

中图分类号: TB332
学科分类号: 082502

论文编号: 1028702 20-S127

硕士学位论文

陶瓷基复合材料结构非线性动力学响 应计算方法研究

研究生姓名	韩 栋
学科、专业	航空宇航推进理论与工程
研究方向	先进材料力学行为分析
指导教师	高希光 教授

韩栋 高希光

南京航空航天大学

研究生院 能源与动力学院

二〇二〇年四月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics

The Graduate School

College of Energy and Power Engineering

**Research on the Nonlinear Dynamic
Simulation Method for Ceramic Matrix
Composite Structures**

A Thesis in

Aerospace Propulsion Theory and Engineering

by

Han Dong

Advised by

Prof. Gao Xiguang

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

April, 2020

摘 要

陶瓷基复合材料(ceramic matrix composites, CMCs)具有耐高温、高比强度、抗氧化、耐蠕变等一系列独特的材料属性,这使得 CMCs 成为了替代高温合金应用于高温环境的理想材料,目前航空发动机的热端部件中已有 CMCs 的工程应用。

振动载荷是航空发动机结构承受的常见载荷,也是导致结构失效的重要原因。因此要将 CMCs 应用于航空发动机,需要对其动力学特性进行校核。然而,由于陶瓷基体具有相当大的脆性,在应变不大的情况下,CMCs 的应力应变关系即会发生变模量、迟滞等复杂的非线性行为,这给 CMC 结构的振动分析带来了很大挑战。

本文首先采用两尺度方法建立了单向 CMC 结构动力学仿真方法。进行了单向 CMCs 的加卸载试验,并基于剪滞模型(shear-lag model),对单向 CMCs 的加卸载响应进行模拟。基于有限元法对 CMC 梁进行离散,采用显式动力学方法对单向 CMC 梁在简谐激励下的动力学响应进行了求解。进行了单向 CMC 梁的振动试验,分析了试验结果,并将试验结果与仿真结果进行了对比。

建立了平纹编织 CMC 梁的非线性振动计算方法。建立了平纹编织 CMCs 的唯象加卸载本构模型,模拟了 CMCs 加卸载下的应力应变响应。基于该模型,采用显式动力学方法对平纹编织 CMC 梁的动力学响应进行了求解。进行了平纹编织 CMC 梁的振动试验,分析了试验结果,并对仿真结果进行了验证。

最后,建立了考虑流体作用的 CMC 结构响应计算方法。基于弱耦合方法,对 CMC 平板叶片流固耦合振动响应进行了仿真,其中流体域采用商业软件 Fluent 进行求解,固体域采用前述非线性动力学仿真方法计算。

关键词: 陶瓷基复合材料, 非线性动力学, 有限元, 多尺度, 流固耦合

ABSTRACT

Fiber-reinforced ceramic matrix composites (CMCs) exhibit some unique nature as well as high temperature capacity, high strength-to-weight ratio, good oxidation and creep resistance, which make CMCs an excellent candidate material replacing super alloys in high-temperature applications. CMCs have been utilized as the material of hot end of aero-engine so far.

Vibration load, common load of aero-engine, plays a significant role in the failure of structure. Therefore, it is of importance to investigate the dynamic characteristics of CMC structures before actual application. Nevertheless, for the brittleness of ceramic matrix, CMCs exhibit obvious nonlinear mechanical behaviors such as variable modules and hysteresis even with small strain. The nonlinearity of CMCs brings a great challenge to the dynamic analysis of CMC structures.

In this study, the dynamic simulation method for unidirectional CMC structure was established firstly. The loading and unloading experiment of unidirectional CMCs was conducted. The constitutive response of unidirectional CMCs was simulated via shear-lag model. Then, the CMC beam was discretized using the finite element method. And the explicit dynamic analysis was conducted to obtain the vibration response of CMC beam. The vibration experiment of unidirectional CMC beam was conducted and the experimental results were compared with simulation.

Secondly, the nonlinear vibration of plain woven CMC beams was studied. The empirical constitutive model of CMCs was developed to model the mechanical responses of CMCs under loading and unloading. Based on this model, the dynamic response of plain woven CMC beam was simulated using explicit dynamic finite element method. The vibration experiment of plain woven CMC beam was conducted to verify the results of simulation.

At last, the computational method for simulating the fluid structure interaction of CMC structures was presented. The fluid structure interaction response of a CMC plate was simulated based on the weakly coupled method. The fluid part was solved by commercial software, Fluent, and the solid part was solved utilizing previous dynamic simulation method.

Keywords: CMCs, nonlinear dynamic, finite element method, multi-scale, fluid structure interaction

目 录

摘 要.....	I
ABSTRACT	II
目 录.....	III
图表清单.....	V
注释表.....	VII
缩略词.....	IX
第 1 章 绪论	1
1.1 课题研究背景.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 CMCs 动力学研究	2
1.2.2 CMCs 损伤机理	3
1.2.3 CMCs 本构模型	5
1.2.4 CMCs 流固耦合研究	6
1.3 本文主要研究工作	8
第 2 章 单向 CMC 结构非线性动力学计算方法研究.....	9
2.1 引言.....	9
2.2 单向 CMCs 本构模型	9
2.2.1 基体开裂.....	9
2.2.2 界面脱粘.....	10
2.2.3 界面滑移.....	10
2.2.4 三维本构模型.....	12
2.3 单向 CMCs 加卸载试验	14
2.3.1 试验件.....	14
2.3.2 试验内容及过程.....	15
2.3.3 试验结果及分析.....	15
2.4 单向 CMCs 振动试验	16
2.4.1 试验内容及过程.....	16
2.4.2 试验结果及分析.....	17
2.5 单向 CMCs 动力学响应计算	19
2.5.1 本构模型参数确认.....	19
2.5.2 有限元法与动力学求解.....	19
2.5.3 计算结果及分析.....	26
2.6 本章小结.....	28
第 3 章 平纹编织 CMC 结构非线性动力学计算方法研究	29
3.1 引言.....	29
3.2 平纹编织 CMCs 加卸载试验	29
3.2.1 试验件.....	29

3.2.2 实验内容及过程.....	30
3.2.3 试验结果及分析.....	31
3.3 平纹编织 CMCs 振动试验	32
3.3.1 试验内容及过程.....	32
3.3.2 试验结果及分析.....	33
3.4 平纹编织 CMCs 动力学响应计算.....	35
3.4.1 唯象本构模型.....	35
3.4.2 动力学计算及分析.....	37
3.5 本章小结.....	40
第 4 章 考虑流体作用的 CMC 结构响应计算方法研究	41
4.1 引言.....	41
4.2 控制方程建立与求解.....	41
4.2.1 流体域求解.....	41
4.2.2 固体域求解.....	42
4.2.3 流固耦合计算.....	42
4.3 数据交换.....	43
4.3.1 载荷插值.....	43
4.3.2 位移插值.....	46
4.4 CMCs 平板叶片流固耦合响应计算.....	52
4.4.1 计算模型.....	52
4.4.2 弹性算例.....	53
4.4.3 非线性算例.....	54
4.5 本章小结.....	58
第 5 章 总结与展望.....	59
5.1 本文的主要工作和总结.....	59
5.2 研究展望.....	60
参考文献.....	61
致 谢.....	65
在学期间的研究成果及发表的学术论文.....	66

图表清单

图 1.1 (a) F414 尾喷管二级封严片 (b) LEAP-1A 高压涡轮罩环	1
图 1.2 (a)整体求解 (b)交错求解.....	7
图 1.3 本文技术路线.....	8
图 2.1 剪滞单胞模型.....	10
图 2.2 任意加卸载剪滞单胞模型.....	11
图 2.3 单向 CMCs 试验件尺寸图	15
图 2.4 单向 CMCs 试件	15
图 2.5 单向 CMCs 加卸载试验设备	15
图 2.6 单向 CMCs 加卸载应力应变曲线	16
图 2.7 单向 CMC 梁.....	16
图 2.8 振动试验装置.....	16
图 2.9 扫频过程	17
图 2.10 三次递增扫频的幅频曲线(70m/s ²).....	17
图 2.11 不同载荷下的幅频曲线.....	18
图 2.12 不同载荷下的一阶固有频率.....	18
图 2.13 (a)第 1 次递增/递减扫频的幅频曲线 (b) 第 3 次递增/递减扫频的幅频曲线.....	18
图 2.14 单向 CMCs 应力应变响应计算结果与试验结果对比	19
图 2.15 Solid 186 单元示意图	21
图 2.16 单向 CMC 梁动力学计算流程图.....	25
图 2.17 单向 CMC 梁有限元模型.....	26
图 2.18 单向 CMC 梁时域响应: (a)小损伤拍振 (b)大损伤等幅振动.....	27
图 2.19 单向 CMC 梁幅频曲线: (a)幅频曲线仿真结果 (b)与试验结果对比.....	27
图 2.20 单向 CMC 梁递增/递减扫频下的幅频曲线.....	28
图 3.1 平纹编织 SiC 纤维布.....	29
图 3.2 平纹编织 CMC 加卸载试验件尺寸图.....	30
图 3.3 平纹编织 CMCs 试验件	30
图 3.4 编织 CMCs 加卸载试验设备	30
图 3.5 平纹编织 CMCs 加卸载应力应变响应	31
图 3.6 平纹编织 CMCs 初始变模量	31
图 3.7 平纹 CMC 梁振动试验.....	32
图 3.8 编织 CMC 梁尺寸图.....	32
图 3.9 平纹 CMC 梁试验件.....	32
图 3.10 编织 CMC 梁幅频曲线(1 号).....	33
图 3.11 编织 CMC 梁幅频曲线(2 号)	33
图 3.12 平纹编织 CMC 梁 3 次递增/递减扫频幅频曲线(30 m/s ²)	34
图 3.13 大载荷下的第 3 次递增/递减幅频曲线(60 m/s ²).....	35
图 3.14 编织 CMCs 不同 ϵ_{\max} 对应的迟滞环拟合.....	36
图 3.15 迟滞环内部加卸载: (a)卸载 (b)加载.....	37
图 3.16 本构模型的应力应变响应.....	37

图 3.17 平纹编织 CMC 梁的有限元模型	38
图 3.18 平纹编织 CMC 梁正弦载荷下的瞬态响应(30 m/s^2 , 254 Hz).....	38
图 3.19 平纹编织 CMC 梁简谐载荷下的瞬态响应(30 m/s^2 , 256 Hz).....	39
图 3.20 平纹编织 CMC 梁的递增/递减幅频曲线.....	39
图 4.1 CMC 结构 FSI 求解流程	43
图 4.2 有限元单元面积分示意图.....	43
图 4.3 Fluent 数据类型示意图	44
图 4.4 载荷映射示意图.....	45
图 4.5 桶搜索示意图.....	45
图 4.6 流体面心位置示意图.....	46
图 4.7 投影面(上表面).....	47
图 4.8 位移映射桶搜索.....	47
图 4.9 流体结点与有限元单元位置关系示意图.....	48
图 4.10 第二类匹配关系.....	48
图 4.11 三类匹配关系确认流程.....	49
图 4.12 牛顿迭代法计算参数坐标流程图.....	51
图 4.13 CMC 板 FEM 模型	52
图 4.14 流体域边界.....	52
图 4.15 流体域网格.....	52
图 4.16 真空/FSI 动力学响应对比(弹性算例)	53
图 4.17 (a)被风面压力分布 (b)迎风面压力分布.....	53
图 4.18 流场压力分布.....	54
图 4.19 不同流速下的流固耦合响应.....	54
图 4.20 考虑材料损伤的自由振动响应.....	55
图 4.21 振动过程中 CMCs 的应力应变响应	55
图 4.22 脉冲载荷下 CMC 平板的 FSI/真空响应	56
图 4.23 监视点的压力值.....	56
图 4.24 不同时刻对应的流场压力云图.....	56
图 4.25 不同密度流体下 CMC 平板瞬态响应	57
图 4.26 简谐载荷下 CMC 平板的 FSI/真空响应: (a) 20 m/s^2 (b) 60 m/s^2	57
表 2.1 单向 CMCs 弹性参数	19
表 2.2 单向 CMCs 细观参数	19
表 3.1 编织 CMCs 加卸载路径	31
表 3.2 迟滞环拟合结果.....	36
表 4.1 输运方程	41
表 4.2 积分点坐标及其权系数.....	44
表 4.3 用于 FSI 仿真本构模型的细观参数.....	54

注释表

C_m	基体应变能	A	热膨胀系数
C_{cr}	基体临界应变能	d_l/d_r	正/反向滑移区长度
σ_m	基体应力	ε_c	平均应变
σ_f	纤维应力	ε_f	纤维应变
L	裂纹宽度	C	阻尼比
L_{sat}	饱和裂纹宽度	ρ	密度
M	Weibull 分布参数	\mathbf{u}	位移向量
σ_{mR}	基体开裂应力	\mathbf{q}	载荷向量
E_m	基体弹性模量	E_f	纤维弹性模量
τ_i	界面剪应力	P	压力
τ_{ult}	界面临界剪应力	ΔT	温度差
r_f	纤维半径	f	激励力
v_f	纤维体积分数	μ	泊松比

缩略词

缩略词	英文全称
FEM	Finite Element Method
CMCs	Ceramic Matrix Composites
FVM	Finite Volume Method
CSD	Computational Structural Dynamics
CFD	Computational Fluid Dynamics
CMSE	Critical Matrix Strain Energy

第1章 绪论

1.1 课题研究背景

陶瓷基复合材料 (Ceramic Matrix Composites, 简称 CMCs) 是一种以陶瓷作为基体, 纤维作为增强相的复合材料^[1]。相比高温合金, CMCs 具有耐高温、耐烧蚀、高比强度、高比模量等诸多优点^[2]。当今航空发动机向着高推重比、低耗油率的方向不断发展, 这要求热端部件能够耐受更高的温度, 新一代航空发动机对涡轮前温度的要求甚至高达 2000 °C。然而, 在当前航空发动机涡轮部件中普遍使用的镍基高温合金^[3]工作温度通常小于 1200 °C, 而 CMCs 便是替代高温合金的一种理想材料^[4]。

目前, CMCs 已被应用于航空发动机的部分高温部件。法国阵风战斗机的 M88 发动机采用 CMCs 制造了其尾喷口调节片。美国 GE 公司采用 CMCs 制造了 F414 发动机的尾喷管的二级封严片, 如图 1.1(a)所示。CFM 公司在其开发的 LEAP-1A 民用涡扇发动机中, 如图 1.1(b)所示, 采用 CMCs 制造了高压涡轮罩环。CMCs 在航空发动机中的应用, 有效地降低了结构重量、提高了工作温度、减少了冷却气量, 从而提高了发动机的推重比, 降低了耗油率, 发挥了显著成效。目前, 国内已对 CMCs 在燃烧室浮壁模拟件、尾喷口调节片等上的应用进行了技术验证。对于我国新一代航空发动机, CMC 结构的研制是关键技术之一。

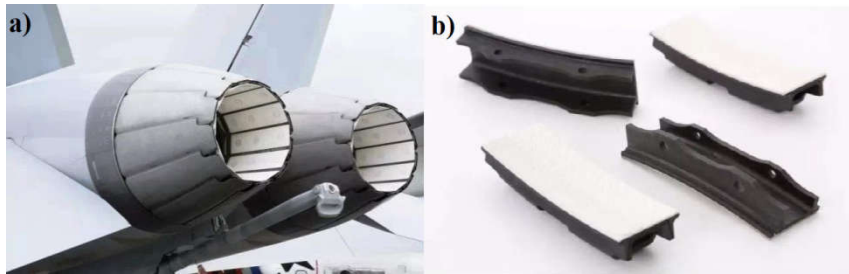


图 1.1 (a) F414 尾喷管二级封严片 (b) LEAP-1A 高压涡轮罩环

由于编织 CMCs 相较于单向、层合 CMCs, 具有更好的三个方向力学性能^[5]、抗剪和抗冲击性能^[6], 在工程中获得了广泛应用。编织 CMCs 具有相对复杂的预制体结构, 其宏观力学性能与微观结构密切相关, 这给 CMC 结构的设计与力学分析带来了很大挑战。近年来 CMCs 的多尺度计算方法, 建立了 CMCs 宏观性能与微观结构之间的联系, 相较于经典宏观复合材料力学, 具有更好的精度、更能反映问题的本质, 被逐渐应用于编织 CMCs 的力学性能计算中, 这也是以后 CMC 结构分析的发展方向。

振动载荷是航空发动机设计中不容忽视的因素, 导致结构振动的因素包括旋转的不平衡振动、气动力激发的叶片振动、其他结构传递的振动载荷等^[7]。长期的交变振动应力会引起 CMCs 的疲劳, 而涡轮叶片和一些大柔度结构的颤振甚至会在短时间内导致结构的破坏, 引

发不可估量的后果。CMCs 服役环境通常是流体环境，流固耦合（Fluid Structure Interaction，简称 FSI）作用是导致 CMC 结构振动的原因之一，同时 FSI 也会影响振动系统的动力学特性。因此有必要首先对 CMCs 的非线性振动展开研究，并在此基础上对 FSI 对 CMCs 非线性振动响应的影响展开研究。仿真计算相对试验研究而言，具有成本低、设计迭代速度快、可以模拟试验无法施加的载荷条件等优点。近年来，学者们对 CMCs 结构的动力学仿真展开了不少研究，然而大多数研究仍限于测试和计算 CMCs 的模态、阻尼，结构往往视作弹性或者损伤在振动过程中被视作常量，没有考虑编织 CMCs 复杂的本构行为，也没有考虑 FSI 的影响，仿真结果是不可靠的。因此发展一种编织 CMCs 结构的非线性动力学仿真计算方法，并在此基础上计算 FSI 下的非线性动力学响应是十分必要的。

然而，要进行编织 CMC 结构的动力学仿真目前还非常困难。一方面是动力学方程的建模与求解：编织 CMCs 在振动过程中的迟滞、变模量等特性会引起系统的变阻尼、变刚度，这需要在动力学方程的建立中加以考虑，并且变刚度、变阻尼也会对动力学方程的求解带来很大困难。另一方面是振动仿真中需要的编织 CMCs 的本构模型，本构模型的难度包括以下三点：（1）应该能反映编织 CMCs 的微观结构和损伤模式；（2）应该是任意加卸载的，因为振动过程中 CMCs 实质上是加卸载的；（3）本构响应的计算不能太耗时，否则动力学响应的求解将会太耗时甚至无法求解。CMCs 的流固耦合振动仿真的难点，一方面是缺乏 CMCs 非线性动力学计算方法导致 FSI 固体域动力学求解困难，另一方面则是 FSI 求解的困难，包括流体域、固体域之间的数据交换、方程的联合求解方法等。

在此背景下，本课题以 CMCs 为研究对象，对 CMC 结构进行动力学建模和求解，并进行 CMCs 振动试验对计算结果进行验证，实现 CMCs 的非线性动力学响应的仿真，并进一步实现 CMCs 的流固耦合振动计算。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 CMCs 动力学研究

复合材料的动力学研究主要是要解决两个方面的问题：一是复合结构的动力学建模，包含位移场关系、几何变形关系、应力应变关系、动力学方程等的建立；二是复合材料结构动力学方程的求解。对于第一方面，目前主要是基于层合理论（等效单层理论、锯齿理论、分层理论、三维弹性理论等^[8]）来建立复合材料动力学方程。对于第二方面，经典的求解方法包括解析法、瑞利-里茨法、动刚度法和有限元法等。

目前，复合材料振动问题的研究主要集中于梁、板和壳体这几种典型结构的振动分析，且多针对层合形式的复合材料。Librescu 和 Nosier^[9]通过积分变换建立了包含横向剪切变形、横向应力以及高阶效应的动力学方程并应用于冲击载荷下层合矩形板响应的计算，最后将结果与一阶剪切变形和经典板理论计算的结果进行了比较。Berthelot 等^[10]基于一阶剪切的复

合材料层合理理论并采用有限元法,对复合材料的阻尼进行建模。

CMCs 得益于其优异的高温力学性能,已在航空发动机的热端部件中获得了逐步应用,CMC 结构的振动问题也逐渐成为研究热点。胡殿印等^[11]建立了编织 CMCs 代表体元的有限元模型,基于此计算了复合材料的宏观等效弹性参数,并采用有限元法计算了编织 CMCs 平板试验件的前五阶模态。他们实质上是采用多尺度方法计算了 CMCs 的宏观弹性模量,考虑了 CMCs 的编织结构,但没有考虑 CMCs 的非线性。Birman 等^[12]建立了含裂纹 CMCs 阻尼的估算方法,该方法中 CMCs 界面摩擦导致的能量耗散率的计算采用了 Cho 等^[13]提出的由摩擦生热估算界面剪应力的方法。Wang 等^[14]研究了 CMCs 纤维百分含量和密度对 CMCs 阻尼的影响。类似的估算 CMCs 阻尼的研究还有^[15,16]。Birman 和 Byrd^[17]还研究了 CMCs 中基体开裂对 CMC 梁刚度和固有频率的影响,他们发现基体裂纹引起 CMC 梁刚度和固有频率的变化非常小。他们的研究考虑了 CMCs 的细观损伤对系统动力学特性的影响,然而其动力学方程还是基于线性理论,无法描述系统在变刚度、变阻尼下的动力学响应。

从上述 CMCs 的动力学研究中,可见学者们较少应用前述的经典层合理理论,主要原因是:(1) CMCs 在工程应用中往往是编织形式的,层合理理论是不准确的;(2) CMCs 在服役中往往是处在非线性段,线性理论是不够的。在 CMCs 的动力学研究中,现今多采用多尺度方法建立微观与宏观力学参数之间的联系,将材料损伤纳入刚度、阻尼中加以考虑,然而这本质上还是基于线性动力学理论,未考虑 CMC 结构的变刚度、变阻尼对其动力学响应的影响。

目前已有部分学者将材料的实时损伤纳入到动力学响应仿真计算中。Gao 等^[18]采用多尺度方法,微观上采用能模拟界面摩擦和裂纹闭合的单向 CMCs 本构模型,宏观上采用有限单元法,动力学方程采用直接积分法求解,计算了 CMC 杆的轴向非线性振动时域响应。他们考虑了 CMCs 的界面脱粘与裂纹闭合,但研究中采用的本构模型是单向的,且是一维的。陈晶^[19]建立了 2D 针刺 CMCs 宏观唯象本构模型,采用多尺度算法计算 CMCs 本构行为,动力学方程采用中心差分法求解,模拟了 2D 针刺 CMC 梁的非线性振动,并将计算结果与试验进行了对比。然而其本构模型是唯象的,没有考虑 CMCs 的细观损伤机理。上述研究由于 CMCs 损伤机理的复杂性,在振动仿真中均是使用的相当程度简化的本构模型。

