺 C/SiC 喷管的烧蚀行为研究. *推进技术*, 2013, 34(7):956-961.
- [9] Domergue J M, Vagaggini E, Evans A G. Relationships between hysteresis measurements and the constituent properties of ceramic matrix composites: II, experimental studies on unidirectional materials. *Journal of the American Ceramic Society*, 1995, 78(10):2721-2731.
- [10] Chateau C, Gédart L, Bornert M, et al. Modeling of damage in unidirectional ceramic matrix composites and multi-scale experimental validation on third generation SiC/SiC minicomposites. *Journal of the Mechanics & Physics of Solids*, 2014, 63(1):298-319.
- [11] Cahill L M A, Natarajan S, Bordas S P A, et al. An experimental/numerical investigation into the main driving force for crack propagation in uni-directional fibre-reinforced composite laminae. *Composite Structures*, 2014, 107(1):119-130.
- [12] Aveston J, Cooper G A, Kelly A. *Single and multiple fracture, the properties of fiber composites*. Guildford: IPC Science and Technology Press Ltd, 1971.

- [13] Solti J P, Mall S, Robertson D D. Modeling of matrix failure in ceramic matrix composites. *Journal of Composites Technology and Research*, 1997, 19(1):29-40.
- [14] Curtin W A. Multiple Matrix Cracking in Brittle Matrix Composites. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1993, 41(5):1369-1377.
- [15] 孙志刚, 宋迎东, 苗艳, 等. 陶瓷基复合材料基体随机开裂的损伤模拟. *复合材料学报*, 2009, 26(4):130-135.
- [16] Solti J P. Modeling of progressive damage in fiber-reinforced ceramic matrix composites, [Thesis for Doctor of Philosophy]. Ohio: Air Force Institute of Technology, 1996.
- [17] Gao Y, Mai Y, Cotterell B. Fracture of fiber-reinforced materials. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 1988, 39(4):550-572.
- [18] Hutchinson J W, Jensen H M. Models of fiber debonding and pullout in brittle composites with friction. *Mechanics of Materials*, 1990, 9(2):139-163.
- [19] Budiansky B, Evans A G, Hutchinson J W. Fiber-matrix debonding effects on cracking in aligned fiber ceramic composites. *International Journal of Solids and Structures*, 1995, 32(3-4):315-328.
- [20] Evans A G, Zok F W, Mcmeeking R M. Fatigue of ceramic matrix composites. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1995, 43(3):859-875.
- [21] Solti J P, Robertson D D, Mall S. Estimation of interfacial properties from hysteretic energy loss in unidirectional ceramic matrix composites. *Advanced Composite Materials*, 2000, 9(3):161-173.
- [22] Swolfs Y, Verpoest I, Gorbatiikh L. A review of input data and modelling assumptions in longitudinal strength models for unidirectional fibre-reinforced composites. *Composite Structures*, 2016, 150:153-172.
- [23] 刘建军, 李铁虎, 郝志彪, 等. 针刺技术在 C/C 复合材料增强织物中的应用. *宇航材料工艺*, 2008, 38(3):11-13.
- [24] 嵇阿琳, 李贺军, 崔红. 针刺碳纤维预制体的发展与应用. *炭素技术*, 2010, 29(3):23-27.
- [25] 闫联生, 崔红, 李克智, 等. 碳纤维针刺预制体增强 C/SiC 复合材料的制备与性能研究. *无机材料学报*, 2008, 23(2):223-228.
- [26] Fang P, Cheng L, Zhang L, et al. Monotonic tensile behavior analysis of three-dimensional needle-punched woven C/SiC composites by acoustic emission. *Journal of University of Science and Technology Beijing*, 2008, 15(3):302-306.
- [27] 梅辉, 陈曦, 邓晓东, 等. 三维针刺 C/SiC 密度梯度板的无损检测与评价. *复合材料学报*, 2010, 27(6):106-112.