总的来说,目前多尺度方法被广泛应用于 CMCs 动力学研究中,然而大部分还是基于线性理论计算 CMCs 的固有频率、阻尼,对 CMCs 非线性动力学响应的仿真,还未考虑编织 CMCs 的细观结构与损伤机理。要实现编织 CMCs 非线性动力学响应的仿真是十分困难的,主要难点为:(1) CMCs 非线性动力学方程的建立与求解;(2) 编织 CMCs 损伤机理的复杂性;(3) 缺乏考虑细观损伤的编织 CMCs 加卸载本构模型。

1.2.2 CMCs 损伤机理

由于 CMCs 的陶瓷基体具有很大的脆性,在应变很小的情况下即会产生裂纹。CMCs

在工程应用中往往是处于非线性阶段的,因此在动力学仿真中,需要对其损伤机理加以考虑。

对 CMCs 损伤机理的研究是从单向 CMCs 的拉伸开始的,因为其具有最简单的细观结构,利于建模与分析。Marshall 和 Evans^[20]通过对单向 CMCs 拉伸、弯曲的原位观测,他们发现基体和纤维之间界面的摩擦对 CMCs 力学性能的影响是至关重要的,并将单向 CMCs 的损伤分为:基体开裂、纤维断裂、纤维拔出三种模式。

Keith 等^[21]观测到单向 CMCs 中的孔洞和微裂纹破坏了陶瓷基体的连续性,进而在受载后形成了宏观的基体裂纹。加卸载试验表明 CMCs 的残余应变和迟滞现象会随着载荷峰值的增加而增大,并用纤维与基体界面之间的滑移来解释这种现象。

Chateau 等^[22]利用扫描电镜和计算机断层扫描技术,对小复合材料的原位拉伸进行观测,对基体裂纹的位置进行了定位,发现小复合材料在拉伸过程中,基体裂纹总是在横向上且呈直线状。

Beyerle 等^[23]在对单向 CMCs 进行四点弯试验中,利用光学显微镜对抛光后 CMCs 表面的基体裂纹萌生和演变进行观测,采用声发射技术对基体初始裂纹进行监测,并采用扫描电镜测量了断裂半径和纤维拔出长度。

单向 CMCs 损伤模式逐渐为学界熟知后,不少研究开始扩展到编织 CMCs。Keith 和 Kedward^[24]对编织 CMCs 的剪切行为进行研究,采用 X 射线、扫描电镜等技术对损伤进行了表征,发现较大的残余应变是由裂纹分割开的“块体”的刚体位移导致的,纤维/基体之间的脱粘和滑动特性是编织 CMCs 抗剪切性能的控制因素。

Mazars 等^[25]采用 X 射线显微断层摄像技术,对室温和 1250 °C 下编织 SiC/SiC 复合材料拉伸试验进行原位观测,采用数字体积相关法(Digital Volume Correlation, 简称 DVC)识别了损伤位置,发现裂纹萌生于自由表面附近且垂直于加载方向进行传播。裂纹一旦产生,就会在其附近形成多个微裂纹,导致裂纹聚集于某些特定区域,其他区域则保持无裂纹状态。

郭洪宝等^[26]开展了 CMCs 的 Iosipescu 纯剪试验,通过扫描电镜观测了试件断口,研究了编织 CMCs 的面内剪切损伤机制。发现在剪切载荷下集体裂纹主要发生在 0°/45°/90°方向上,纤维束会发生折断,90°纤维束会发生劈裂,材料的剪切强度受 0°纤维损伤情况控制。

除了直接观测,一些间接方法也被运用到 CMCs 损伤的研究中^[27]。Smith 等^[28]测量了拉伸过程中编织 CMCs 的电阻,发现 CMCs 的电阻变化对基体裂纹十分敏感,并且与损伤演化密切相关。Li 等^[29]采用声发射技术结合扫描电镜分析了 CMCs 的损伤模式与应力状态之间的联系,他们发现 CMCs 拉伸过程中试件的声发射活动显著,甚至在远低于比例极限即会发生,他们认为初始的声发射活动是由内部微裂纹引起,随着损伤的累计,声发射活动更加显著。

综上所述,学者们通过光学显微镜、扫描电镜、X 射线扫描、电阻抗、声发射等观测手段对 CMCs 的损伤过程进行了观测。总的来说单向 CMCs 典型损伤模式可分为:陶瓷基体脆性开裂、纤维/基体界面脱粘以及纤维断裂。编织 CMCs 中的纱线可视作单向 CMCs,其

损伤机理与单向 CMCs 类似,也会有上述失效模式。除此之外,编织 CMCs 由于具有复杂的预制体结构、具有多尺度特征,存在着纱线之间的挤压、分层等损伤模式,这些显著的非线性行为给 CMCs 损伤的观测和分析带来了很大挑战。

1.2.3 CMCs 本构模型

在 CMC 结构的力学仿真计算中,需要建立高精度的非线性本构模型。而建立编织 CMCs 非线性本构模型则需要考虑到 CMCs 的微观损伤机理以及其复杂的预制体结构^[30]。

由于单向 CMCs 具有简单的预制体结构,便于损伤机理的观测与研究,学者们从单向 CMCs 的拉伸出发,发展了不少描述其非线性行为的本构模型。剪滞模型 (shear-lag model) 是一种描述纤维与基体之间载荷传递的理论,最早由 Hedgepeth^[31]在研究平行纤维中一根或多根纤维失效后的应力集中问题中引入。Shear-lag 模型本质上提出了纤维/基体界面之间载荷传递的控制方程,要确定 CMCs 应力应变响应还需要引入基体开裂准则、界面剪应力准则、纤维失效准则等条件。

Kuo 和 Chou^[32]针对单向 CMCs,发展了一种具有有限裂纹间距和脱粘长度的 CMCs 同心圆柱模型。他们采用能量平衡法预测基体的开裂,开裂过程中未脱粘区域采用 shear-lag 模型来描述纤维/基体界面上的剪应力分布;假定在脱粘区内界面剪应力为常数。考虑到纤维失效应变比基体大得多,纤维在基体开裂过程中可视作未损伤的。基于此模型研究了界面切应力、脱粘区长度和界面粘合能对初始开裂应力的影响。

为减少上述 Kuo 和 Chou 的模型对经验裂纹密度数据的依赖,Solti 等^[33]提出一种基于基体临界应变能 (Critical Matrix Strain Energy, 简称 CMSE) 方法来模拟裂纹逐渐开裂的过程。

高希光等^[34]基于连续介质力学理论,建立了一种单向 CMCs 宏观观统一本构模型。其中基体裂纹开裂采用了上述 Solti 的 CMSE 准则,界面脱粘采用最大剪应力准则,纤维强度采用 Weibull 分布^[35]。采用该本构模型计算,获得了吻合实验数据的单向 CMCs 宏观应力应变曲线。

Gao 等^[36]将小复合材料离散为一系列摩擦单元,建立和求解了纤维基体间的位移增量平衡方程,获得了各个摩擦单元应力和位移的分布,在此基础上计算了任意加卸载下的界面滑移和迟滞回线。Han 等^[37]基于此界面摩擦模型,建立了基于拉伸曲线识别该模型参数的方法,将识别出的参数代入界面摩擦模型,预测结果与试验吻合良好。

Gao 等^[38]还基于 shear-lag 模型,研究了界面脱粘后,正向、反向滑移区的分布,求解了单向 CMCs 任意加卸载下的滑移区长度、应力分布,在此基础上计算了单向 CMCs 任意加卸载下的应力应变响应曲线。Zhang 等^[39]建立的 SiC/SiC 本构模型考虑了纤维失效和失效纤维的承载能力,模型的模拟结果与小复合材料拉伸试验结果吻合良好。数值计算结果表明,纤维的失效对 CMCs 非线性的影响微乎其微,如果断裂的纤维不承载,CMCs 的强度将会显

著降低。

从上述研究可知,目前单向 CMCs 本构模型多是基于 shear-lag 模型,结合基体开裂、界面脱粘、纤维失效判定准则来预测材料本构响应。相较于单向 CMCs,编织 CMCs 具有复杂的预制体结构,不能像单向 CMCs 那样建立类似 shear-lag 模型的控制方程,目前多采用多尺度方法计算其本构响应。多尺度方法,一方面需要能建立编织 CMCs 中纱线的细观本构模型,另一方面需要建立符合实际细观结构的 CMCs 代表体元(Representative Volume Element, 简称 RVE)模型。

Gao 等^[40]利用 X 射线计算机断层技术扫描编织 CMCs,建立平纹编织 CMCs 的有限元模型来计算材料的宏观弹性模型,有限元模型中每个单元中的弹性模量取决于其在扫描图像中像素的灰度。

石多奇等^[42]建立了考虑了孔隙率的编织 CMCs 的代表体元,孔隙率通过 CT(Computed Tomography)扫描获得,利用 Monte-Carlo 法对基体中的空隙进行模拟,并研究了孔隙率对编织 CMCs 弹性模量的影响。

Wang 等^[43]对编织 C/SiC 复合材料进行了拉伸和加卸载试验,从 CMCs 迟滞回线推导界面剪应力和残余应力,进一步推测基体开裂应力和本构响应。但是其建立迟滞回线与细观参数之间的联系时,利用的是 Vagaggini 等^[44]提出的单向 CMCs 迟滞回线与细观参数之间的联系。

郭洪宝等^[45]基于单向 CMCs 的 shear-lag 模型,假设编织 CMCs 与单向 CMCs 的拉伸应力应变曲线之间存在 1/2 的对应关系,并基于迟滞回线确定了剪滞模型的细观参数,在此基础上计算了 2D 编织 CMCs 加卸载本构响应,该计算方法将平纹编织 CMCs 的细观结构进行了相当的简化。

综上所述,目前单向 CMCs 细观本构模型大多是基于考虑基体开裂准则、界面剪应力准则、纤维失效准则等损伤机制的剪滞模型,编织 CMCs 因其具有复杂的预制体结构,学者们采用 XCT 等技术对其建模,预测了其弹性性能。目前,将单向 CMCs 的非线性本构应用到编织 CMCs 仍然是有难度的,一方面是预制体结构的复杂性,另一方面材料的原位性能是难以获取的,因此上述对编织 CMCs 非线性力学行为的研究大多做了相当的假设。

1.2.4 CMCs 流固耦合研究

流固耦合(Fluid Structure Interaction, 简称 FSI)是由固体力学、流体力学交叉产生的一门学科。自然界广泛存在着 FSI 现象,如鸟类的振翅、旗帜的飘扬、血液的流动等。在工程领域,建筑和桥梁的风振、飞机机翼的气弹性、航空发动机叶片的颤振等 FSI 问题非常突出。

数值仿真是研究 FSI 问题的重要手段,目前 FSI 问题的数值计算方法主要分为两大类,即整体求解(monolithic)和交错求解^[46](staggered),又被称为强耦合(strongly-coupled)

和弱耦合 (loosely-coupled)。在整体求解中, 流体、固体、网格运动的控制方程被联合求解, 这符合实际的 FSI 过程, 方程的求解具有更好的鲁棒性, 但在理论上具有相当的复杂性, 并且需要编写联合求解程序; 交错求解将求解域分为流体域 (CFD) 和固体域 (CSD), 两者交替求解, 并按照时间步推进, 交错求解的最大优点是可以应用现有的流体、固体求解器, 尤其是其中的非线性求解器^[47]。这两种 FSI 求解流程如图 1.2 所示, 图中 $S_{t_i}^f$ 和 $S_{t_i}^s$ 分别表示在时刻为 t_i 的流体域、固体域的解。

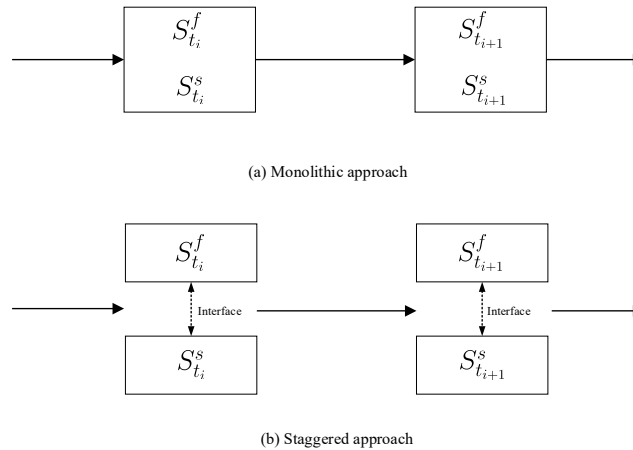


图 1.2 (a)整体求解 (b)交错求解

目前交错求解在航空航天领域已经获得广泛应用。徐敏等^[48]将交错求解应用于大展弦比机翼非线性气弹性分析中, 计算了机翼 FSI 下的翼剖面升力系数、机翼变形在不同马赫数流速下的稳态收敛解。Bhardwaj 等^[49]用交错求解对跨音速下的机翼进行了稳态气弹性分析, 开发了气弹性耦合程序, 使用 NASTD (内部 CFD 代码) 和 NASTRAN 计算了 F/A-18 水平尾翼的 FSI 稳态气弹性解。郭洪涛等^[50]基于 CFD/CSD 的交错求解方法, 计算了跨声速对大型飞机机翼的变形、结构受载和气动性能的影响。

流体域与固体域之间的数据交换, 关系到耦合过程的准确性、稳定性, 是弱耦合求解的关键。崔鹏和韩景龙^[51]采用全局径向基函数, 建立了局部形式的薄板样条插值方法, 形成了位移映射矩阵, 将结构位移插值到气动网格; 采用能量守恒原则推导了气动力的插值矩阵, 将气动载荷插值到有限元网格, 基于上述弱耦合算法计算了切尖三角翼的非线性颤振和极限环振荡现象。朱以文等^[52]分析了等参逆变换的解析性质, 提出了一种等参逆变换的新算法, 该算法简单高效, 可应用于 FSI 仿真计算。Yang 等^[53]基于径向基函数插值将结构位移插值到 CFD 表面结点, 并基于虚功原理建立气动载荷的映射矩阵, 基于上述插值方法计算了垂直尾翼模型的颤振速度与马赫数的关系。张小伟等^[54]以 NASA 67 转子叶片为研究对象, 采用逆等参变换插值的方法, 将结构位移插值到流体结点。他们首先进行定常分析, 然后引入结构振动, 检测叶片表面气动载荷的变化, 计算叶片在前四个振动周期内气动力做功, 基于此来判定叶片的气弹稳定性。

综上所述, 目前 FSI 数值计算方法可分为: 整体法和交错法, 交错法由于可以利用现有

的 CFD/CSD 代码，在 FSI 仿真计算中尤其是航空航天领域获得了广泛应用。然而 CMCs 的流固耦合问题目前还少有研究，原因主要是前述 CMCs 的非线性动力学响应的计算存在难度。因此，结合 CMCs 非线性动力学响应的计算方法和交错求解方法，可以实现 CMCs 的流固耦合响应计算。

1.3 本文主要研究工作

本文以 CMCs 为研究对象，建立了 CMCs 非线性动力学控制方程，结合 CMCs 细观本构模型和有限元法，采用多尺度方法计算了单向和编织 CMCs 的非线性振动响应；对单向和编织 CMCs 展开扫频试验研究，试验结果对仿真结果进行验证；采用弱耦合方法，结合 CMCs 非线性振动响应计算方法，计算了 CMCs 的 FSI 振动响应。本文的技术路线如图 1.3 所示，其中：

第一章、分析了 CMCs 的非线性动力学计算、损伤机理、本构模型、流固耦合的国内外研究现状，并分析了编织 CMCs 非线性动力学响应计算、流固耦合计算的难点。

第二章、建立了 CMCs 的非线性动力学方程，并将单向 CMCs 的 shear-lag 模型扩展到三维，采用多尺度方法计算了单向 CMCs 的非线性动力学响应，并与试验结果进行了对比。

第三章、建立了编织 CMCs 的唯象加卸载本构模型，并将该模型应用于编织 CMCs 的非线性振动响应计算，并与试验结果进行了对比。

第四章、基于前述的 CMCs 非线性振动响应计算方法，结合位移、气动力插值算法，采用弱耦合的 FSI 求解方法，计算了 CMCs 的流固耦合振动响应。

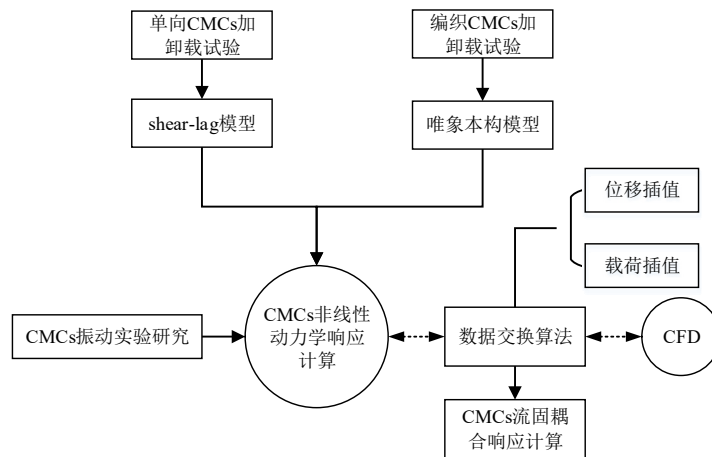


图 1.3 本文技术路线

第2章 单向 CMC 结构非线性动力学计算方法研究

2.1 引言

单向 CMCs 具有最简单的预制体结构，目前的 shear-lag 模型可以较好地模拟其应力应变响应。进行单向 CMCs 的非线性动力学仿真有两个好处，一是可以验证非线性动力学计算方法的可行性，二是由于编织 CMCs 和单向 CMCs 的损伤机理具有一定程度上的相似性，可为编织 CMCs 的非线性动力学仿真结果提供参考。

要进行单向 CMCs 的非线性动力学仿真，本构模型是其核心问题。本构模型应该考虑 CMCs 的典型失效机理，并能计算 CMCs 在反复加卸载下的本构行为。基于合理的 CMCs 本构模型，建立 CMC 结构的动力学控制方程，并对其进行求解是研究 CMCs 非线性动力学响应的合理思路。

本章将描述单向 CMCs 本构行为的 shear-lag 模型扩展到三维；进行了单向 CMCs 的加卸载试验，基于试验结果确认了单向 CMCs 的细观参数；进行了单向 CMC 梁的简谐扫频试验；结合 CMCs 三维 shear-lag 模型计算了单向 CMC 梁的动力学响应。

2.2 单向 CMCs 本构模型

2.2.1 基体开裂

由于 CMCs 的陶瓷基体具有很高的脆性，当 CMCs 的应变超过比例极限后，基体即会萌生裂纹，一旦产生裂纹便会出现显著的非线性应力应变行为。本文结合 CMSE 准则和双参数 Weibull 分布来模拟陶瓷基体的开裂和失效。本文假设裂纹在基体中均匀分布，当两个裂纹间基体应受载产生的应变能超过临界应变能时，便会产生新的裂纹。CMSE 准则的表达式^[33]如下：

$$U_m = U_{cr} \quad (2.1)$$

其中 U_m 为基体应变能，表达式为：

$$U_m = \int_V \int_{\varepsilon} \sigma_m(x) d\varepsilon dV \quad (2.2)$$

结合 Weibull 分布，则基体裂纹长度可表达为：

$$L = L_{sat} \left\{ 1 - \exp \left[\left(- \frac{\sigma_m}{\sigma_{mR}} \right)^m \right] \right\}^{-1} \quad (2.3)$$

式中， L 代表平均裂纹间距， L_{sat} 代表饱和裂纹间距， σ_m 代表基体应力， σ_{mR} 代表临界基体强度， m 代表 Weibull 分布参数。

2.2.2 界面脱粘

当基体产生裂纹后，进一步增加应力会导致纤维/基体界面之间的脱粘，脱粘后界面的剪应力将不能继续增加。本文采用常用的最大界面剪应力准则^[36]判定界面的脱粘，即当界面上某点的剪切应力超过界面剪切强度，即发生界面脱粘。

$$\tau_i \geq \tau_{ult} \quad (2.4)$$

式中， τ_i 为某点的界面剪应力值， τ_{ult} 为界面剪应力强度。

此外，需说明的是本文假设界面剪应力 τ_i 在滑移区内部是一致的，且数值上等于 τ_{ult} 。

2.2.3 界面滑移

界面脱粘发生后，剪应力不足以传递载荷，因此纤维与基体之间会发生相对滑动。Shear-lag 模型将单向 CMCs 的纤维和基体分别简化为两个同轴的同心圆柱，且假定同一横截面下的纤维和基体的轴向正应力都是均匀分布的。当 CMCs 受到拉伸载荷作用，CMCs 界面发生脱粘后，shear-lag 模型受力分析如图 2.1 所示。

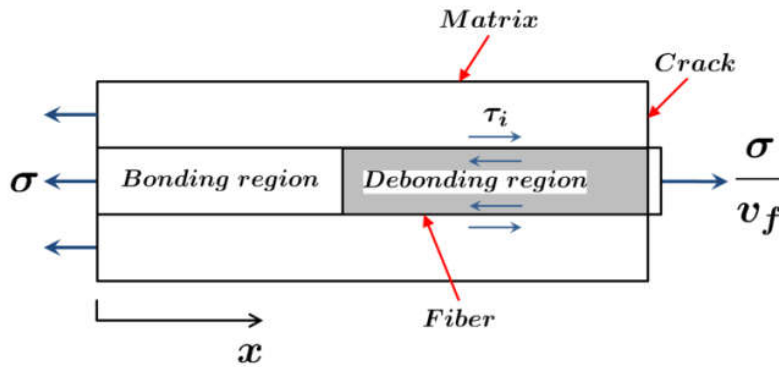


图 2.1 剪滞单胞模型

根据 shear-lag 模型，通过纤维的应力平衡条件，可得到如下滑移区的应力分布控制方程^[33]：

$$\frac{r_f d\sigma_f(x)}{2dx} = -\tau_i \quad (2.5)$$

式中 r_f 表示纤维直径， σ_f 表示纤维应力， τ_i 代表界面剪应力。

根据 Gao 等^[38]提出的理论，如果界面发生脱粘，在经历一系列加卸载后，会相应地产生一系列的正向/反向滑移区。他们提出在单向 CMCs 每一次由加载状态变为卸载状态，或是由卸载状态变为加载状态后，会相应的在靠近裂纹的界面上产生新的反向/正向滑移区，包含正/反向滑移区的 shear-lag 模型示意图如图 2.2 所示。

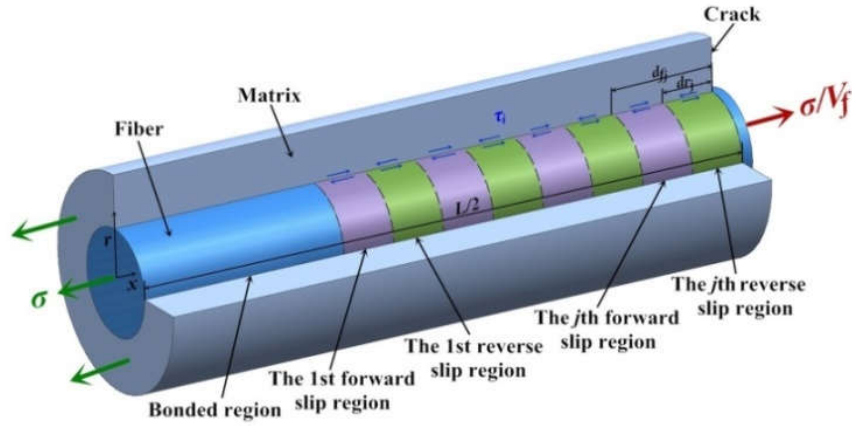


图 2.2 任意加卸载剪滞单胞模型

则在 CMCs 单胞模型在各个正/反向滑移区内纤维应力分布^[38]的表达式如下:

$$\begin{cases} \frac{r_f d\sigma_f(x)}{2dx} = -\tau_i, & \frac{L}{2} - d_{f_j} \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{r_j}, \\ \frac{r_f d\sigma_f(x)}{2dx} = \tau_i, & \frac{L}{2} - d_{r_j} \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{f_{j+1}}, \\ \sigma_f(x) = \sigma_{f_0}, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{f_1}, \end{cases} \quad (2.6)$$

式中, d_f 表示正向滑移区距离, d_r 表示反向滑移区距离, 下标 j 表示第 j 个正/反向滑移区。

边界条件为:

$$\begin{cases} \sigma_f(x = \frac{L}{2}) = \frac{\sigma}{v_f} \\ \sigma_f(x = (\frac{L}{2} - d_{f_j})_-) = \sigma_f(x = (\frac{L}{2} - d_{f_j})_+) \\ \sigma_f(x = (\frac{L}{2} - d_{r_j})_-) = \sigma_f(x = (\frac{L}{2} - d_{r_j})_+) \\ \tau_i(x = \frac{L}{2} - d_{f_1}) = -\tau_{ult} \end{cases} \quad (2.7)$$

结合边界条件, 可求得第 n 个反向滑移区距离的表达式:

$$d_{r_n} = \frac{1}{2}d_{f_1} - \frac{v_m r_f}{4v_f \tau_i} \sigma_{m_0} + \sum_{k=2}^n (d_{f_k} - d_{r_{k-1}}), n \geq 2 \quad (2.8)$$

各滑移区中的纤维应力分布表达式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x \right), \quad \frac{L}{2} - d_{r_n} \leq x \leq \frac{L}{2}, \\ \frac{\sigma}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} + 2d_{r_n} \right), \quad \frac{L}{2} - d_{f_n} \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{r_n}, \\ \vdots \\ \frac{\sigma}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(\frac{L}{2} - x + 2 \sum_{k=j+1}^n (d_{r_k} - d_{f_k}) \right), \quad \frac{L}{2} - d_{r_j} \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{f_{j+1}}, \\ \frac{\sigma}{v_f} + \frac{2\tau_i}{r_f} \left(x - \frac{L}{2} + 2 \sum_{k=j+1}^n (d_{r_k} - d_{f_k} + 2d_{r_j}) \right), \quad \frac{L}{2} - d_{f_j} \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{r_j}, \\ \vdots \\ \sigma_{f_0}, \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} - d_{f_1}. \end{array} \right. \quad (2.9)$$

另外需要说明的是，在 CMCs 动力学问题中，虽然需要考虑 CMCs 本构的非线性，但是由于纤维失效往往发生在临近 CMCs 的强度极限时才会发生，为简化计算，在本文中忽略了纤维失效的影响。

2.2.4 三维本构模型

基于 shear-lag 模型，CMCs 沿纤维方向的一维平均应变表达式^[56]为：

$$\bar{\varepsilon}_c = \bar{\varepsilon}_f = \frac{2}{E_f L} \int_0^{\frac{L}{2}} \sigma_f(x) dx + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \quad (2.10)$$

式中， α 和 ΔT 分别为热膨胀系数和 CMCs 制备温度与环境的温差。

在 CMCs 动力学仿真计算中，需要由位移计算应变，进而计算应力，是上式的逆变换。结合式 2.7 和 2.9 中可知 CMCs 应变与第 n 个反向滑移区长度存在二次关系，将式 2.9 带入上式 2.10，得：

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon} = \frac{2}{E_f L} & \left\{ -\frac{2\tau_i}{r_f} d_{r_n}^2 + \left(\frac{4\tau_i}{r_f} d_{f_1} - \frac{4V_f \tau_i}{V_m r_f} \left(\frac{d_{f_1} V_m}{V_f} + \frac{E_f L}{2E_m} \right) \right) d_{r_n} \right. \\ & - \frac{\tau_i d_{f_n}^2}{r_f} + \frac{4V_f \tau_i}{V_m r_f} \left(\frac{d_{f_1} V_m}{V_f} + \frac{E_f L}{2E_m} \right) \left[\frac{d_{f_1}}{2} + \sum_{k=2}^n (d_{f_k} - d_{r_{k-1}}) \right] \\ & + \int_{L/2-d_{f_1}}^{L/2-d_{f_n}} \left(\sigma_f(x) - \frac{\sigma}{V_f} - \frac{4\tau_i}{r_f} (d_{r_n} - d_{f_n}) \right) dx - \frac{4\tau_i d_{f_n} (d_{f_1} - d_{f_n})}{r_f} \\ & \left. + \frac{E_f L}{2} (\alpha_m - \alpha_f) \Delta T \right\} + (\alpha_f - \alpha_c) \Delta T \end{aligned} \quad (2.11)$$

求解该二次方程，可求得第 n 个反向滑移区长度为：

$$\left\{ \begin{aligned} d_{r_n} &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ a &= -\frac{2\tau_i}{r_f} \\ b &= \frac{4\tau_i}{r_f} d_{f_1} - \frac{4V_f \tau_i}{V_m r_f} \left(\frac{d_{f_1} V_m}{V_f} + \frac{E_f L}{2E_m} \right) \\ c &= -\frac{\tau_i d_{f_n}^2}{r_f} + \frac{4V_f \tau_i}{V_m r_f} \left(\frac{d_{f_1} V_m}{V_f} + \frac{E_f L}{2E_m} \right) \left[\frac{d_{f_1}}{2} + \sum_{k=2}^n (d_{f_k} - d_{r_{k-1}}) \right] \\ &\quad + \int_{L/2-d_{f_1}}^{L/2-d_{f_n}} \left(\sigma_f(x) - \frac{\sigma}{V_f} - \frac{4\tau_i}{r_f} (d_{r_n} - d_{f_n}) \right) dx - \frac{4\tau_i d_{f_n} (d_{f_1} - d_{f_n})}{r_f} \\ &\quad + \frac{E_f L}{2} [(\alpha_m - \alpha_c) \Delta T - \bar{\varepsilon}] \end{aligned} \right. \quad (2.12)$$

进而，可求得 CMCs 应力表达式：

$$\sigma = \left\{ \left[-d_{r_n} + \frac{1}{2} d_{f_1} + \sum_{k=2}^n (d_{f_k} - d_{r_{k-1}}) \right] \frac{4V_f \tau_i}{V_m r_f} - E_m (\alpha_c - \alpha_m) \Delta T \right\} \frac{E_c}{E_m} \quad (2.13)$$

上式中，第 n 个正向滑移区长度 d_{f_n} 可在当有 n 个正向滑移区、 $(n-1)$ 个反向滑移区时求得求解方法与式 2.12 同理。实际上，式 2.13 中所有的正/反向滑移区长度都可以由加卸载应变历程求解。

因此，shear-lag 模型轴向应力-应变存在如下映射关系：

$${}^{t_n} \sigma = f({}^{t_0} \varepsilon, {}^{t_1} \varepsilon \cdots {}^{t_n} \varepsilon) \quad (2.14)$$

式中， t_j 代表加卸载历程，在应变从 ${}^{t_1} \varepsilon$ 到 ${}^{t_n} \varepsilon$ 都已知的情况下，加卸载下的应力应变响应即可求得。

上述单向 CMCs 加卸载下应力应变关系只是一维的、沿着纤维方向的，而应用到动力学计算中的须是三维本构模型，现需要将该一维加卸载本构模型进一步扩展到三维。本文假设单向 CMCs 除了轴向，其他应力应变假定为线弹性关系，当 CMCs 处于线弹性状态时，其本构模型表示为：

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.15)$$

其中， $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力向量， $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为应变向量， \mathbf{C} 为弹性矩阵，即：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

当 CMCs 的轴向进入非线性段, CMCs 三维加卸载本构模型表达式为:

$$\begin{cases} {}^t_n \sigma_x = f({}^{t_0} \varepsilon_x, {}^{t_1} \varepsilon_x \cdots {}^{t_n} \varepsilon_x) + \mu_{12} C_{12}^{t_n} \varepsilon_x + \mu_{13} C_{13}^{t_n} \varepsilon_x + C_{12}^{t_n} \varepsilon_y + C_{13}^{t_n} \varepsilon_z, \\ {}^t_n \sigma_y = C_{12}^{t_n} \varepsilon_x + C_{22}^{t_n} \varepsilon_y + C_{23}^{t_n} \varepsilon_z, \\ {}^t_n \sigma_z = C_{13}^{t_n} \varepsilon_x + C_{23}^{t_n} \varepsilon_y + C_{33}^{t_n} \varepsilon_z, \\ {}^t_n \tau_{yz} = C_{44}^{t_n} \gamma_{yz}, \\ {}^t_n \tau_{zx} = C_{55}^{t_n} \gamma_{zx}, \\ {}^t_n \tau_{xy} = C_{66}^{t_n} \gamma_{xy}. \end{cases} \quad (2.17)$$

当 CMCs 沿着轴向加卸载时, 另外两个方向的应力为 0, 则另两个方向的应变可表示为 $\varepsilon_y = -\mu_{12} \varepsilon_x$, $\varepsilon_z = -\mu_{13} \varepsilon_x$ (μ 为泊松比), 将此时的应变分量代入式 2.17, x 方向的应力分量表达式为:

$${}^t_n \sigma = f({}^{t_0} \varepsilon, {}^{t_1} \varepsilon \cdots {}^{t_n} \varepsilon). \quad (2.18)$$

这与前式 2.14 的形式是一致的, 验证了单向 CMCs 的 3D 加卸载本构模型的合理性。

2.3 单向 CMCs 加卸载试验

2.3.1 试验件

本文选用单向 C/SiC 复合材料作为研究对象, 增强相采用日本 TORAY 公司生产的 T700-6k 碳纤维, 平均直径 $6\mu\text{m}$, 在纤维表面沉积一层热解碳, 再采用化学气相沉积 (Chemical Vapor Infiltration, CVI) 工艺在预制体表面沉积 SiC 基体。为使 CMCs 致密化, 进行了多次气相沉积, 最终得到 CMCs 复合材料板, 材料密度约为 $1.8\text{g}/\text{cm}^3$ 。

CMCs 加卸载试验采用狗骨状试件, 尺寸如图 2.3 所示。由于 SiC 基体具有较大的硬度, 传统机加工方式切割效率低且加工过程中会造成材料的损伤, 而水切割加工效率高、切割能力强^[55], 因此本文采用水切割加工 CMCs 试验件。

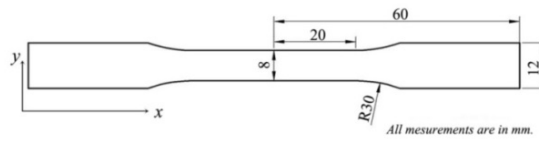


图 2.3 单向 CMCs 试验件尺寸图

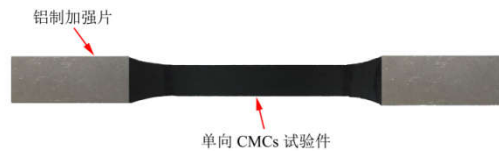


图 2.4 单向 CMCs 试件

2.3.2 试验内容及过程

本文加卸载采用 MTS 液压伺服试验机，应变采用引伸计测量，测试温度为室温。为获得单向 CMCs 的 shear-lag 模型的细观参数，对单向 CMCs 开展加卸载试验，采用力控制模式，加卸载速率为 0.05 kN/s。先对试验件施加拉伸载荷，当 CMCs 应力应变出现非线性关系后，再拉伸到第二线性段并再拉伸合适距离（大约之前的应变和），然后以相同速率卸载到 0，接着再加载到之前的卸载点，一次加卸载即获得迟滞环，为避免迟滞环曲线的偶然性，进行了多次加卸载，获得了多个迟滞环。

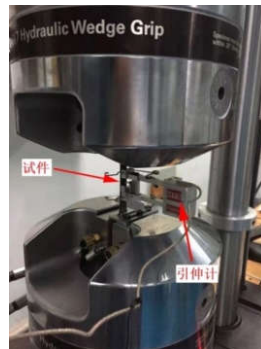


图 2.5 单向 CMCs 加卸载试验设备

2.3.3 试验结果及分析

加卸载响应如下图所示，由图中可观察到拉伸段和迟滞环。拉伸过程中，由于陶瓷基体的脆性，基体会很快开裂，从而 CMCs 很快进入非线性段。继续加载，当基体裂纹趋近饱和时，载荷将主要由纤维承担，于是应力应变曲线又趋近于线性，即第二线性段。在加卸载情况下，由于纤维/基体界面的滑移，会引起 CMCs 应力应变曲线的迟滞现象。

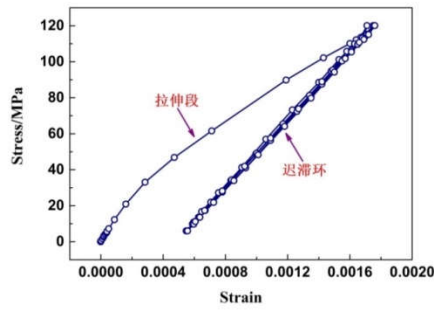


图 2.6 单向 CMCs 加卸载应力应变曲线

2.4 单向 CMCs 振动试验

2.4.1 试验内容及过程

本文对单向 C/SiC 梁展开了不同简谐激励幅值下的扫频试验。CMC 梁试验件如图 2.7 所示，采用水切割加工，其试验段几何尺寸为：长 171 mm、宽 9.86 mm、厚 5.04 mm。

本试验采用 DC-600 振动台施加简谐激励，试验系统如图 2.8 振动试验装置所示。采用 OPTEX CD33-85N 激光位移传感器测量、输出被测点的位移响应数据，采样频率 2000 Hz，精度 0.1 μm 。CMC 梁边缘粘贴铝制加强片以保护夹持端，将粘贴了加强片的一侧利用定制夹具装夹在振动台上，梁的边界条件可视作固支约束。



图 2.7 单向 CMC 梁

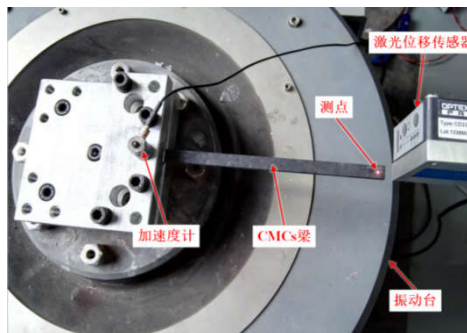


图 2.8 振动试验装置

正弦扫频在 CMC 梁一阶共振频率附近进行，扫频带宽 20 Hz，速率 0.025 Hz/s。为确定 CMCs 大致共振点且避免 CMCs 发生损伤，先以小载荷(1 m/s^2)快速扫频(0.5 Hz/s)找到梁的一阶共振估计频率 f_n^e ，确定初次扫频的区间为 $[f_n^e-10, f_n^e+10]$ 。首次扫频时，简谐激励载荷为

10 m/s²，扫频方向为先递增再递减。考虑到 CMC 梁的固有频率会随着材料的损伤而减小，因此之后的扫频以上一次递增/增减扫频中振幅最大时的振动台频率作为下一次扫频的 f_n^e 。上述递增/递减扫频重复三次后，将载荷增加到 20 m/s² 并重复上述扫频，最终最大载荷为 70 m/s²，扫频历史如图 2.9 所示。

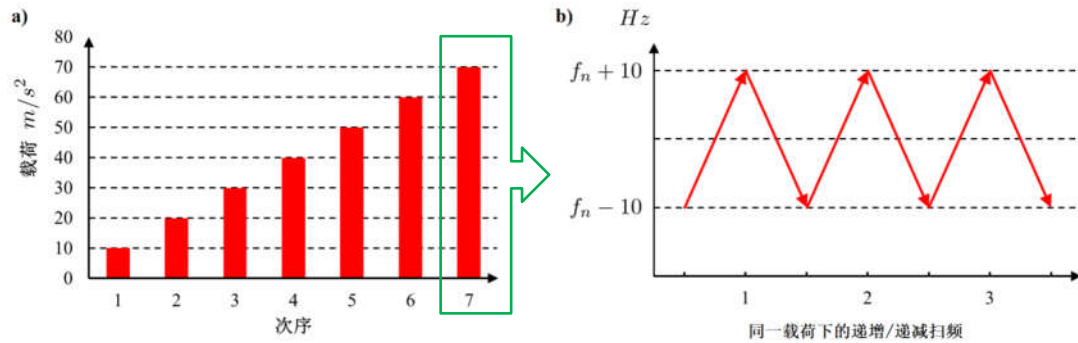


图 2.9 扫频过程

2.4.2 试验结果及分析

CMC 梁的扫频振动试验完毕后，将激光位移传感器读取到的 CMC 梁顶端位移数据进行处理，即可得到递增/递减扫频过程的 CMC 梁的幅频曲线。

如图 2.10 所示为载荷为 70 m/s² 下三次递增扫频，可见随着扫频次数的增加，CMC 梁的幅频曲线趋向于稳定，第二次和第三次的幅频曲线已经几乎重合。这是因为随着扫频数的增加，新的损伤逐渐减少，CMCs 的刚度、阻尼也趋于稳定。

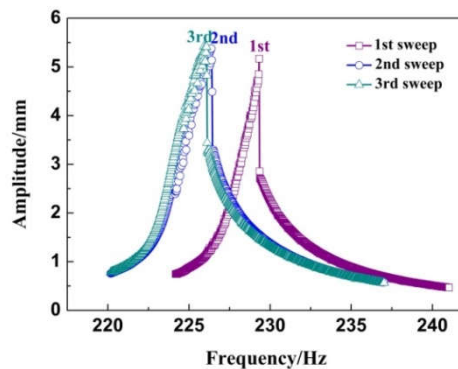


图 2.10 三次递增扫频的幅频曲线(70m/s²)

不同载荷水平下的第三次递增扫频的幅频曲线图 2.11 所示，当外载由 10 m/s² 增加到 70 m/s²，CMC 梁的共振振幅逐渐增大，一阶固有频率由 241.4 Hz 减小到 229.3 Hz。这是因为随着载荷的增加，CMCs 的损伤随即增加，从而引起刚度的下降，导致 CMC 梁固有频率的减小。CMC 梁的一阶固有频率随载荷的变化图 2.12 所示。

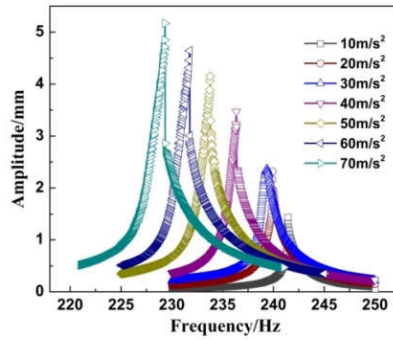


图 2.11 不同载荷下的幅频曲线

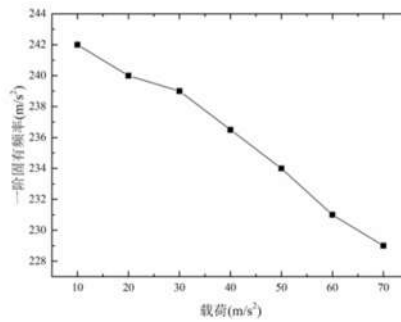


图 2.12 不同载荷下的一阶固有频率

递增/递减扫频幅频曲线之间的比较如图 2.13 所示 (载荷 60 m/s^2)。由图 2.13(a)可以发现载荷一定的情况下,第一次递增/递减扫频幅频曲线之间存在较大差异。在共振频点附近,递增扫频幅频曲线的斜率比递减扫频的幅频曲线大得多,此现象可用“刚度退化系统”进行解释。

CMCs 损伤会引起振动系统的刚度退化,当递增扫频时振动系统发生刚度退化,其固有频率也相应减小,此时扫频方向与固有频率变化方向是相反的,因此共振点附近幅频曲线异常“尖锐”。而当递减扫频时,系统刚度退化,固有频率也相应降低,此时固有频率的变化与扫频方向是相同的,因此共振点附近的幅频曲线相对“平缓”。而如图 2.13(b)所示,当递增/递减扫频进行到第三次时,此时由于 CMCs 损伤已经发展到接近完全,递增/递减幅频曲线已相当接近。