- [28] Nie J, Xu Y, Ma J, et al. Effect of thermal cycling on modulus and tensile strength of 3D needled C/SiC composite in controlled environments. *Materials Science & Engineering A*, 2008, 497(1-2):235-238.
- [29] 郭友军, 聂景江, 徐永东, 等. 三维针刺 C/SiC 复合材料的结构特征和力学性能. *硅酸盐学报*, 2008, 36(2):144-149.
- [30] 聂景江, 徐永东, 万玉慧, 等. 三维针刺碳纤维增强 SiC 复合材料在加载-卸载下的拉伸行为. *硅酸盐学报*, 2009, 37(1):76-82.
- [31] Li Y, Suo T, Liu M. Influence of the strain rate on the mechanical behavior of the 3D needle-punched C/SiC composite. *Materials Science & Engineering A*, 2009, 507(1):6-12.
- [32] Chen Z, Fang G, Xie J, et al. Experimental study of high-temperature tensile mechanical properties of 3D needled C/C-SiC composites. *Materials Science and Engineering: A*, 2016, 654:271-7.
- [33] 方光武, 高希光, 陈晶, 等. 加载循环数对 2D 针刺 C/SiC 复合材料疲劳剩余强度的影响. *复合材料学报*, 2016, 33(1):149-154.
- [34] 史剑. 针刺陶瓷基复合材料应力应变响应模拟及验证, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [35] 李龙, 高希光, 史剑, 等. 考虑孔隙的针刺 C/SiC 复合材料弹性参数计算. *航空动力学报*, 2013, 28(6):1257-1263.
- [36] Xu Y, Zhang P, Lu H, et al. Hierarchically modeling the elastic properties of 2D needled carbon/carbon composites. *Composite Structures*, 2015, 133(June):148-156.
- [37] Xu H, Zhang L, Cheng L. The yarn size dependence of tensile and in-plane shear properties of three-dimensional needled textile reinforced ceramic matrix composites. *Materials & Design*, 2015, 67:428-435.
- [38] Xie J, Liang J, Fang G, et al. Effect of needling parameters on the effective properties of 3D needled C/C-SiC composites. *Composites Science & Technology*, 2015, 117:69-77.
- [39] 谢军波, 方国东, 陈振, 等. 针刺 C/C-SiC 复合材料剪切非线性本构关系. *复合材料学报*, 2016, 33(7):1507-1514.
- [40] 方光武, 宋迎东, 高希光. 针刺 C/SiC 复合材料应力-应变模型及试验验证. *复合材料学报*, 2016, 33(4):827-832.
- [41] 谭勇洋, 燕瑛, 李欣, 等. 针刺 C/C 复合材料拉伸强度及渐进失效数值预测. *航空学报*, 2016, 37(12):3734-3741.
- [42] Jia Y, Liao D, Cui H, et al. Modelling the needling effect on the stress concentrations of laminated C/C composites. *Materials & Design*, 2016, 104:19-26.
- [43] Sayyad A S, Ghugal Y M. On the free vibration analysis of laminated composite and

- sandwich plates: A review of recent literature with some numerical results. *Composite Structures*, 2015, 129:177-201.
- [44] Li DH, Wang RP, Qian RL, et al. Static response and free vibration analysis of the composite sandwich structures with multi-layer cores. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016, 111-112:101-115.
- [45] Torabi K, Shariati-Nia M, Heidari-Rarani M. Experimental and theoretical investigation on transverse vibration of delaminated cross-ply composite beams. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2016, 115-116:1-11.
- [46] Houmat A. Nonlinear free vibration of a composite rectangular specially-orthotropic plate with variable fiber spacing. *Composite Structures*, 2012, 94(10):3029-3036.
- [47] Guan C, Zhang H, Hunt JF, et al. Determining shear modulus of thin wood composite materials using a cantilever beam vibration method. *Construction and Building Materials*, 2016, 121:285-9.
- [48] Li B, Li Z, Zhou J, et al. Damage localization in composite lattice truss core sandwich structures based on vibration characteristics. *Composite Structures*, 2015, 126:34-51.
- [49] 陆韬, 姜东, 吴邵庆, 等. 2.5 维 C/SiC 复合材料板弹性参数识别方法研究. *振动与冲击*, 2014, 33(8):42-47.
- [50] 严博燕, 侯晓, 陈慧, 等. 模态法辨识针刺 C/C 复合材料弹性模量. *宇航材料工艺*, 2014, 44(3):21-24.
- [51] Gibson R F, Thirumalai R, Pant R. Development of an apparatus for measurement of dynamic modulus and damping of reinforcing fibers at elevated temperature. In: *Proc. Society for Experimental Mechanics 1991 Spring Conference*, Milwaukee, WI, 1991. p. 860-9.
- [52] Pant R, Gibson R F. Analysis and testing of dynamic micro-mechanical behavior of composite materials at elevated temperatures. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1996, 118(4):554-560.
- [53] Yang S, Gibson R F, Crosbie G M, et al. Dynamic mechanical properties of ceramics and ceramic composites at elevated temperatures. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119(1):15-19.
- [54] 汤彬. 陶瓷基复合材料阻尼性能研究, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2009.
- [55] 王炜. C/SiC 复合材料阻尼性能研究, [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2005.
- [56] Birman V, Byrd L W. Damping in ceramic matrix composites with matrix cracks. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(16): 4239-4256.