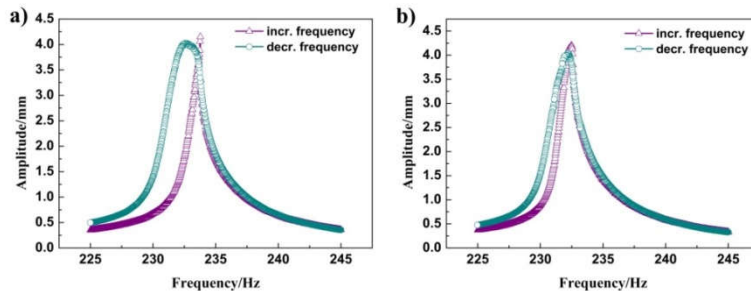


图 2.13 (a)第 1 次递增/递减扫频的幅频曲线 (b) 第 3 次递增/递减扫频的幅频曲线

2.5 单向 CMCs 动力学响应计算

2.5.1 本构模型参数确认

在线性段，本文采用 Gao 等在文献^[40]提出的估算方法，基于 CMCs 的 X 射线断层扫描结果，建立单胞有限元模型估算 CMCs 的弹性模量，计算结果如表 2.1 所示。

表 2.1 单向 CMCs 弹性参数

E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{23}	G_{31}	μ_{12}	μ_{23}	μ_{31}
123GPa	63.2GPa	63.2GPa	20.6GPa	24.6GPa	20.6GPa	0.27	0.25	0.27

非线性段，需要由拉伸和迟滞环曲线估算单向 CMCs 的细观参数，采用 Han 等^[37]提出的确定 CMCs 细观参数的方法，shear-lag 模型细观参数估算结果如表 2.2 所示。

表 2.2 单向 CMCs 细观参数

Item	Value	Item	Value
E_f/GPa	133	E_m/GPa	120
ν_f	0.2	ν_m	0.8
τ_i/MPa	50	$r_f/\mu\text{m}$	6
$\alpha_f/\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	-0.38	$\alpha_m/\times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	2.8
L_{sat}/mm	0.54	$\Delta T/^\circ\text{C}$	-1000
σ_{mR}/MPa	140	m	2

采用上述细观参数，基于单向 CMCs 加卸载 3D 本构模型，对加卸载下应力应变响应进行计算，计算结果和试验结果对比图如图 2.14 所示。

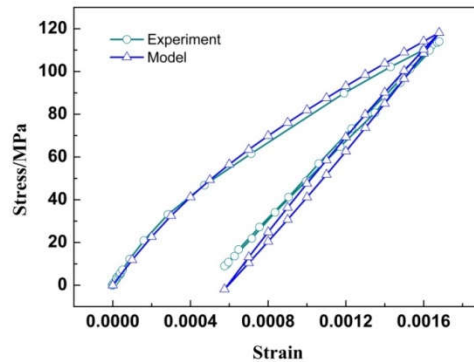


图 2.14 单向 CMCs 应力应变响应计算结果与试验结果对比

2.5.2 有限元法与动力学求解

由于梁具有简单的结构，且其弯曲振动时，正应力沿着轴向，因此将单向 CMCs 加卸载本构模型应用于梁的动力学计算是十分合理的，这样有利于问题的简化。下文将以单向 CMC 梁为研究对象，利用 C 语言编程，展开动力学仿真计算研究。

(1) 动力学建模与有限元离散

基于虚位移原理，建立 CMCs 动力学控制方程如式 2.19 所示。

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \delta \boldsymbol{\varepsilon} dV - \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dV - \int_{\Omega} c \dot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dV = \int_{\Gamma} \mathbf{q} \delta \mathbf{u} dS \quad (2.19)$$

式中， Ω 为计算域， Γ 为外力作用域， $\boldsymbol{\sigma}$ 为内力场， \mathbf{q} 为外力场， \mathbf{u} 为位移场， ρ 为密度， c 为阻尼系数。

对式 2.19 在空间上进行离散（上标 e 表示有限元单元）可得到式 2.20。

$$\sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^e \delta \boldsymbol{\varepsilon}^e dV - \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \ddot{\mathbf{u}}^e \delta \mathbf{u}^e dV - \sum_e \int_{\Omega^e} c \dot{\mathbf{u}}^e \delta \mathbf{u}^e dV = \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^e \delta \mathbf{u}^e dS \quad (2.20)$$

将单元内任一点的应变、位移用结点位移插值表示为式 2.21 的形式。

$$\mathbf{u}^e = \sum_{i=0}^n N_i^e \mathbf{a}_i^e, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \sum_{i=0}^n N_i^e \mathbf{a}_i^e = \mathbf{B}^e \mathbf{a}^e \quad (2.21)$$

式中， N_i^e 为单元第 i 个结点的形函数（shape function）， \mathbf{a} 为单元结点位移向量， \mathbf{B}^e 为单元几何矩阵。

引入单元结点自由度与总体自由度转换矩阵 \mathbf{G}^e ，将结点位移 \mathbf{a}^e 用结构位移 \mathbf{a} 表示为式 2.22 的形式。

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{G}^e \mathbf{a} \quad (2.22)$$

将式 2.21 和 2.12 带入 2.19，化简得式 2.23。

$$\begin{aligned} & \left(\sum_e \int_{\Omega^e} \boldsymbol{\sigma}^{eT} \mathbf{B}^e \mathbf{G}^e dV \right) \delta \mathbf{a} - \ddot{\mathbf{a}}^T \left(\sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV \right) \delta \mathbf{a} \\ & - \dot{\mathbf{a}}^T \left(\sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV \right) \delta \mathbf{a} = \left(\sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{q}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dS \right) \delta \mathbf{a} \end{aligned} \quad (2.23)$$

式 2.23 可进一步简写为式 2.24 的形式。

$$\mathbf{K}^T \delta \mathbf{a} - \ddot{\mathbf{a}}^T \mathbf{M}^T \mathbf{a} - \dot{\mathbf{a}}^T \mathbf{C}^T \delta \mathbf{a} = \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{a} \quad (2.24)$$

由于 $\delta \mathbf{a}$ 的任意性，因此上式必须满足：

$$\mathbf{K}^T - \ddot{\mathbf{a}}^T \mathbf{M}^T - \dot{\mathbf{a}}^T \mathbf{C}^T = \mathbf{Q}^T \quad (2.25)$$

转置，得：

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{a}} = \mathbf{K} \mathbf{a} - \mathbf{Q} \quad (2.26)$$

式中：

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV, \\ \mathbf{C} &= \sum_e \int_{\Omega^e} c \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV, \\ \mathbf{K} &= \sum_e \int_{\Omega^e} \mathbf{G}^{eT} \mathbf{B}^{eT} \boldsymbol{\sigma}^e dV, \\ \mathbf{Q} &= \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{q} dS. \end{aligned} \right. \quad (2.27)$$

需要说明的是，此处 \mathbf{K} 不是刚度矩阵，而是一个维度与结构自由度相等的向量，之所以将动力学方程写成这种形式，是为之后动力学方程的求解提供便利。 \mathbf{K} 虽然不是刚度矩阵，但是其实际上能反映 CMCs 的刚度，材料的非线性在 $\boldsymbol{\sigma}$ 中得以体现。

(2) Solid 186 等参单元

为保证计算精度，本文采用为 solid 186 单元对三维 CMC 梁进行离散，等参单元的结点编号($I, J \cdots B$)、单元坐标系(s, t, r)如图 2.15 所示。

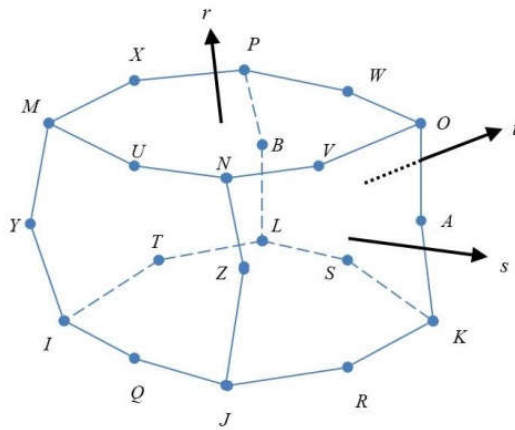


图 2.15 Solid 186 单元示意图

Solid 186 单元由 20 个结点组成，其中 8 个角结点的形函数 (shape function) 为：

$$\left\{ \begin{aligned} N_I &= \frac{1}{8}(1-s)(1-t)(1-r)(-s-t-r-2), N_M = \frac{1}{8}(1-s)(1-t)(1+r)(-s-t+r-2), \\ N_J &= \frac{1}{8}(1+s)(1-t)(1-r)(s-t-r-2), N_N = \frac{1}{8}(1+s)(1-t)(1+r)(s-t+r-2), \\ N_K &= \frac{1}{8}(1+s)(1+t)(1-r)(s+t-r-2), N_O = \frac{1}{8}(1+s)(1+t)(1+r)(s+t+r-2), \\ N_L &= \frac{1}{8}(1-s)(1+t)(1-r)(-s+t-r-2), N_P = \frac{1}{8}(1-s)(1+t)(1+r)(-s+t+r-2). \end{aligned} \right. \quad (2.28)$$

12 个边中结点的形函数为：

$$\left\{ \begin{array}{l} N_Q = \frac{1}{4}(1-s^2)(1-t)(1-r), N_W = \frac{1}{4}(1-s^2)(1+t)(1+r), \\ N_R = \frac{1}{4}(1-t^2)(1+s)(1-r), N_X = \frac{1}{4}(1-t^2)(1-s)(1+r), \\ N_S = \frac{1}{4}(1-s^2)(1+t)(1-r), N_Y = \frac{1}{4}(1-r^2)(1-s)(1-t), \\ N_T = \frac{1}{4}(1-t^2)(1-s)(1-r), N_Z = \frac{1}{4}(1-r^2)(1+s)(1-t), \\ N_U = \frac{1}{4}(1-s^2)(1-t)(1+r), N_A = \frac{1}{4}(1-r^2)(1+s)(1+t), \\ N_V = \frac{1}{4}(1-t^2)(1+s)(1+r), N_B = \frac{1}{4}(1-r^2)(1-s)(1+t). \end{array} \right. \quad (2.29)$$

则 solid 186 单元内任一点的位移可通过 20 个结点的位移值插值为式 2.30 的形式。

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \sum_{i=1}^{20} N_i(s, t, r) \cdot u_i \\ v = \sum_{i=1}^{20} N_i(s, t, r) \cdot v_i \\ w = \sum_{i=1}^{20} N_i(s, t, r) \cdot w_i \end{array} \quad i = (I, J \cdots B) \right. \quad (2.30)$$

将式 2.30 写成矩阵形式得到式 2.31。

$$\left\{ \begin{array}{l} u \\ v \\ w \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccccccccccc} N_I & 0 & 0 & N_J & 0 & 0 & \cdots & N_B & 0 & 0 \\ 0 & N_I & 0 & 0 & N_J & 0 & \cdots & 0 & N_B & 0 \\ 0 & 0 & N_I & 0 & 0 & N_J & \cdots & 0 & 0 & N_B \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{l} u_I \\ v_I \\ w_I \\ u_J \\ v_J \\ w_J \\ \vdots \\ u_B \\ v_B \\ w_B \end{array} \right\} \quad (2.31)$$

将位移向量代入几何方程，则应变向量表达式如式 2.32 所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{array} \right\} = [\mathbf{B}_I \quad \mathbf{B}_J \cdots \mathbf{B}_B] \cdot \{u_I \quad v_I \quad w_I \quad u_J \quad v_J \quad w_J \cdots u_B \quad v_B \quad w_B\}^T \quad (2.32)$$

其中：

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}^T \quad (i = I, J \dots B) \quad (2.33)$$

矩阵 \mathbf{B} 称为几何矩阵，其元素是等参单元形函数对全局坐标 (x, y, z) 的偏导数，而等参单元的形函数是局部坐标系 (s, t, r) 的显式表达式，计算形函数对局部坐标的偏导数是容易实现的，然后通过等参变换 (iso-parametric transformation) 将对局部坐标的偏导数转换成对全局的偏导数，即可计算 \mathbf{B} 矩阵。等参变换的表达式如式 2.34 所示：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial t} \\ \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (i = I, J \dots B) \quad (2.34)$$

矩阵 \mathbf{J} 称为雅可比 (Jacobi) 矩阵，其表达式如式 2.35 所示：

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial r} & \frac{\partial y}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial s} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial s} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial s} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial t} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial t} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial t} z_i \\ \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial r} x_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial r} y_i & \sum_{i=1}^{20} \frac{\partial N_i(s,t,r)}{\partial r} z_i \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

(3) 高斯积分

基于 solid186 单元，本文采用高斯积分^[41]，计算动力学方程中所需的矩阵。采用 2 点式的三维高斯积分 (共 8 个积分点)，积分点的参数坐标为 $(-0.57735027, 0.57735027)$ ，权系数为 $(1,1)$ 。单元质量矩阵 \mathbf{M}^e 可表示为式 2.36：

$$\mathbf{M}^e = \iiint_{V^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e dx dy dz \quad (2.36)$$

利用等参变换，可知 $dx dy dz = |\mathbf{J}| ds dt dr$ ，代入上式，并将三重积分用三维高斯积分表示，可求得单元质量矩阵如式 2.37 所示。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^e &= \iiint_{V^e} \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e dx dy dz = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e |\mathbf{J}| ds dt dr \\ &= \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 \rho \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e |\mathbf{J}| \end{aligned} \quad (2.37)$$

同理，单元阻尼矩阵如式 2.38 所示。

$$\mathbf{C}^e = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 c \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e |\mathbf{J}| \quad (2.38)$$

单元 \mathbf{K}^e 如式 2.39 所示。

$$\mathbf{K}^e = \sum_1^2 \sum_1^2 \sum_1^2 \mathbf{B}^{eT} \boldsymbol{\sigma}^e |\mathbf{J}| \quad (2.39)$$

(4) 动力学方程的求解

本文采用中心差分法 (central difference method) 对动力学方程式 2.26 进行求解。采用中心差分法计算 CMCs 非线性振动有两个优点：一是计算过程中，避免了矩阵求逆，节约了计算资源；二是避免了本构模型的迭代运算，采用如 Newmark 法等其他隐式动力学求解方法，CMCs 的变模量特性会在迭代过程中引入数学间断点，从而给问题的求解带来理论上的难度。因此，本文采用中心差分法计算 CMCs 非线性动力学响应是十分合适的。

本文基于中心差分法，则 CMC 梁的结构结点加速度向量 $\ddot{\mathbf{a}}$ 和结点速度 $\dot{\mathbf{a}}$ 可以用结点位移向量 \mathbf{a} 表示为式 2.40 的形式。

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{a}}_t = \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{a}_{t-\Delta t} - 2\mathbf{a}_t + \mathbf{a}_{t+\Delta t}) \\ \dot{\mathbf{a}}_t = \frac{1}{2\Delta t} (-\mathbf{a}_{t-\Delta t} + \mathbf{a}_{t+\Delta t}) \end{cases} \quad (2.40)$$

将式 2.40 代入式 2.26，化简得式 2.41。

$$\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M}_t \mathbf{a}_{t+\Delta t} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}_t \mathbf{a}_{t+\Delta t} = \mathbf{K}_t - \mathbf{Q}_t + \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M}_t (2\mathbf{a}_t - \mathbf{a}_{t-\Delta t}) + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C}_t \mathbf{a}_{t-\Delta t} \quad (2.41)$$

在梁的振动过程中， \mathbf{M} 与时间无关。因 CMCs 损伤导致迟滞现象引起的阻尼会在 \mathbf{K}_t 中得以体现，故令方程中的 \mathbf{C}_t 为 0，则式 2.41 可进一步简化为式 2.42 的形式。

$$\mathbf{a}_{t+\Delta t} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{K}_t - \mathbf{Q}_t) \Delta t^2 + 2\mathbf{a}_t - \mathbf{a}_{t-\Delta t} \quad (2.42)$$

由式 2.42 可知，下一时刻 ($t + \Delta t$) 的结点位移向量 $\mathbf{a}_{t+\Delta t}$ 可以通过当前时刻 t 和前一时刻 ($t - \Delta t$) 的结点位移向量 \mathbf{a}_t 和 $\mathbf{a}_{t-\Delta t}$ 计算，在振动过程中 \mathbf{K}_t 反映了 CMCs 的非线性本构行为，实际上材料的变刚度和迟滞行为引起的阻尼都能在 \mathbf{K}_t 中得以体现， \mathbf{Q}_t 为外载荷。

此外，还需说明的是中心差分法求解的稳定性问题。中心差分法的稳定性取决于计算的时间步长 Δt ，当 Δt 小于等于临界值 Δt_{cr} 时，算法是稳定的，否则计算结果会发散。中心差分法稳定性条件如式 2.43 所示。

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{2}{\omega_n} = \frac{T_n}{\pi} \quad (2.43)$$

式中， ω_n 为振动系统最高阶固有频率， T_n 为最小周期。由于系统的最小振动周期总是大于

等于最小尺寸单元的最小固有振动周期，因此只要找出最小单元尺寸 L_{min}^e ，即可通过式 2.44 估算 T_n ：

$$T_n = \frac{\pi L_{min}^e}{\sqrt{E/\rho}} \quad (2.44)$$

在 CMCs 动力学计算中，由于复合材料的各向异性，各方向的弹性模量是不同的，要找到沿着不同纤维方向各自对应的尺寸最小的单元，找到最小的 Δt_{cr} 。如果振动过程中，CMCs 发生了损伤，其弹性模量 E 会相应减小， Δt_{cr} 会增大，中心差分法计算会趋向于稳定，因此仅需考虑 CMC 结构的初始 Δt_{cr} 即可。

(5) 计算步骤

如图 2.16 所示，单向 CMCs 非线性动力学计算具体计算步骤如下：

- Step 1: 利用 ANSYS 建立 CMC 梁有限元模型，输出单元、结点信息；
- Step 2: C 语言程序读取单元、结点信息；
- Step 3: 计算不随时间变化的 \mathbf{B} , \mathbf{M} ；
- Step 4: 计算 \mathbf{K}_t ；
- Step 5: 根据输入的载荷计算 \mathbf{Q}_t ；
- Step 6: 计算下一时刻的结点位移向量 $\mathbf{a}_{t+\Delta t}$ ；
- Step 7: 计算各单元内 8 个高斯积分点应变向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_{t+\Delta t}$ ；
- Step 8: 基于 CMCs 本构模型计算各个单元 8 个高斯积分点下一时刻的应力向量 $\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}$ ；
- Step 9: 判断是否达到终止条件，若是则转入 Step 10，否则令 $t=t+\Delta t$ 并转入 Step 4；
- Step 10: 从采集的数据中选择所需要的响应，并写为输出数据文件；
- Step 11: 数据后处理。

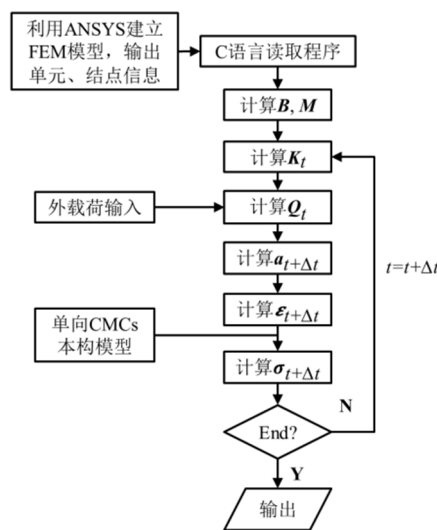


图 2.16 单向 CMC 梁动力学计算流程图

2.5.3 计算结果及分析

采用上述基于 shear-lag 模型的 CMCs 非线性动力学响应计算方法,对前述单向 CMC 梁简谐扫频振动试验进行仿真计算,将上述动力学计算流程利用 C 语言编程形成计算程序。

单向 CMC 梁的有限元模型如图 2.17 所示,其几何尺寸与单向 CMC 梁试验件一致。在梁的根部面施加了固支约束,即该面上的所有结点的 x, y, z 方向的位移均为 0。为对振动台激励进行模拟,载荷为全局简谐惯性力,其表达式如式 2.46 所示。

$$\mathbf{f} = (0, 0, f)^T = (0, 0, \bar{f}\sin(\omega t))^T \quad (2.45)$$

式中, \mathbf{f} 表示施加在 CMC 梁上的全局加速度向量, f 表示 \mathbf{f} 在 z 方向上的分量, \bar{f} 表示 f 的幅值, ω 表示角频率。

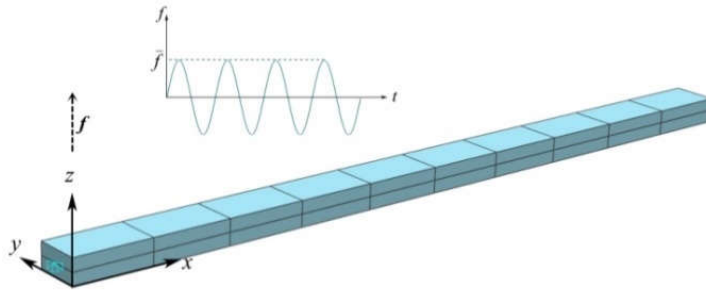


图 2.17 单向 CMC 梁有限元模型

需指出的是,本文将振动台激励以全局惯性力的形式施加在 CMC 梁上,在振动试验中梁固支端的位移相较于梁的变形是很小的,因此本文在动力学仿真中将边界条件设为固支。建模完成后,用自编 C 语言程序读取有限元信息,并进行有限元计算,本文中心差分法的步长为 5×10^{-8} s。

CMC 梁自由端的位移时域响应如图 2.18 所示。在当前算例中,载荷为 20 m/s^2 ,扫频方向为递增。在图 2.18(a)中,激励频率为 244.40 Hz,梁根部在振动过程中的最大应力为 19.4 MPa,此时的损伤可以忽略,可见 CMC 梁自由端位移呈现拍振现象。这是由于在损伤较小的情况下,CMCs 的阻尼很小,振动过程中系统耗散的能量也很少。施加的简谐惯性力对振动系统时而做正功时而做负功,因此振动系统的机械能时大时小,从而呈现拍振现象。

随着激励频率的逐渐增加,位移响应的幅值也相应增大,但是拍振现象会逐渐消失(图 2.18(b))。这是因为随着位移的增大,CMCs 的损伤程度也会加剧,从而为振动系统引入了阻尼,阻尼使得振动系统能量的输入与输出近乎相等,此时振动系统机械能近似不变、系统是稳定的,从而位移响应呈现等幅振动。前述的动力学控制方程中(式 2.19)中,黏性阻尼系数 c 在计算中赋值为 0,然而求得的共振点位移响应却不是无限大,这说明材料损伤产生的阻尼抑制了振幅的无限大趋势,因此体现 CMCs 本构非线性的向量 \mathbf{K} 在动力学控制方程

中产生了刚度、阻尼的作用。

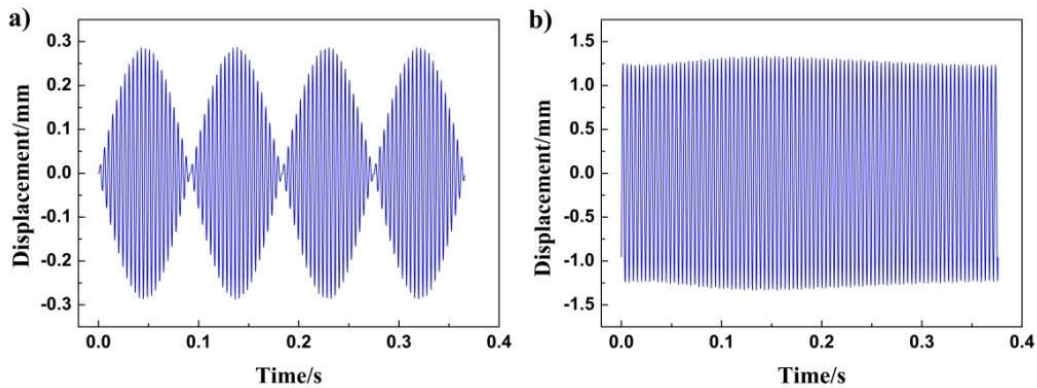


图 2.18 单向 CMC 梁时域响应: (a)小损伤拍振 (b)大损伤等幅振动

单向 CMC 梁在 20m/s^2 载荷下的递增幅频曲线如图 2.19 所示, 可以发现幅频曲线中有一次波动, 这是因为 CMCs 损伤后产生的阻尼抑制了振幅的增加, 这种现象在试验中也有发生 (图 2.19), 但是幅频曲线波动的现象只会在当前扫频之前 CMCs 未发生损伤时才会发生。CMCs 的裂纹在仿真过程中, 由无限大 (未开裂), 到 31mm (244.2Hz), 21mm (244.4Hz), 7.3mm (245.0Hz) 以及 7.0mm (245.2Hz), 可见随着振幅的增大, 裂纹密度不断增加, CMCs 的损伤在加剧。

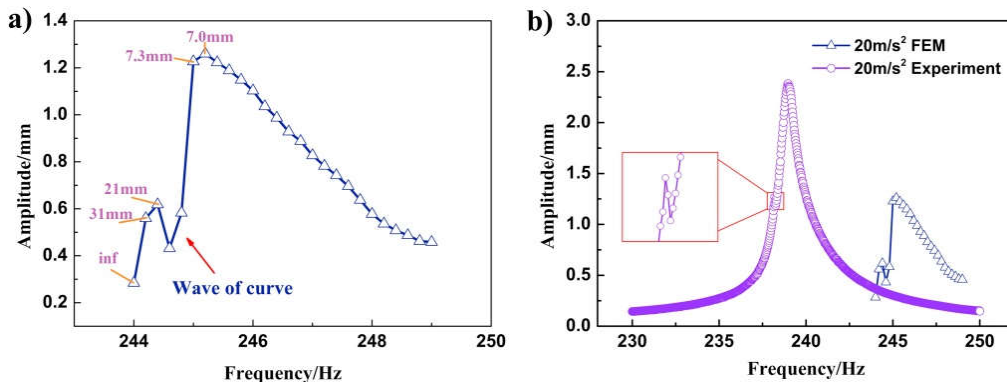


图 2.19 单向 CMC 梁幅频曲线: (a)幅频曲线仿真结果 (b)与试验结果对比

为研究不同载荷水平下 CMC 梁的幅频曲线, 本文计算了在载荷为 20m/s^2 , 30m/s^2 下 CMC 梁的递增/递减扫频幅频曲线, 计算结果如图 2.20 所示。计算结果表明, CMC 梁的固有频率会随着载荷的增加而减小, 这是 CMCs 损伤引起的结构刚度退化导致的。且在同一载荷下的递增/递减幅频曲线, 与试验结果类似的是, 递增的幅频曲线与递减的相比同样更为“尖锐”, 其也是刚度退化导致的。随着载荷的增大, 裂纹间距从 7.0mm 减小到 5.0mm , 裂纹在基体中加密, 这导致了刚度的降低和迟滞加剧, 这也是幅频曲线发生变化的原因。

然而, 数值计算的振幅却小于试验结果且数值计算的共振频率也比试验大。振幅计算结果偏小是由于 shear-lag 模型估算的迟滞环比实际的迟滞环更宽, 这导致每个振动周期耗散

的能量更多, 阻尼更大。共振点频率偏大可归因于 CMC 梁的铝制固定装置降低了振动系统的刚度。

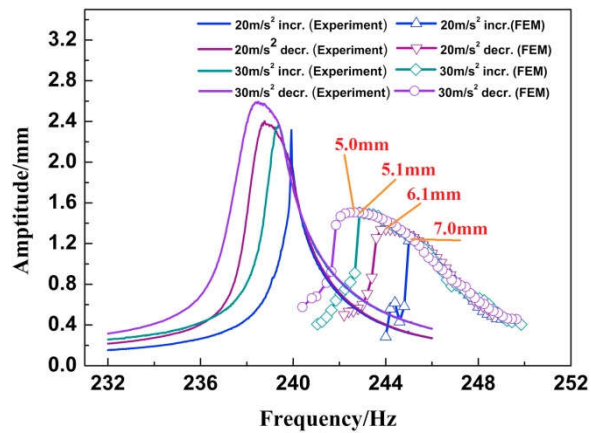


图 2.20 单向 CMC 梁递增/递减扫频下的幅频曲线

2.6 本章小结

(1) 将单向 CMCs 任意加卸载 shear-lag 模型由一维扩展到三维, 该模型在沿着纤维的方向考虑了基体开裂、界面脱粘、界面滑移三种损伤模式, 而另五个应力应变分量上将 CMCs 视作线弹性。在 MTS 试验机上进行了单向 CMCs 的加卸载试验, 并基于试验获得的应力应变曲线, 确认了 shear-lag 模型的细观参数。

(2) 在振动台上进行了单向 CMC 梁简谐扫频振动试验, 在不同的载荷水平和扫频方向给予单向 CMC 梁简谐激励, 获得了相应的幅频曲线。试验结果表明在振动过程中, 损伤是逐步发展的, 相同载荷下多次扫频后的幅频曲线趋向于稳定。正向和反向扫频的幅频曲线, 由于材料损伤情况导致的固有频率发生变化与扫频方向的反向与同向, 幅频曲线在共振带呈现出“尖锐”和“平缓”的现象, 这种现象随着扫频次数的增加逐渐消失。而随着载荷的增加, 由于材料刚度的退化, 单向 CMC 梁的固有频率也相应地减小。

(3) 基于三维 shear-lag 模型, 对单向 CMC 梁振动响应利用多尺度方法结合有限元法进行求解, 并编写了 C 语言计算程序, 获得了单向 CMC 梁的时域位移响应、幅频曲线。发现在损伤较小时, 振动响应呈现“拍振”现象, 这是因为在材料未损伤时, 振动系统没有阻尼项, 因此机械能在 CMC 梁和振动台之间互相传递, 导致振动系统的能量忽大忽小, 从而呈现“拍振”现象。而随着材料的损伤, 为系统引入阻尼, 最终呈现等幅振动。对不同载荷大小下的扫频振动进行了仿真, 获得了相应的幅频曲线, 仿真结果与试验结果相近。

第3章 平纹编织 CMC 结构非线性动力学计算方法研究

3.1 引言

在研究单向 CMC 梁的非线性振动后, 本章旨在研究编织 CMC 梁的非线性振动问题。而相较于单向 CMCs, 编织 CMCs 具有复杂的细观结构, 因此若仍采用多尺度方法计算, 计算量将极大, 甚至导致问题无法求解。本章针对平纹编织 CMCs, 开展了编织 CMCs 的加卸载试验, 发展了编织 CMCs 高效加卸载构模型, 结合第 2 章的动力学计算方法实现了编织 CMCs 的非线性动力学仿真计算。

并进行了平纹 CMC 梁的简谐扫频振动试验, 获得了平纹编织 CMC 梁的幅频曲线, 对仿真结果进行了验证。结合试验和仿真结果, 对平纹编织 CMC 梁的非线性振动行为进行了分析。

3.2 平纹编织 CMCs 加卸载试验

3.2.1 试验件

本文选用平纹编织 SiC/SiC 复合材料作为研究对象, 增强相采用苏州赛力菲陶纤公司生产的 SiC 纤维束, 每束纤维束含约 1000 根 SiC 纤维, 手工编织成纤维布, 将 8 层纤维布叠放为编织预制体, 如图 3.1 所示。采用 CVI 工艺在 SiC 纤维表面沉积 PyC 界面以及 SiC 基体, 最终完成平纹编织 CMC 板的制备。

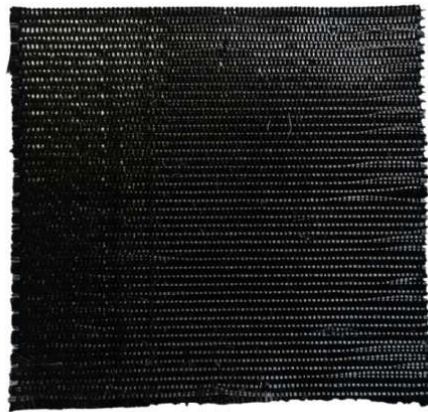


图 3.1 平纹编织 SiC 纤维布

将制备完成的平纹编织 CMC 板, 采用水切割加工为狗骨状拉伸试验件, 试验件尺寸如图 3.2 所示。

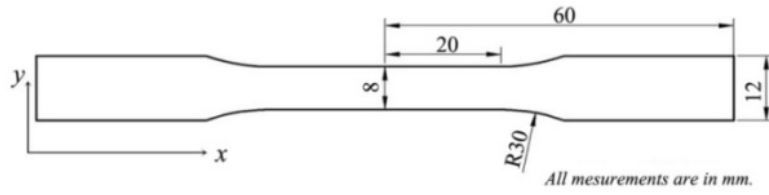


图 3.2 平纹编织 CMC 加卸载试验件尺寸图

CMCs 试验件的实物如图 3.3 所示。



图 3.3 平纹编织 CMCs 试验件

3.2.2 实验内容及过程

编织 CMCs 加卸载采用 MTS 液压伺服试验机,应变采用引伸计测量,测试温度为室温,试验设备如图 3.4 所示。为获得编织 CMCs 在加卸载下的应力应变响应,给与编织 CMCs 试件反复加卸载,采用力控制模式,加卸载速率为 0.05 kN/s。



图 3.4 编织 CMCs 加卸载试验设备

为获得尽可能多的迟滞环,给予编织 CMCs 一系列加卸载路径,加卸载路径如表 3.1 所示。

表 3.1 编织 CMCs 加卸载路径

Cycles	Load(MPa)	Unload(MPa)
1	+50	0
2	+70	0
3	+95	0
4	+110	0
5	+120	0
6	+130	0
7	+140	0
8	+150	0
9	+160	0
10	+170	0
11	+180	0
12	+190	0
13	+200	0
14	+210	0

3.2.3 试验结果及分析

CMCs 试验件在给定载荷下的应力应变响应如图 3.5 所示。可见编织 CMCs 与单向 CMCs 的响应类似，也存在着明显的变刚度和迟滞现象。

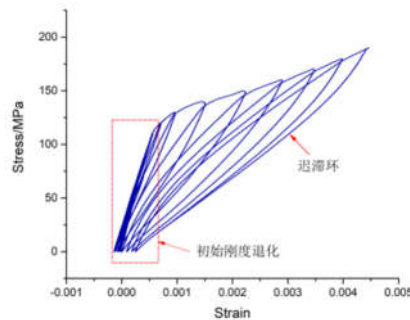


图 3.5 平纹编织 CMCs 加卸载应力应变响应

除此之外，如图 3.6 所示，编织 CMCs 试验件在应力水平不高的情况下，材料的模量均发生了衰减，从约 195 MPa 降低到约 170 MPa，且材料在载荷由拉伸降到 0 时，材料发生了负变形，然而此时应力应变关系仍然近似线性，迟滞现象还不明显。需指出的是，材料产生负变形，主要是因为编织 CMCs 制备过程中的热残余应力的释放造成的^[56]。

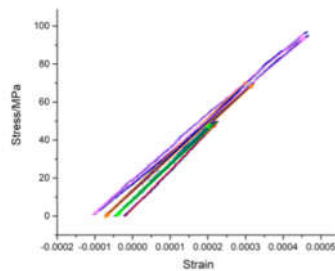


图 3.6 平纹编织 CMCs 初始变模量

3.3 平纹编织 CMCs 振动试验

3.3.1 试验内容及过程

CMC 梁的振动试验过程同第 2 章相同，试验设备如图 3.7 所示。

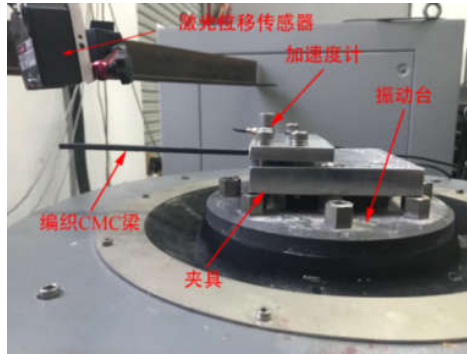


图 3.7 平纹 CMC 梁振动试验

平纹编织 CMC 梁相较于单向 CMC 梁，其具有更大的孔隙率，为防止编织 CMC 梁在装夹时被压溃，对 CMC 梁的根部进行了加宽设计。设计了 2 种尺寸的 CMC 梁试验件，其宽度分别为 10 和 30 mm，并分别编为 1、2 号，CMC 梁的尺寸如图 3.8 所示，CMC 梁实物图如图 3.9 所示。

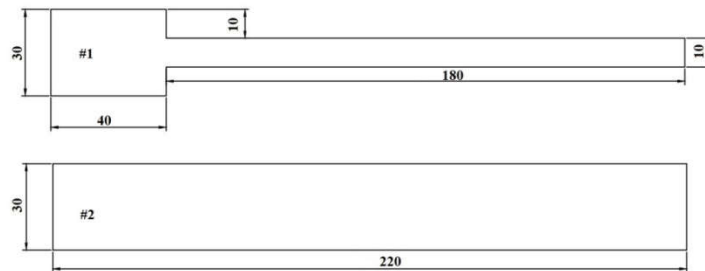


图 3.8 编织 CMC 梁尺寸图

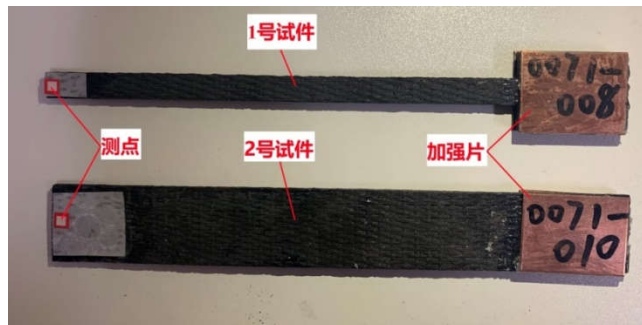


图 3.9 平纹 CMC 梁试验件

正弦扫频在 CMC 梁一阶共振频率附近进行，考虑到 SiC/SiC 复合材料的脆性，为防止固有频率由于材料损伤而较之前的固有频率有较大的衰减，在某载荷水平下的首次递增/递减扫频带宽 40 Hz，速率 0.025 Hz/s，之后的扫频带宽为 20 Hz。

为确定 CMCs 大致共振点且避免 CMCs 发生损伤,先以小载荷(1 m/s^2)快速扫频(0.5 Hz/s)找到梁的一阶共振估计频率 f_n^e ,确定初次扫频的区间为 $[f_n^e - 20, f_n^e + 20]$ 。首次扫频时,简谐激励载荷为 10 m/s^2 ,扫频方向为先递增再递减。考虑到 CMC 梁的固有频率会随着材料的损伤而减小,因此之后的扫频以上一次递增/增减扫频中振幅最大时的振动台频率作为下一次扫频的 f_n^e 。上述递增/递减扫频重复三次后,将载荷增加到 20 m/s^2 并重复上述扫频,最终最大载荷为 70 m/s^2 。

3.3.2 试验结果及分析

1 号 CMC 梁在载荷区间 $[10 \text{ m/s}^2, 70 \text{ m/s}^2]$ 中,各个载荷的初次递增扫频的幅频曲线如图 3.10 所示。可见,随着载荷的增加,CMC 梁的一阶固有频率会相应降低。这是因为随着 CMCs 的损伤,结构刚度下降,固有频率从而降低。然而,共振点的振幅却不是一直随着载荷的增加而增大的,在载荷增大到 50 m/s^2 时,CMC 梁的共振点振幅首次出现了下降。这是因为随着损伤的加剧,CMCs 的阻尼作用抑制了共振点的振幅继续增大。

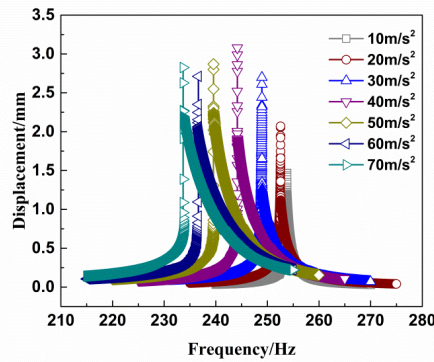


图 3.10 编织 CMC 梁幅频曲线(1 号)

2 号 CMC 梁在载荷区间 $[10 \text{ m/s}^2, 70 \text{ m/s}^2]$ 中,各个载荷的初次递增扫频的幅频曲线如图 3.11 所示。与 1 号试件类似,CMC 梁的一阶固有频率也随着载荷的增大而降低。并且,共振点的振幅也是先增大后减小的。

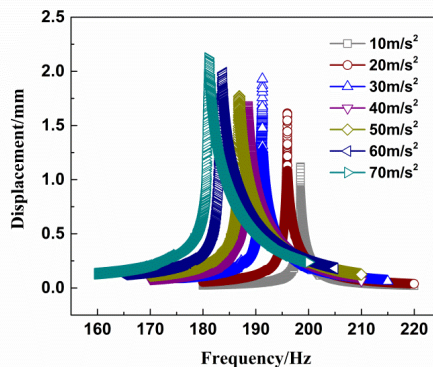


图 3.11 编织 CMC 梁幅频曲线(2 号)

根据欧拉-伯努利梁理论 (Euler-Bernoulli beam theory), 两根长度、厚度相同的悬臂梁应具有相同的固有频率。而在试验中, 1 号和 2 号的一阶固有频率却相差较大(>50 Hz), 同时具有更大宽度的 CMC 梁(2 号)在共振点具有更小的振幅。

上述现象是由两个原因导致的: 首先是铝制支座相对较小的刚度, 导致约束实质上不是固支而是弹性约束, 因此不同尺寸的梁虽然理论上频率一致, 但是考虑弹性约束, 则系统的固有频率产生了差异; 其次, 空气与试件之间的流固耦合效应, 宽的 CMC 梁其流固耦合更为显著, 从而影响了 CMC 梁的共振频率和振幅。

如图 3.12 所示为 1 号试件在加速度为 30m/s^2 下的三次递增/递减扫频幅频曲线。与第 2 章的单向 CMC 梁的振动试验类似, 在第一次扫频中, 递增扫频时 CMCs 的损伤导致 CMC 梁的真实一阶固有频率不断降低, 因此幅频曲线很“尖锐”。相似地, 递减扫频时, CMCs 的损伤导致梁的真实一阶固有频率不断降低, 因此幅频曲线在共振带比较“平缓”。经历过第 1 次扫频后, 第 2 次、第 3 次扫频的幅频曲线已经相当的接近, 由此可见在同一载荷下 CMCs 的损伤主要发生在第一次扫频中, 之后幅频曲线会趋向稳定。

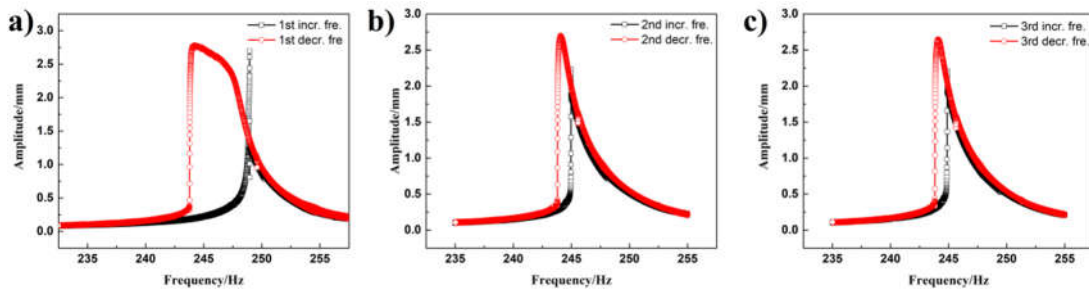


图 3.12 平纹编织 CMC 梁 3 次递增/递减扫频幅频曲线(30 m/s^2)

然而, 与第 2 章单向 CMC 梁振动试验结果不同的是: 在当幅频曲线稳定时, 一方面: 递增扫频的幅频曲线最高点比递减的小, 另一方面递增/递减幅频曲线的共振频率会存在差异, 且振动载荷越大, 相差越大。

如图 3.13 所示为载荷为 60 m/s^2 下的第 3 次递增/递减扫频幅频曲线, 其最大振幅分别为 2.32 和 3.49 mm , 对应的频率分别为 234.37 和 230.65 Hz 。此时幅频曲线时稳定的, 因此可以排除 CMCs 损伤的原因。本文推测为振动过程中的界面摩擦产生热量, 而 SiC 纤维/基体之间热膨胀性能的差异导致基体对纤维的压应力发生了降低, 从而减小了界面滑移的摩擦力, 间接地降低了 CMCs 的宏观模量, 并进一步降低了 CMC 梁的刚度, 最终导致了平纹编织 CMC 梁的递增/递减幅频曲线之间的差异。