- [57] 王绍华. 陶瓷基复合材料梁损伤非线性振动响应及模拟, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [58] Gao X, Song Y, Sun Z, et al. Numerical simulation of dynamic response of fiber reinforced ceramic matrix composite beam with matrix cracks using multiscale modeling. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 23(5):537-548.
- [59] Birman V, Byrd L W. Matrix cracking in transverse layers of cross-ply beams subjected to bending and its effect on vibration frequencies. *Composites Part B: Engineering*, 2001, 32(1):47-55.
- [60] Mei H, Cheng L. Comparison of the mechanical hysteresis of carbon/ceramic-matrix composites with different fiber preforms. *Carbon*, 2009, 47(4):1034-1042.
- [61] Zhang S, Gao X, Dong H, et al. Effects of gradual matrix crack closure on the constitutive behavior of SiC/SiC composites upon unloading. *Ceramics International*, 2017, 43(2):1839-1842.
- [62] 沈观林, 胡更开, 刘彬. 复合材料力学. 北京: 清华大学出版社, 2013:216~242.
- [63] Zhang S, Gao X, Chen J, et al. Strength model of the matrix element in SiC/SiC composites. *Materials & Design*, 2016, 101:66-71.
- [64] 方光武. 复杂预制体陶瓷基复合材料疲劳失效机理及多尺度模拟, [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2016.
- [65] 袁义云, 宋迎东, 孙志刚. 孔隙率对多孔陶瓷材料失效强度的影响. *航空动力学报*, 2008, 23(9):1623-1627.
- [66] 李龙. 考虑温度的 CMCs 本构模型及验证, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
- [67] 李开元, 徐永东, 张立同, 等. 纤维编织结构对碳纤维增强碳化硅复合材料热膨胀和热扩散系数的影响. *硅酸盐学报*, 2008, 36(11):1564-1569.
- [68] Camanho P P. A progressive damage model for mechanically fastened joints in composite laminates. *Journal of Composite Materials*, 1999, 33(24):2248-2280.
- [69] Blacketter D M, Walrath D E, Hansen A C. Modeling damage in a plain weave fabric-reinforced composite material. *Journal of Composites Technology & Research*, 1993, 15(2):136-142.

致谢

在南航的求学生涯即将结束。在这七年里，遇到了许多对我帮助很大的人和事。

感谢宋迎东教授，他严谨的治学态度、精益求精的工作作风和对教研室学子们的关心，为我们营造了一个良好的学习科研氛围。

感谢高希光教授，作为指导老师，他对科研澎湃的热情，对学术严谨的态度，一直深深的影响着我。

感谢课题组孙志刚副教授和胡绪腾讲师，让我学习了很多工作和为人处世的方法。

感谢课题组已毕业的博士方光武、博士生张盛、于国强师兄和已毕业的硕士罗漂洋、薛建刚和于皓师兄，让我 GET 了很多实验和软件技能。

感谢课题组的其他同学在科研和生活上的帮助和支持。

感谢舍友王志鹏、袁帅和朱卫东几年来的陪伴，让我每天回去都能看见 217 的灯光。

感谢父母和亲友的默默支持和鼓励。

陈 晶

2016 年 12 月于南航·明故宫

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

1. **陈晶**, 高希光, 宋迎东. 陶瓷基复合材料变刚度响应计算. 第十八届发动机结构强度与振动学术交流会. 成都:2016.
2. **Chen Jing**, Gao Xiguang, Song Yingdong. Bending properties and failure mechanism of 2D needled C/SiC composites. 2016 International Academic Conference for Graduates, NUAA. Nanjing, China:2016.
3. Fang G, Gao X, Yu G, Zhang S, **Chen J**, Song Y. Effect of the stress level on the fatigue strengthening behavior of 2D needled C/SiC CMCs at room temperature. *Materials & Design*. 2016;89:432-8.
4. Zhang S, Gao X, **Chen J**, Dong H, Song Y. Strength model of the matrix element in SiC/SiC composites. *Materials & Design*.2016;101:66-71.
5. 方光武, 高希光, **陈晶**,等. 加载循环数对2D针刺C/SiC复合材料疲劳剩余强度的影响. *复合材料学报*, 2016, 33(1):149-154.

附录

表 1 试件 N1 加载路径

路径编号	拉伸载荷/MPa	压缩载荷/MPa
1	5	-5
2	10	-10
3	15	-15
4	20	-120
5	25	-120
6	30	-120
7	35	-120
8	40	-120
9	45	-120
10	50	-120
11	55	-120
12	60	-120
13	65	-120
14	70	-120

表 2 试件 N2 加载路径

路径编号	拉伸载荷/MPa	压缩载荷/MPa
1	5	-5
2	10	-10
3	15	-15
4	20	-120
5	25	-120
6	30	-120
7	35	-120
8	40	-120
9	45	-120
10	50	-120
11	55	-120
12	60	-120

续表 2

路径编号	拉伸载荷/MPa	压缩载荷/MPa
13	65	-120
14	70	-120

表 3 试件 N3 加载路径

路径编号	拉伸载荷/MPa	压缩载荷/MPa
1	10	-10
2	20	-20
3	30	-30
4	40	-40
5	50	-50
6	60	-60
7	70	-70
8	80	-80
9	90	-90
10	100	-100
11	110	-110
12	120	-120
13	130	-130
14	140	-130
15	150	-130
16	160	-130
17	170	-130
18	180	-143.86
19	190	-143.86
20	200	-159.84