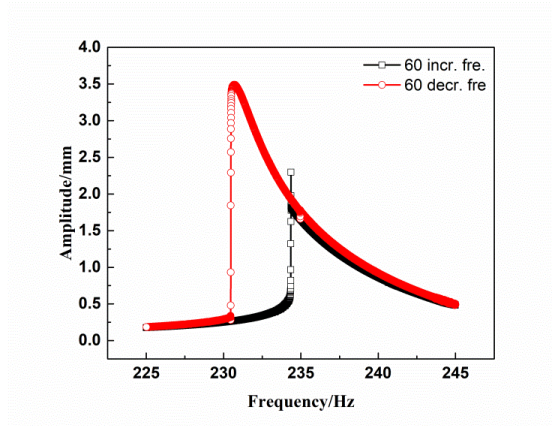


图 3.13 大载荷下的第 3 次递增/递减幅频曲线(60 m/s²)

3.4 平纹编织 CMCs 动力学响应计算

3.4.1 唯象本构模型

在 CMC 结构的动力学计算中，需要反复计算 CMCs 的应力应变状态，因此如果对平纹 CMC 结构的非线性动力学响应计算时，仍采用多尺度方法将是极为耗时甚至是无法求解的。

因此，在本章的平纹 CMC 结构的动力学仿真中，将采用宏观本构模型计算 CMCs 的应力应变响应。本文基于陈晶^[19]提出的唯象宏观本构模型，对编织 CMCs 的加卸载结果进行拟合。本文在 CMCs 宏观本构模型的拟合中忽略了试验中 CMCs 的初始变刚度行为，且由于目前编织 CMCs 的压缩时的裂纹闭合问题尚未十分明确，因此本文假定编织 CMCs 在应力小于 0 时，其模量即恢复为初始模量。

首先，对平纹编织 CMCs 的拉伸骨架曲线进行拟合。如式 3.1 所示，平纹编织 CMCs 的骨架曲线由四部分组成，分别为第一线性段、第一曲线段、第二曲线段以及第二线性段。若当前应变值 ε 大于历史最大应变 ε_{\max} 或 ε_{\max} 处于第一线性段，则此时平纹编织 CMCs 的应力应变关系(应力单位为：MPa)通过式 3.1 描述。

$$\sigma = \begin{cases} 164.15 \times 10^6 \cdot \varepsilon & \varepsilon \in (-\infty, 4.5 \times 10^{-4}) \\ -100 + 5.81 \times 10^5 \cdot \varepsilon - 5.12 \times 10^8 \cdot \varepsilon^2 + 1.58 \times 10^{11} \cdot \varepsilon^3 & \varepsilon \in [4.5 \times 10^{-4}, 1.1 \times 10^{-3}) \\ -105 + 3.00 \times 10^4 \cdot \varepsilon - 8.33 \times 10^6 \cdot \varepsilon^2 + 1.34 \times 10^9 \cdot \varepsilon^3 & \varepsilon \in [1.1 \times 10^{-3}, 3.6 \times 10^{-3}) \\ 95 + 2.03 \times 10^4 \cdot \varepsilon & \varepsilon \in [3.6 \times 10^{-3}, +\infty) \end{cases} \quad (3.1)$$

将试验获得相应的迟滞环，分别对各迟滞环的加载段、卸载段采用三次多项式进行拟合如式 3.2 所示。当 CMCs 的 ε_{\max} 大于线性极限、且当前应变 ε_t 小于 ε_{\max} 时，CMCs 的应力应变通过式 3.2 描述。

$$\begin{cases} \sigma_+ = a_1 + a_2 \cdot \varepsilon + a_3 \cdot \varepsilon^2 + a_4 \cdot \varepsilon^3 \\ \sigma_- = b_1 + b_2 \cdot \varepsilon + b_3 \cdot \varepsilon^2 + b_4 \cdot \varepsilon^3 \end{cases} \quad (3.2)$$

式中，下标“+”、“-”分别表示加载、卸载， a_1, a_2, a_3, a_4 为加载部分拟合曲线的多项式

系数, b_1, b_2, b_3, b_4 为卸载部分拟合曲线的多项式系数。

平纹 CMCs 的加卸载响应分为骨架曲线和迟滞回线两部分。本文假定 CMCs 的损伤由历史最大应变 ϵ_{max} 决定, 当 CMCs 当前应变值 ϵ_t 超过历史最大应变 ϵ_{max} 时, 则应力应变沿着骨架曲线继续增加。而 CMCs 当前应变值 ϵ_t 小于历史最大应变 ϵ_{max} 时, 则沿着迟滞环曲线加卸载。因此多项式系数 $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ 均为 ϵ_{max} 的函数。基于 CMCs 的加卸载试验结果, 获得了不同最大应变下的迟滞环应力应变响应, 不同 ϵ_{max} 对应的迟滞环如图 3.14 所示。

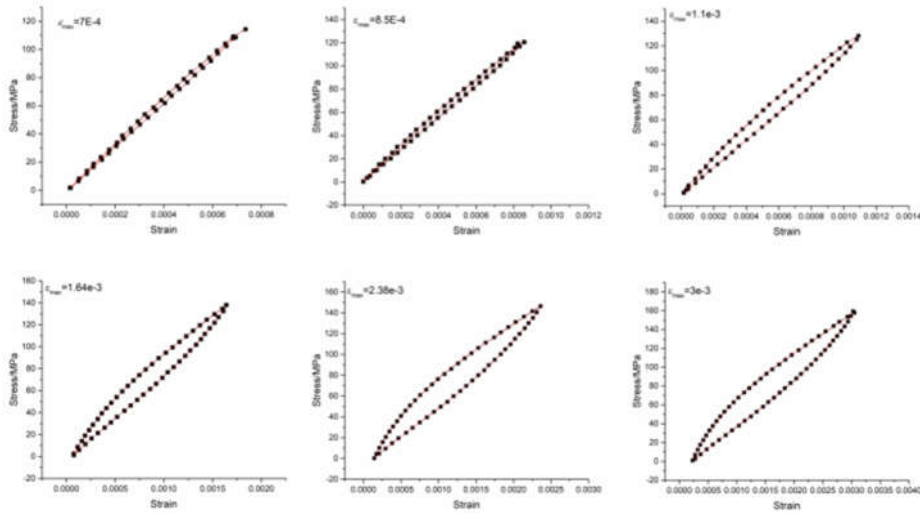


图 3.14 编织 CMCs 不同 ϵ_{max} 对应的迟滞环拟合

采用 3 次多项式对迟滞环进行拟合, 获得的迟滞环参数如表 3.2 所示:

表 3.2 迟滞环拟合结果

ϵ_{max}	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4
7.00×10^{-4}	-8.66×10^{-1}	1.71×10^5	9.86×10^5	-2.6×10^{10}	-1.14×10^0	1.61×10^5	-1.48×10^7	1.6×10^{10}
8.60×10^{-4}	7.57×10^1	1.67×10^5	-4.30×10^7	1.51×10^{10}	1.91×10^{-1}	1.44×10^5	-2.52×10^7	2.4×10^{10}
1.10×10^{-3}	-8.30×10^{-1}	1.61×10^5	-5.77×10^7	1.78×10^{10}	-1.59×10^0	1.20×10^5	-2.79×10^7	2.3×10^{10}
1.64×10^{-3}	-8.51×10^0	1.52×10^5	-6.95×10^7	1.92×10^{10}	-5.49×10^0	8.99×10^4	-2.70×10^7	1.5×10^{10}
2.36×10^{-3}	-1.57×10^1	1.33×10^5	-4.93×10^7	9.45×10^9	-8.35×10^0	6.36×10^4	-1.25×10^7	5.59×10^9
3.05×10^{-3}	-2.17×10^1	1.18×10^5	-3.60×10^7	5.50×10^9	-1.22×10^1	5.65×10^4	-1.80×10^7	3.49×10^9
3.62×10^{-3}	-2.74×10^1	1.06×10^5	-2.53×10^7	2.98×10^9	-1.69×10^1	5.49×10^4	-1.01×10^7	2.48×10^9
4.12×10^{-3}	-3.24×10^1	1.05×10^5	-2.45×10^7	2.82×10^9	-1.99×10^1	5.46×10^4	-9.96×10^6	2.01×10^9

将迟滞环按照 ϵ_{max} 从小到大编号为 $[\epsilon_{max,1}, \epsilon_{max,2} \cdots \epsilon_{max,i} \cdots \epsilon_{max,n}]$, 若当前最大应变属于 $\epsilon_{max,t} \in [\epsilon_{max,i}, \epsilon_{max,i+1}]$, 则当前迟滞环的拟合参数可插值成式 3.3 的形式。

$$a_{j,t} = \frac{\epsilon_{max,i+1} - \epsilon_{max,t}}{\epsilon_{max,i+1} - \epsilon_{max,i}} \cdot a_{j,i} + \frac{\epsilon_{max,t} - \epsilon_{max,i}}{\epsilon_{max,i+1} - \epsilon_{max,i}} \cdot a_{j,i+1} \quad (3.3)$$

式中, a 为迟滞环拟合多项式的系数, 下标 t 代表当前的迟滞环, 下标 j 代表第 j 个迟滞环。

当振幅先大后小时, 则需要在迟滞环内部插值, 假设当前应力应变状态在 P 点, 如图 3.15

所示，其位置为 $(\varepsilon_P, \sigma_P)$ ，下一应力应变状态点在 P' 点，A、B 分别代表迟滞环的上下顶点。

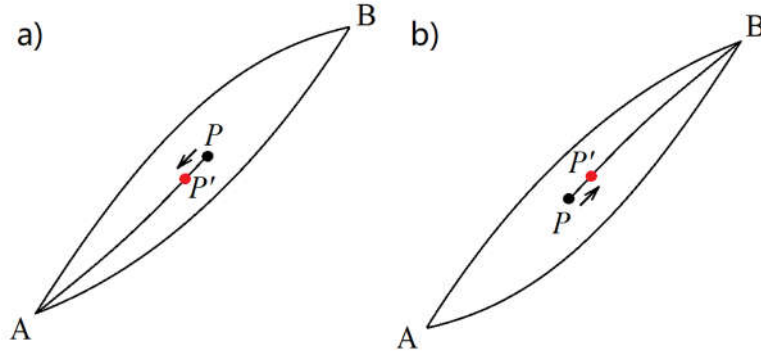


图 3.15 迟滞环内部加卸载：(a)卸载 (b)加载

则下一步的应力应变状态可通过式 3.4 表示。

$$\begin{cases} \sigma_{P'}^+ = \sigma_P + \frac{(\sigma_B - \sigma_P)(a_2^{\varepsilon_i} + 2a_3^{\varepsilon_i} \varepsilon_P + 3a_4^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^2)(\varepsilon_{P'} - \varepsilon_P)}{(\sigma_B - a_1^{\varepsilon_i} - a_2^{\varepsilon_i} \varepsilon_P - a_3^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^2 - a_4^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^3)} \\ \sigma_{P'}^- = \sigma_P + \frac{(\sigma_A - \sigma_P)(b_2^{\varepsilon_i} + 2b_3^{\varepsilon_i} \varepsilon_P + 3b_4^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^2)(\varepsilon_{P'} - \varepsilon_P)}{(\sigma_A - b_1^{\varepsilon_i} - b_2^{\varepsilon_i} \varepsilon_P - b_3^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^2 - b_4^{\varepsilon_i} \varepsilon_P^3)} \end{cases} \quad (3.4)$$

式中，“+”，“-” 分别代表加载和卸载。

当本构模型与试验具有相同的应变历程，其应力应变响应如图 3.16 所示。

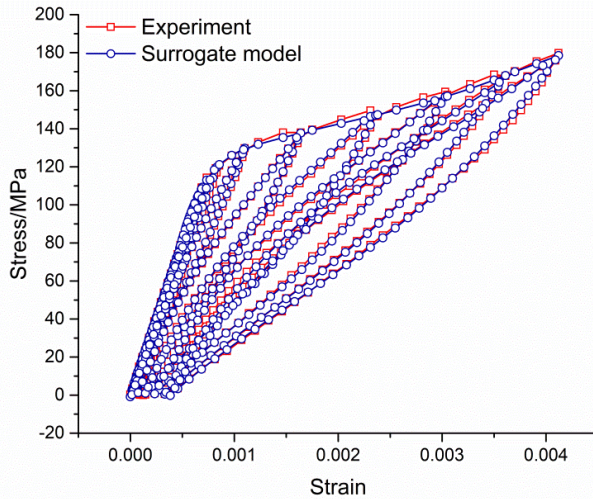


图 3.16 本构模型的应力应变响应

3.4.2 动力学计算及分析

编织 CMC 梁的非线性动力学计算方法与第 2 章的单向 CMC 梁的相同，有限元网格也与其一致，计算采用的模型几何尺寸为 $178.90 \times 10.15 \times 5.16$ mm。平纹 CMCs 的密度采用排水法测定，密度为 1604.80 kg/m³。动力学控制方程同式 2.19，采用有限元法对结构进行离

散，并采用中心差分法对平纹编织 CMC 梁动力学方程进行求解。

本文采用三维 20 结点六面体单元对编织 CMC 梁进行离散，厚度方向采用两层单元，长度方向 10 个单元，得到的 CMC 梁的有限元模型如图 3.17 所示。

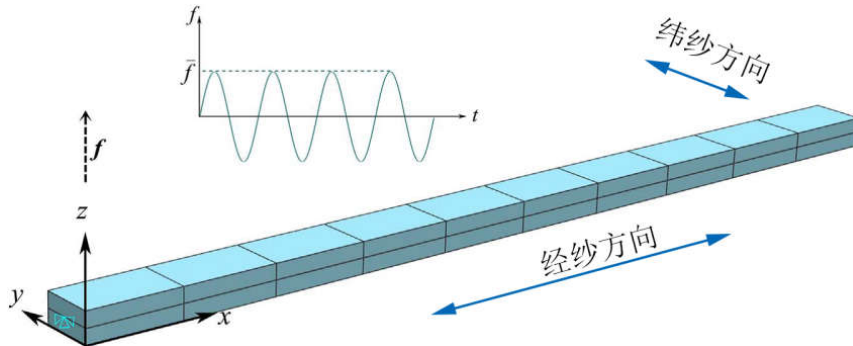


图 3.17 平纹编织 CMC 梁的有限元模型

在编织 CMC 梁上施加简谐载荷(30 m/s^2)，在编织 CMC 梁的根部施加固支约束，并施加全局简谐惯性力以激发 CMC 梁的振动。当载荷较小时，与单向 CMC 梁相似，振动响应呈拍振形式，如图 3.18 所示。此时 CMC 梁的振动是不稳定的，因为 CMCs 未发生损伤，系统没有阻尼项，所以简谐载荷时而对 CMC 梁做正功，时而做负功。因此，系统的机械能时大时小，故振幅时大时小，呈拍振状态。

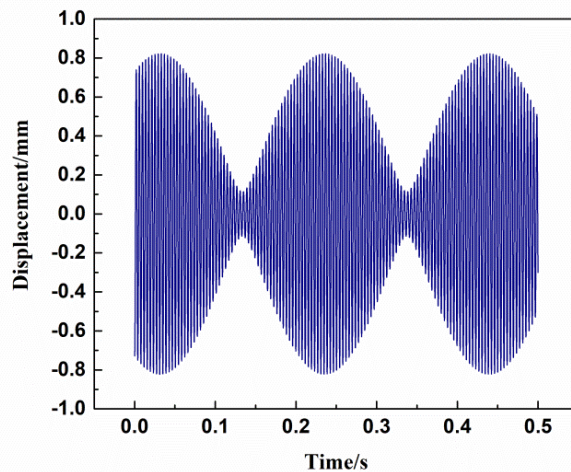


图 3.18 平纹编织 CMC 梁正弦载荷下的瞬态响应(30 m/s^2 , 254 Hz)

当载荷不变，随着频率的增加，由于接近 CMC 梁的共振点(未损伤情况下的一阶共振频率 $f = 260.98 \text{ Hz}$)，振幅随着频率的增加而增加。当 CMCs 的最大变形超过比例极限时，CMCs 即发生损伤。损伤后的 CMCs 由于加卸载下的迟滞行为，会为系统引入阻尼作用。如图 3.19 所示，此时 CMC 梁会由拍振趋向于等幅振动。

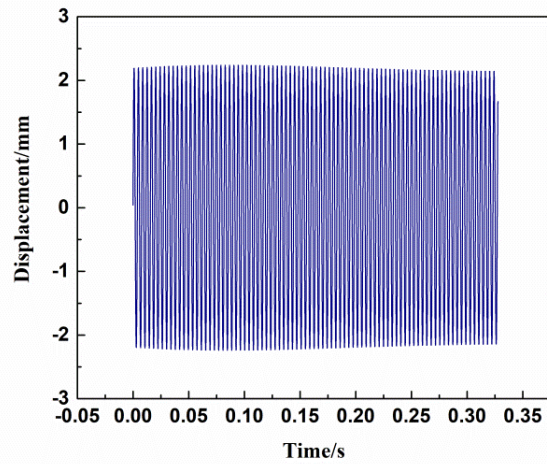


图 3.19 平纹编织 CMC 梁简谐载荷下的瞬态响应(30 m/s², 256 Hz)

通过给予平纹编织 CMC 梁递增/递减扫频的简谐载荷(30 m/s² 和 60 m/s²), 获得各个频率下平纹编织 CMC 梁端点的振幅, 则平纹编织 CMC 梁的幅频曲线如图 3.20 所示。当载荷为 30m/s² 且递增扫频时, CMC 梁的一阶固有频率的试验值为 248.94 Hz, 计算值为 259.05 Hz; 递减扫频时, CMC 梁的一阶固有频率的试验值为 244.26 Hz, 计算值为 258.59 Hz。当载荷增大到 60 m/s² 时且递增扫频时, CMC 梁的一阶固有频率的试验值为 236.65 Hz, 计算值为 252.29 Hz; 递减扫频时为 230.52 和 251.51 Hz。无论试验还是仿真结果, 递减扫频的共振频率均比递增扫频的大。无论递增还是递减扫频, 共振频率的仿真结果均比试验结果偏大, 这是铝制装夹结构降低了系统的固有频率导致的。此外, 共振点的振幅由于本构模型将压缩段均视作线性, 因此本构的迟滞引起的阻尼被低估, 从而导致共振点振幅的仿真结果比试验结果大。

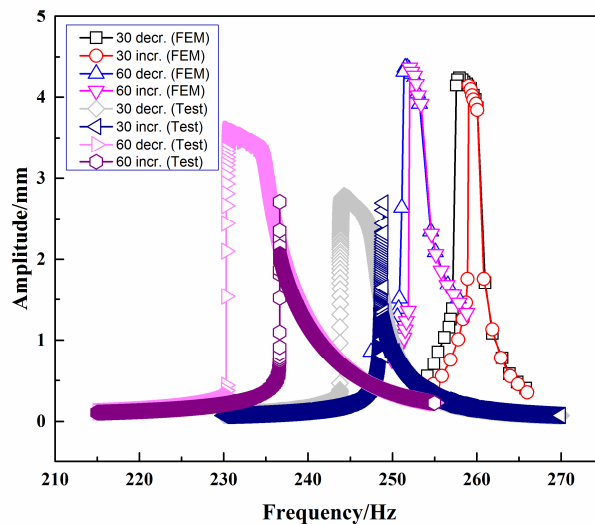


图 3.20 平纹编织 CMC 梁的递增/递减幅频曲线

3.5 本章小结

(1)进行了平纹编织 CMCs 的加卸载试验,发现平纹编织 CMCs 在加卸载情况下具有明显的变模量和迟滞现象。基于试验获得的应力应变响应,采用宏观唯象本构模型对 CMCs 在加卸载下的本构响应进行了模拟。

(2)开展了平纹编织 CMC 梁的振动试验,试验结果表明随着振动载荷的增加,平纹编织 CMC 梁的固有频率发生了降低。然而,CMC 梁的共振点振幅随着载荷的增加,先增加后减小,这是 CMCs 的迟滞行为导致结构变阻尼引起的。

(3)基于 CMCs 的加卸载唯象本构模型,结合显式动力学有限元法,对平纹编织 CMC 梁的振动进行了仿真,计算了 CMC 梁的时域响应和幅频曲线,并与试验结果进行了对比分析。

第4章 考虑流体作用的 CMC 结构响应计算方法研究

4.1 引言

CMC 结构在服役的过程中往往伴随着流体作用。对于 CMC 结构而言, 流体作用一方面会改变振动系统的动力学特性, 另一方面会直接激发 CMC 结构的振动。目前, 学界针对复合材料的 FSI 问题已有不少研究。然而 CMCs 由于其材料特性, 在应变很小的情况下即会发生非线性。通过前文的研究可知, CMCs 的变模量、迟滞行为会显著影响结构的动力学特性。因此, 本章内容旨在对 CMC 结构的流固耦合响应进行模拟, 并在计算中考虑 CMCs 的非线性本构行为。

本章采用弱耦合方式建立了 CMC 结构的流固耦合计算方法, 其中 CMC 结构的动力学仿真采用前文建立的 CMCs 非线性动力学响应计算方法进行求解, 采用商用软件 Fluent 作为流体域求解器, 建立了耦合面数据交换算法, 并将动力学计算程序和数据交换程序嵌入 Fluent 中, 最终实现了 CMC 结构的流固耦合仿真。基于该仿真方法, 对 CMC 平板叶片的流固耦合响应进行了求解, 并进一步研究了不同的流体参数对 CMC 结构的流固耦合响应的影响。

4.2 控制方程建立与求解

4.2.1 流体域求解

流体域通用输运方程^[58]如式 4.1 所示:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varphi \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \cdot \text{grad } \varphi) + S_{\varphi} \quad (4.1)$$

式中 φ 为通用变量, t 为时间, ρ 为密度, \mathbf{u} 为速度, Γ 为扩散系数, S_{φ} 为源项。

如表 4.1 所示, 当 φ, Γ 和 S_{φ} 分别取不同表达式即可得到连续方程、动量方程。

表 4.1 输运方程

Equations	φ	Γ	S_{φ}
Continuous equation	1	0	0
Momentum equation(x)	u	μ	$-\partial p / \partial x + S_{Mx}$
Momentum equation(y)	v	μ	$-\partial p / \partial y + S_{My}$
Momentum equation(z)	w	μ	$-\partial p / \partial z + S_{Mz}$

有限体积法 (finite volume method, 简称 FVM) 的基本思想是将求解域在空间上离散成多个控制体单元, 将控制方程在控制体积内进行积分, 并运用差分格式, 将偏微分方程组转化为代数方程组进行求解。FVM 具有明确的物理意义, 即控制体积内的通量守恒, 因此 FVM 在 CFD 领域获得广泛应用, 目前的主流商用 CFD 软件如 FLUENT, CFX 等都是基于 FVM

进行求解。

在 FVM 差分中, 本文对流项采用具有输运性的二阶上风格式, 扩散项采用中央差分格式; 湍流模型采用标准 $k-\varepsilon$ 模型; 压力速度耦合采用 Patankar 和 Spalding^[60]提出的半隐式压力耦合方程 (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, 简称 SIMPLE) 进行求解; 流体采用 FLUENT 中的空气模型。

4.2.2 固体域求解

固体域采用前述非线性动力学方程描述, 如式 4.2 所示。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} = \mathbf{K} - \mathbf{Q} \quad (4.2)$$

式中 \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} , \mathbf{Q} 通过有限元法计算。

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{M} = \sum_e \int_{\Omega^e} \rho \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV, \\ \mathbf{C} = \sum_e \int_{\Omega^e} c \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{N}^e \mathbf{G}^e dV, \\ \mathbf{K} = \sum_e \int_{\Omega^e} \mathbf{G}^{eT} \mathbf{B}^{eT} \boldsymbol{\sigma}^e dV, \\ \mathbf{Q} = \sum_e \int_{\Gamma^e} \mathbf{G}^{eT} \mathbf{N}^{eT} \mathbf{q}^e dS \end{array} \right. \quad (4.3)$$

为反映 CMCs 的加卸载迟滞、变刚度特性, 采用多尺度方法计算材料的宏观力学性能, 细观本构模型采用 shear-lag 模型。动力学响应的计算, 考虑到材料的非线性, 仍采用中心差分法求解。

4.2.3 流固耦合计算

本文采用商用软件 FLUENT 计算流体域的瞬态响应, 将 CMCs 动力学求解和数据交换算法采用 C 语言写入用户自定义函数 UDF 文件中, 在流体域瞬态计算过程中调用 UDF, 以达到计算流固耦合的目的。由于在流固耦合计算中, 耦合面在不断运动, 本文利用 FLUENT 的 DEFINE_GRID_MOTION 宏, 对流体网格结点的运动进行指定, 并将固体域的动力学计算过程嵌入其中。

需要指出的是, 由于中心差分法求解动力学响应是条件稳定的, 求解的稳定性对网格尺寸很敏感。而平板结构厚度方向较薄, 因此步长可能小到 10^{-8} s 的量级, 这比流体域求解要求的步长小得多。如果每一次流体求解, 中心差分法只计算一步, 将是极为耗时的, 因此如本文每次耦合计算, 流体域计算 1 步, 固体域计算 n 步, 总步长一致。

在各个耦合步之间, CMCs 动力学计算需要传值, 包括上一耦合步的时间、位移、应变历程等。在编写 UDF 文件时, 将所需传递的变量定义成全局变量, 存储在内存中方便各个耦合步之间的数据传递。

为提高 FSI 仿真的稳定性和精度, 广义交错方法 (generalized serial staggered procedure,

GSS)被应用于 FSI 的时间推进, GSS 计算流程如图 4.1 所示。在每次 FSI 迭代中:

第一步, 预测结构下一时刻的位置 ${}^{n+1/2}\mathbf{a}_p$;

$${}^{n+1/2}\mathbf{a}_p = {}^n\mathbf{a} + \frac{7}{8} \cdot {}^{n-1/2}\mathbf{a} \cdot \Delta t_{FSI} - \frac{3}{8} \cdot {}^{n-3/8}\mathbf{a} \cdot \Delta t_{FSI} \quad (4.4)$$

第二步, 根据预测的下一时刻的结构位置更新流体网格 ${}^{n-1/2}\mathbf{x}$;

第三步, 进行流体域非定常 CFD 计算, 并计算修正后的结构载荷;

$${}^n\mathbf{Q}_F^C = \frac{1}{2} ({}^{n-1/2}\mathbf{Q}_F + {}^{n+1/2}\mathbf{Q}_F) \quad (4.5)$$

第四步, 计算结构动力学响应。

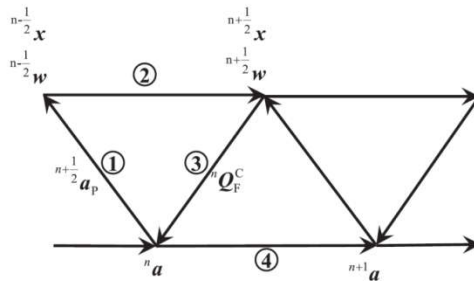


图 4.1 CMC 结构 FSI 求解流程

4.3 数据交换

4.3.1 载荷插值

FSI 交错求解需要将 CFD 计算结果作为 CSD 计算的输入载荷。由于流体网格比有限元网格密得多, 需要向有限元单元结点插值得到有限元模型的载荷阵列。

有限元单元在受到面载荷时, 需要对面上的流体载荷进行面积分, 如图 4.2 所示是参数坐标 s 为常数的六面体单元示意图。

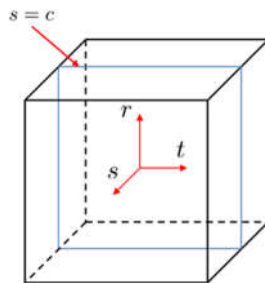


图 4.2 有限元单元面积分示意图

则在该面上的某点的微元面积 dA 可表示为:

$$\begin{aligned}
 dA &= |\mathbf{dt} \times \mathbf{dr}|_{s=c} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{\partial z}{\partial r} - \frac{\partial y}{\partial r} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t} \cdot \frac{\partial x}{\partial r} - \frac{\partial z}{\partial r} \cdot \frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial t} \cdot \frac{\partial y}{\partial r} - \frac{\partial x}{\partial r} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}\right)^2} dt dr \quad (4.6) \\
 &= A dt dr
 \end{aligned}$$

若 $s=1$ 或 $s=-1$ 是 FSI 的耦合面，该面上的流体压力为 $\mathbf{p}(t,r)$ ，则当前微元的载荷为：

$$d\mathbf{F}_f = \mathbf{p}(t,r)dA = \mathbf{p}(t,r)A dt dr \quad (4.7)$$

则作用于该有限元单元等效结点载荷为：

$$\mathbf{F}_i^e = \int N_i \cdot \mathbf{p}(t,r)dA = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 N_i \cdot \mathbf{p}(t,r)A dt dr \quad (4.8)$$

同理 $t=\pm 1$ 和 $r=\pm 1$ 时的等效结点载荷可以通过轮换 s, t, r 获得。考虑到流体网格比固体有限元网格密得多，本文采用 6×6 的高斯积分，积分点坐标 s_i 和权系数 H_i 如表 4.2 所示：

表 4.2 积分点坐标及其权系数

s_i	H_i
$\pm 0.932\ 469\ 514\ 203\ 152$	$0.171\ 324\ 492\ 379\ 170$
$\pm 0.661\ 209\ 386\ 466\ 265$	$0.360\ 761\ 573\ 048\ 139$
$\pm 0.238\ 619\ 186\ 083\ 197$	$0.467\ 913\ 934\ 572\ 691$

则有限元单元等效结点载荷可通过高斯积分计算：

$$\mathbf{F}_i^e = \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 N_i \cdot \mathbf{p}(t,r) \cdot A \cdot H_m H_n \quad (4.9)$$

在高斯积分中，需要确定当前高斯积分点的流体压力值 $\mathbf{p}(s, t, r)$ ，此时需要通过 CFD 计算结果插值，通过高斯积分点的参数坐标 (s, t, r) 和 solid186 单元的 20 个结点坐标，可计算当前高斯积分点的全局坐标：

$$\begin{Bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{20} N_i \cdot \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

在 FLUENT 中，如图 4.3 所示，数据可分为 Cell、Face、Edge 和 Node 四种类型，分别代表单元、面、边和结点数据，可通过 UDF 中的数据访问宏获得所需的数据。

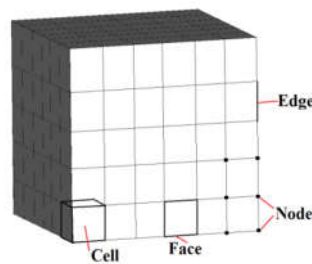


图 4.3 Fluent 数据类型示意图

流体载荷插值的示意图如图 4.4 所示。本文采用 Fluent 用户自定义宏中的 F_CENTROID

读取耦合面的所有 face 的面心坐标；采用 F_AREA 读取当前 Face 的面积向量，进而计算法向量；通过 F_P 读取当前 Face 的压力值。上述单元面数据的访问宏在 UDF 文件中通过 begin_f_loop 和 end_f_loop 指令在流固耦合面上进行面循环，即可获得整个 FSI 耦合面上所需的数据。

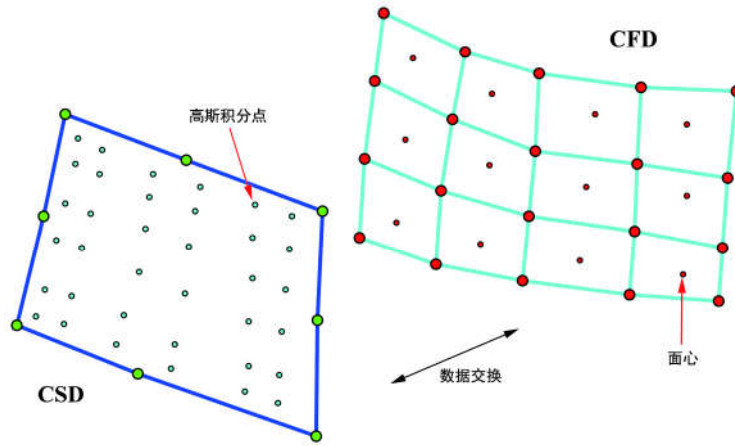


图 4.4 载荷映射示意图

需要找出距离当前高斯积分点最近的多个 face，基于这几个 face 的压力，插值得到当前高斯积分点的压力值。首先采用桶式搜索快速找到潜在的流体单元，即基于当前高斯积分点的全局坐标，建立一个立方体(桶单元)，如图 4.5 所示。然而，桶单元内的 CFD 数据却不一定能用来插值，因为桶单元内的流体面心可能是结构“棱边”的另一侧，因此还需满足：

$$\theta = \arccos(\vec{f}_s \cdot \vec{f}_f) < 5^\circ \quad (4.11)$$

式中， \vec{f}_s 和 \vec{f}_f 分别固体单元耦合面和流体单元耦合面的单位法向量（本文规定固体域指向单元外部、流体域指向单元内部为正）， θ 表示两法向量的夹角。不满足式 4.8 的流体 Face 面心将被舍弃。最终找到距离当前高斯积分点距离最近、且和固体面法向量近似同向的 3 个流体 Face，若经过筛选未找到 3 个，则将前述桶单元的尺寸适当扩大，直至找到 3 个。

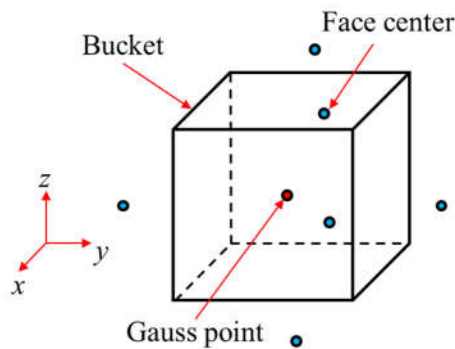


图 4.5 桶搜索示意图

如图 4.6 所示，A, B, C 为搜索到的 3 个流体网格的面心。一般情况下，高斯积分点落在三角形内部，即 P₁ 位置处。特殊情况下，落在三角形外部，即 P₂ 处，这种情况一般出现

在有限元模型的“棱角”处，且高斯积分点的分布比流体结点密集。

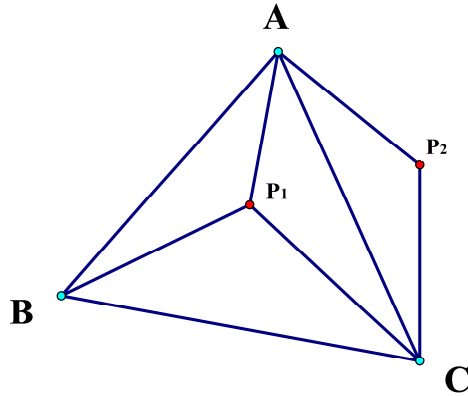


图 4.6 流体面心位置示意图

当高斯积分点落于三个流体面心构成的三角形内部时，可采用面积坐标插值，即：

$$\mathbf{p}(s, t, r) = \sum_{i=1}^3 N_i \cdot p_{fi} \cdot \overline{f}_f \quad (4.12)$$

当高斯积分点落于三个流体面心构成的三角形外部时，则取两个最近的流体面心，则当前高斯积分点的压力为：

$$\mathbf{p}(s, t, r) = \sum_{i=1}^2 N_i \cdot p_{fi} \cdot \overline{f}_f \quad (4.13)$$

式中形函数表达式：

$$\begin{cases} N_1 = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \\ N_2 = \frac{L_1}{L_1 + L_2} \end{cases} \quad (4.14)$$

式中， L_1 和 L_2 分别表示当前高斯积分点距离第一、二个流体面心的距离。

当高斯积分点的压力 $\mathbf{p}(s, t, r)$ 求得后，结构的流体载荷即可通过式 4.6 求得。

4.3.2 位移插值

位移插值由固体结点的位移向量向流体结点进行映射。本文基于 Farhat 等^[59]提出的位移插值方法，首先将流体节点向与之接触的结构有限元网格进行投影，以建立流体节点与结构节点之间的匹配关系，本文以 CMC 平板的上表面为例进行说明，投影面如图 4.7 所示。

首先需要建立流体结点与固体单元的匹配关系，本文将匹配关系归纳为三种。第一类：流体结点位于某个有限元单元的面附近，此时该流体结点与此面匹配；第二类：流体结点位于某个有限元单元的边附近，此时该流体结点与此边匹配；第三类：流体结点位于某个有限元单元的结点附近，此时该流体结点与此结点匹配。然而，实际上这三种匹配类型往往会有

重合的情况，因此需要设定匹配关系的优先级以及匹配准则。

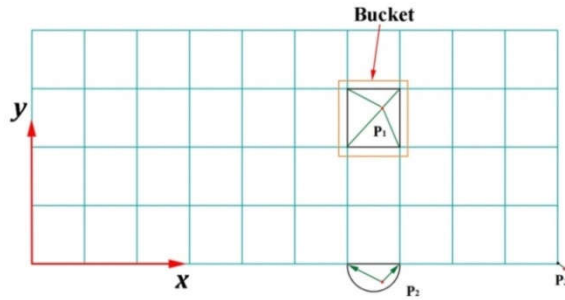


图 4.7 投影面(上表面)

本文将第一类点设定为最高优先级，即只要该流体结点与有限元单元满足第一类匹配条件(无论是否满足第二、三类匹配条件)，则该流体结点与结构的关系属于第一类匹配关系。同理，本文将第二、三类匹配关系设定为第二、第三优先级。

第一类匹配关系，即流体结点处于某个有限元单元的面上。在数值计算中，流体网格结点的坐标往往不严格位于有限元单元的表面上，尤其是 CFD/CSD 计算中。本文取流体网格结点和有限元单元的(x, y)坐标(实质上是向 xy 平面投影)。第一类匹配关系如图 4.7 的 P₁ 点所示。在进行匹配关系确认之前，需要快速搜索该流体结点大致处于某个面内。

本文采用桶式搜索法寻找流体结点 P 可能所在的单元面。如图 4.8 所示，方框即为桶式搜索的某个桶单元。取有限元单元四个角结点的最小、最大坐标作为桶单元的边界，即：

$$\begin{cases} x_{min} < x < x_{max} \\ y_{min} < y < y_{max} \end{cases} \quad (4.15)$$

采用上式运算量小，可快速搜索到流体结点附近的有限元单元。

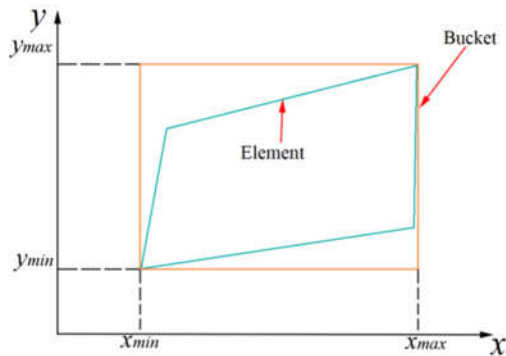


图 4.8 位移映射桶搜索

但是流体结点可能在多个有限元单元的桶单元内，因此还需要匹配准则确认该流体结点对应的单元。如图 4.9 所示，理论上如果一个点位于四边形内部，应有：

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle APB} + S_{\triangle BPC} + S_{\triangle CPD} + S_{\triangle DPA} \quad (4.16)$$

式中，S 表示面积。构成的三角形的面积可通过式 4.14(海伦公式)计算。

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{[(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)]} \quad (4.17)$$

式中, a, b, c 为三角形的边长。

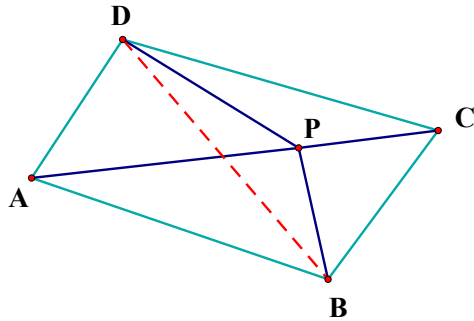


图 4.9 流体结点与有限元单元位置关系示意图

然而在数值计算中, 式 4.17 是无法被精确满足的, 因此本文采用判定点落于四边形内部的充要条件, 即流体结点与四边形的四条边所组成的四个三角形中, 任意三个的面积和小于四边形总面积, 写成表达式:

$$\begin{cases} S_{\Delta BPC} + S_{\Delta CPD} + S_{\Delta DPA} < S_{ABCD} \\ S_{\Delta APB} + S_{\Delta CPD} + S_{\Delta DPA} < S_{ABCD} \\ S_{\Delta APB} + S_{\Delta BPC} + S_{\Delta DPA} < S_{ABCD} \\ S_{\Delta APB} + S_{\Delta BPC} + S_{\Delta CPD} < S_{ABCD} \end{cases} \quad (4.18)$$

第二类匹配关系, 即流体结点位于某个有限元单元的边附近。由于第一类匹配关系把面内的点都已确定, 剩余的点都位于固体模型的“棱角”附近。由于棱角的线单元相较于第一类匹配关系中的面单元, 数量已大大减少, 本文采用采用强力搜索, 即逐个边运用匹配准则。如图 4.10 所示, P_1 为流体结点, 边 AB 为与其匹配的线单元。匹配准则为:

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} < 0 \quad (4.19)$$

满足上述匹配准则的点实质上是位于以边为直径的半圆内, 图 4.10 中流体结点 P_1 和 P_2 匹配有限元单元的边 AB 和 BC。然而 P_3 却不能和任何边相匹配, 此时需要引入第三类匹配关系。

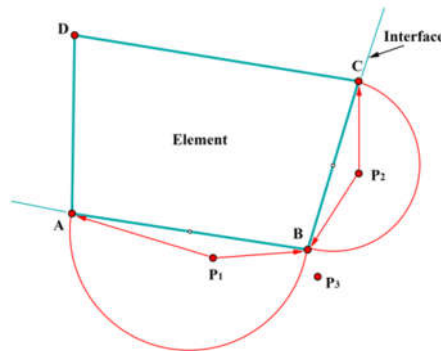


图 4.10 第二类匹配关系

第三类匹配关系，即流体结点与有限元结点相对应。经过第一类、第二类匹配关系的筛选，剩余的流体结点已经很少，此时仍采用强力搜索匹配流体结点与有限元结点的关系。有限元结点的搜索范围缩小到棱角处的结点。假设棱角处的有限元结点有 n 个，则第 j 个流体结点的匹配准则为：

$$L_{P_f P_s^j} < L_{P_f P_s^i} \quad (i=1, 2 \dots n, i \neq j) \quad (4.20)$$

式中 L 表示距离， P_f 和 P_s 分别表示流体、有限元结点。在实际计算中，为减少运算量，仅需要找到最小的 $|\Delta x| + |\Delta y|$ 即可。

综上，三类匹配关系的确认过程，可表示为图 4.11 所示的流程图：

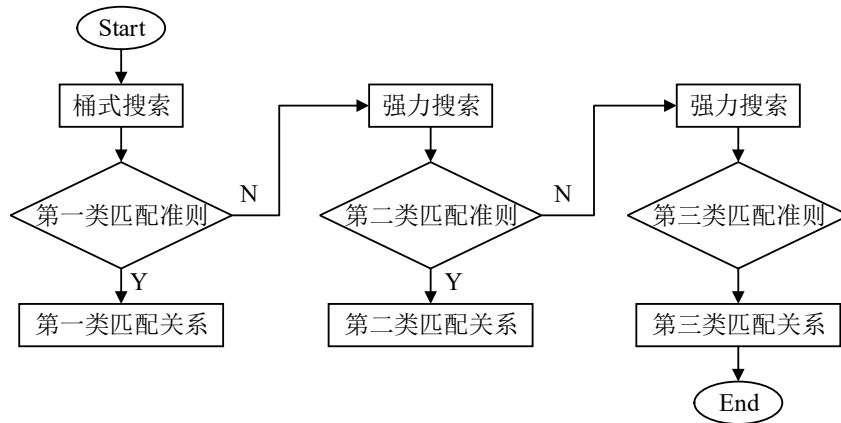


图 4.11 三类匹配关系确认流程

在完成匹配后，即可开始位移的插值。

(1) 第一类匹配关系插值

采用等参数插值，表达式如下：

$$\mathbf{u}_f = \sum_{i=1}^4 N_i \cdot \mathbf{u}_s^i \quad (4.21)$$

式中， \mathbf{u} 表示位移， N_i 表示第 i 个结点对应的形函数。形函数的表达式为：

$$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{4}(1-\varepsilon)(1-\eta) \\ N_2 = \frac{1}{4}(1+\varepsilon)(1-\eta) \\ N_3 = \frac{1}{4}(1+\varepsilon)(1+\eta) \\ N_4 = \frac{1}{4}(1-\varepsilon)(1+\eta) \end{cases} \quad (4.22)$$

式中， (ε, η) 为参数坐标。在插值计算，流体结点和有限元结点的坐标值都是已知的，因此需要通过已知的坐标值，计算流体结点在面单元的参数坐标，此变换是等参变换的逆过程，

称为等参逆变换^[61] (Inver Isoparametric Mapping, 简称 IIM)。假设已知 P_f 点坐标为 (x_p, y_p) , 有限元 4 个结点坐标 (x_i, y_i) , 需要通过 IIM 计算参数坐标 (ε_p, η_p) 。

流体结点坐标通过等参插值可表示为:

$$\begin{Bmatrix} x_p \\ y_p \end{Bmatrix} = \left(\sum_{i=1}^4 N_i \cdot x_s^i, \sum_{i=1}^4 N_i \cdot y_s^i \right)^T \quad (4.23)$$

将式 4.23 带入式 4.21 中, 可得:

$$\begin{Bmatrix} x_p \\ y_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_0 + X_1 \cdot \varepsilon_p + X_2 \cdot \eta_p + X_3 \cdot \varepsilon_p \eta_p \\ Y_0 + Y_1 \cdot \varepsilon_p + Y_2 \cdot \eta_p + Y_3 \cdot \varepsilon_p \eta_p \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

其中:

$$\begin{cases} X_0 = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) & Y_0 = \frac{1}{4}(y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \\ X_1 = \frac{1}{4}(-x_1 + x_2 + x_3 - x_4) & Y_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 + y_3 - y_4) \\ X_2 = \frac{1}{4}(-x_1 - x_2 + x_3 + x_4) & Y_2 = \frac{1}{4}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4) \\ X_3 = \frac{1}{4}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4) & Y_3 = \frac{1}{4}(y_1 - y_2 + y_3 - y_4) \end{cases} \quad (4.25)$$

式 4.24 是一个以 ε_p, η_p 为未知量的二元二次非线性方程组。本文采用牛顿迭代法计算流体结点的参数坐标。上述二元二次非线性方程组的 Jacobi 矩阵为:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_p}{\partial \varepsilon_p} & \frac{\partial x_p}{\partial \eta_p} \\ \frac{\partial y_p}{\partial \varepsilon_p} & \frac{\partial y_p}{\partial \eta_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 + X_3 \cdot \eta_p & X_2 + X_3 \cdot \varepsilon_p \\ Y_1 + Y_3 \cdot \eta_p & Y_2 + Y_3 \cdot \varepsilon_p \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

在牛顿迭代法中, 需要首先给出参数坐标 ε_p, η_p 的预测值 $\varepsilon_r^1, \eta_r^1$, 本文将初始值设置为 $\varepsilon_r^1 = \eta_r^1 = 0$, 则残差可表示为:

$$\mathbf{R} = \begin{Bmatrix} x_r^1 - x_p \\ y_r^1 - y_p \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

当 $\|\mathbf{R}\|$ 大于某个阈值 δ 时, 则需要重新给一个新的预测值, 表达式为:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_r^{i+1} \\ \eta_r^{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^i \\ \eta_r^i \end{Bmatrix} - \mathbf{J}_i^{-1} \mathbf{R}_i \quad (4.28)$$

式中, i 表示第 i 次迭代。一直到 $\|\mathbf{R}\| \leq \delta$ (本文中 $\delta=0.0001$) 迭代终止。

牛顿迭代法计算参数坐标的流程图如图 4.12 所示:

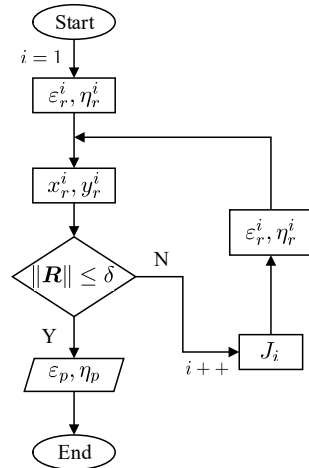


图 4.12 牛顿迭代法计算参数坐标流程图

当流体结点的参数坐标 (ε_p, η_p) 确定后，即可采用等参插值计算流体结点的位移：

$$\begin{Bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^4 N_i \cdot u_s^i \\ \sum_{i=1}^4 N_i \cdot v_s^i \\ \sum_{i=1}^4 N_i \cdot w_s^i \end{Bmatrix} \quad (4.29)$$

(2) 第二类匹配关系插值

此时流体结点 P_f 与有限元单元的边 AB 匹配，则流体结点的位移可表示为：

$$\begin{Bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^2 N_i \cdot u_s^i \\ \sum_{i=1}^2 N_i \cdot v_s^i \\ \sum_{i=1}^2 N_i \cdot w_s^i \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

其中：

$$\begin{cases} N_1 = \frac{L_{P_f B}}{L_{P_f A} + L_{P_f B}} \\ N_2 = \frac{L_{P_f A}}{L_{P_f A} + L_{P_f B}} \end{cases} \quad (4.31)$$

式中， $L_{P_f A}, L_{P_f B}$ 分别表示 P_f 与有限元结点 A, B 的距离。

(3) 第三类匹配关系插值

此时流体结点 P_f 与有限元单元的结点 P_s 匹配，则流体结点的位移可表示为：

$$\begin{Bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_s \\ v_s \\ w_s \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

4.4 CMCs 平板叶片流固耦合响应计算

4.4.1 计算模型

CMC 平板叶片的有限元模型如图 4.13 所示, x, y, z 方向的尺寸分别为 $90 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$, 在 CMC 叶片的根部施加固支约束。

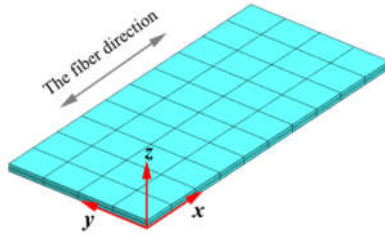


图 4.13 CMC 板 FEM 模型

流体域网格模型图 4.14 所示, 流体域的尺寸在 x, y, z 方向分别为 $0.2 \text{ mm} \times 0.14 \text{ mm} \times 0.1 \text{ mm}$ 。流体域边界分为 Top, Bottom, Wall 和 CMC blade 四部分。

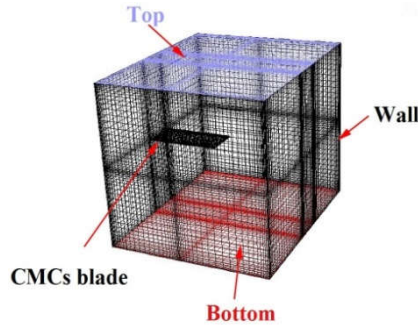


图 4.14 流体域边界

流体域网格划分如图 4.15 所示。

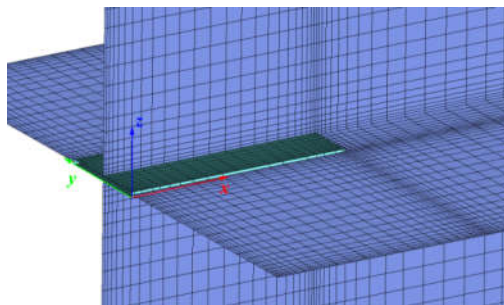


图 4.15 流体域网格

4.4.2 弹性算例

(1) 自由振动

为激发 CMC 平板的自由振动，在 CMC 平板叶片上施加加速度为 3000 m/s^2 ，持续时间为 0.001 s 的脉冲激励。流体模型为 FLUENT 中的空气模型，边界均设置为无滑移的 Wall 边界。CMC 平板叶片的弹性参数取前述单向 CMCs 的模量。流固耦合计算的步长为 $2 \times 10^{-5} \text{ s}$ ，中心差分法的步长为 $2 \times 10^{-8} \text{ s}$ ，每个耦合步内中心差分法计算 1000 步。当 CMC 平板叶片为线弹性时，真空和不同密度流体中的叶片顶端的位移响应如图 4.16 所示。

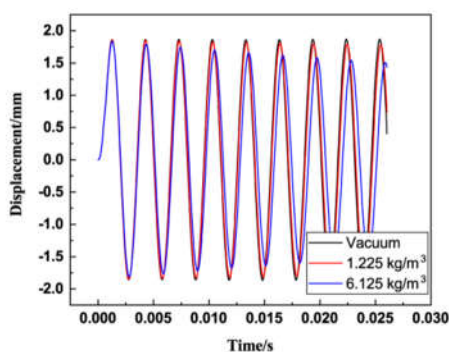


图 4.16 真空/FSI 动力学响应对比(弹性算例)

从图中可知，CMC 平板叶片在受到脉冲激励后随即开始自由振动。当不考虑流固耦合时，由于没有阻尼，系统没有能量耗散，因此叶片的振动响应为等幅振动。当考虑流固耦合后，一方面，CMC 平板的振幅随时间发生了衰减，且随着流体密度的增加衰减得更快。另一方面，随着流体密度的增加，CMC 平板的自由振动频率也发生了减小，这是流体为振动系统引入附加质量导致的。

(2) 风致振动

将流场边界中的 Bottom 边界设置为流速入口，将 Top 边界设置为出口。流体的密度和粘度分别为 1.225 kg/m^3 和 $1.7894 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 。将流速边界分别设置为 10, 20 和 30 m/s，计算 CMC 平板叶片的风致振动响应。如图 4.17 所示为叶片表面压力分布，图 4.18 为流场压力分布。

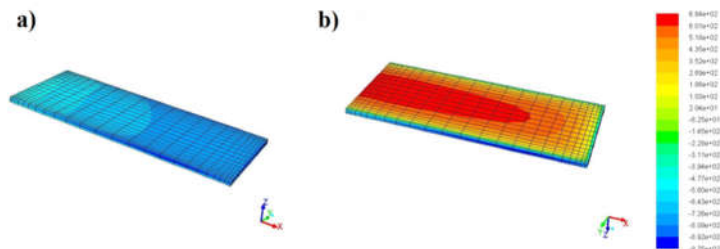


图 4.17 (a)被风面压力分布 (b)迎风面压力分布

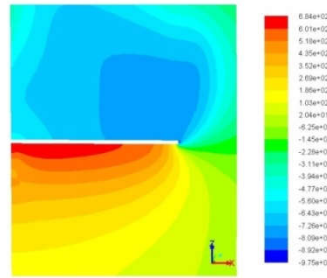


图 4.18 流场压力分布

如图 4.19 为不同进口流速下的风致振动位移响应，可见风致振动的频率也近似为平板的一阶固有频率。随着流速的增加，CMC 叶片的位移也相应地增大。由于流体的阻尼作用，位移最终趋向于稳定，最终的稳定值近似与风速的平方成正比。

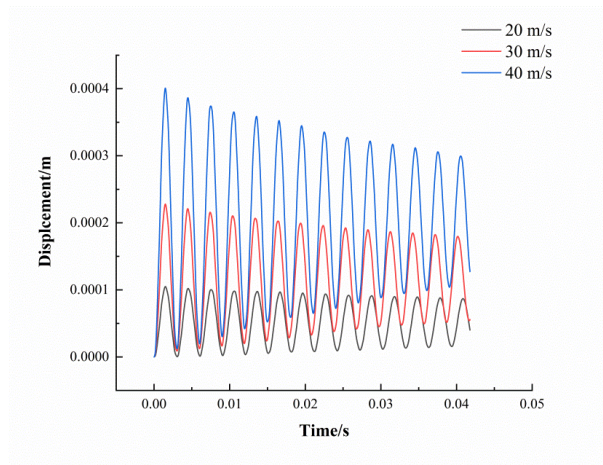


图 4.19 不同流速下的流固耦合响应

4.4.3 非线性算例

在 CMC 平板叶片上施加加速度为 1000, 2000 和 3000 m/s^2 ，持续时间为 0.001 s 的脉冲激励载荷。考虑到 CMCs 的损伤，本算例中的 CMCs 本构模型采用前述单向 CMCs 的 shear-lag 模型，细观参数如表 4.3 所示。

表 4.3 用于 FSI 仿真本构模型的细观参数

Item	Value	Item	Value
E_f / GPa	133	E_m /GPa	120
ν_f	0.2	ν_m	0.8
$\alpha_f / \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	-0.38	$\alpha_m / \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	2.8
τ_i /MPa	50	$r_f / \mu\text{m}$	6
L_{sat} /mm	1	$\Delta T / ^\circ\text{C}$	-1000
σ_{mR} /MPa	140	m	2

本文首先对真空中的 CMC 平板自由振动响应进行了仿真, 计算结果如图 4.20 所示。从图中可知, 由于受到脉冲激励, CMC 平板开始振动。由于控制方程中没有阻尼项, 但 CMC 平板的振动幅值仍然发生了衰减, 因此可以推断 CMCs 发生了损伤并为系统引入了阻尼。如果材料未损伤, 系统的固有频率应为 329.04 Hz (基于欧拉-伯努利梁理论), 模态分析结果为 332.35 Hz。然而, 通过自由振动响应算得的频率为 332.66, 329.80 和 325.27 Hz。可见 CMC 梁的自振频率与模态分析结果接近。且随着载荷的增加, 频率也相应降低。可推断 CMCs 的损伤降低了结构刚度从而降低的系统的频率。

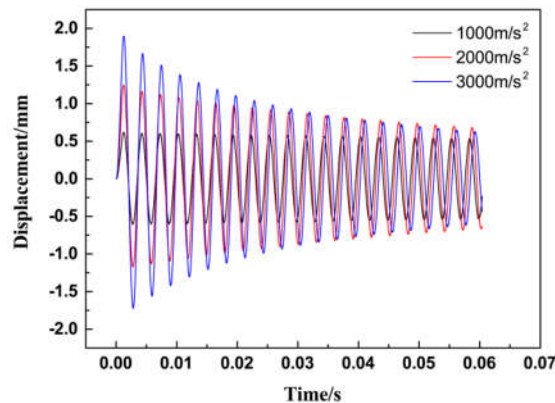


图 4.20 考虑材料损伤的自由振动响应

为了验证前述的推断, 将靠近 CMC 梁根部下表面的高斯积分点在振动过程中的应力应变历史提取, 如图 4.21 所示。从图中的应力应变响应, 可以发现振动过程中 CMCs 存在着明显的非线性和迟滞现象, 且随着载荷的增加越明显。因此, 一方面 CMCs 损伤引起的模量降低导致了系统频率的下降, 另一方面 CMCs 的迟滞行为为系统引入的阻尼效应, 从而系统的振幅逐渐降低。

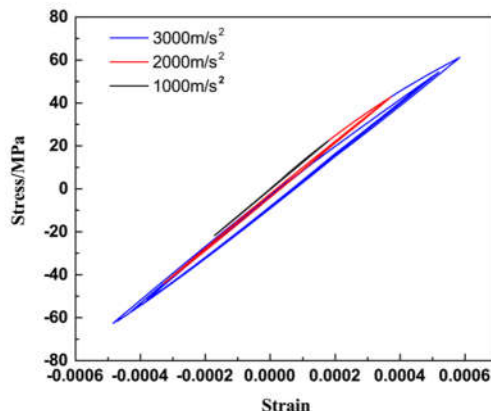


图 4.21 振动过程中 CMCs 的应力应变响应

在外激励大小为 3000 m/s^2 , 持续时间为 0.001 s 的脉冲激励下, 流体密度设置为 1.254

kg/m^3 , 流体粘度设置为 $1.7894 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 振动响应如图 4.22 所示。在初始位置为(66.83 mm, 20.00 mm, 0.00 mm)的流体网格的压力设置为监测值, 则该网格毗邻 CMC 梁的面心处的压力随时间的变化如图 4.23 所示。由于流体的阻碍作用, CMC 平板的最大位移比真空中的小, 因此其损伤程度也更小, 因此其自然频率也更高。在此算例中, 流体介质分担了脉冲载荷, 抑制了 CMCs 的进一步损伤。

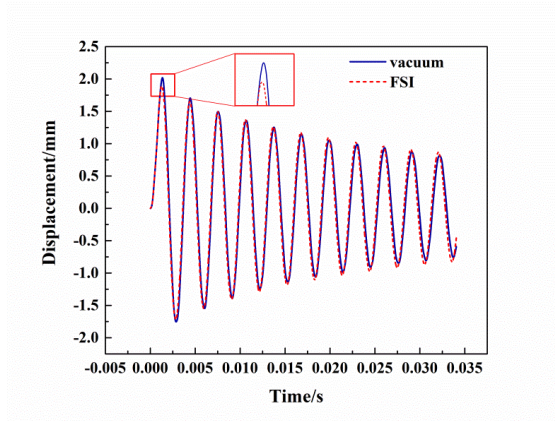


图 4.22 脉冲载荷下 CMC 平板的 FSI/真空响应

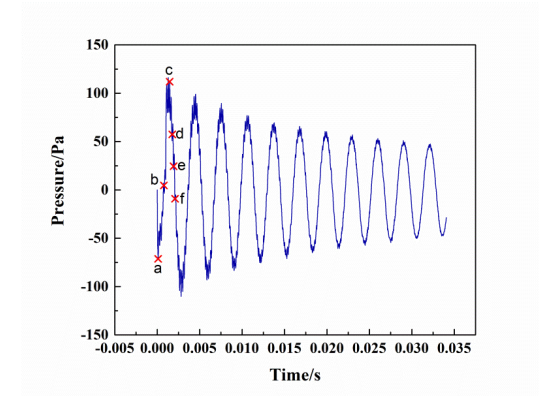


图 4.23 监视点的压力值

图 4.23 中的时刻点 a, b, c, d, e, f 的流场压力云图如图 4.24 所示。

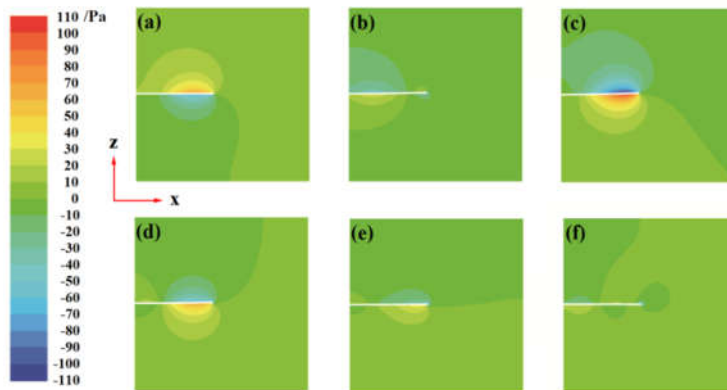


图 4.24 不同时刻对应的流场压力云图

当流体的密度增大到 6.125 kg/m^3 时，其余条件均保持不变，不同密度对应的 CMC 平板的动力学响应计算结果如图 4.25 所示。从计算结果可见，不同流体密度下 CMC 平板的最大位移近似相等，事实上密度更大流体中的 CMC 平板稍小的最大位移。然而，一方面密度更大的流体中的 CMC 平板具有更低的振动频率；另一方面密度更大的流体介质也导致了 CMC 平板的振幅衰减得更快。这是流体介质为振动系统引入了附加质量和附加阻尼造成的。

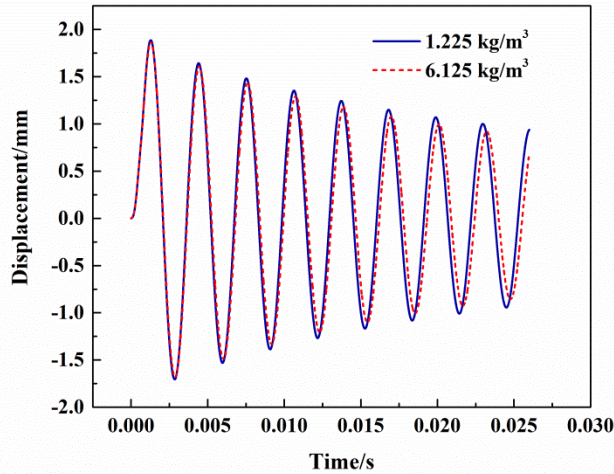


图 4.25 不同密度流体下 CMC 平板瞬态响应

当给与 CMC 平板频率为 332.35 Hz (线弹性模态分析解)，幅值为 20 m/s^2 的简谐载荷时，此时流体密度为 1.225 kg/m^3 。其 FSI/真空下的瞬态响应如图 4.26(a)所示，计算结果表明，在流体作用下，CMC 平板拍振依旧存在，但是拍的频率变小了，且拍振的峰值随着时间逐渐降低。这是因为流体的附加质量引起系统固有频率的变化，且由于 CMC 板损伤仍然很小，因此没有足够的阻尼来耗散能量，进而排振仍然存在。由于流体的附加阻尼作用，拍振的峰值随着时间逐渐降低。

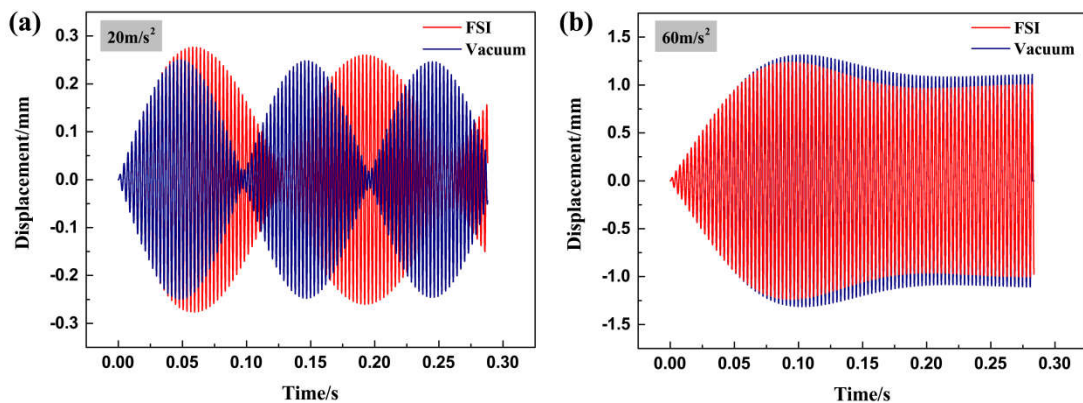


图 4.26 简谐载荷下 CMC 平板的 FSI/真空响应：(a) 20 m/s^2 (b) 60 m/s^2

当简谐载荷增大到 60 m/s^2 ，CMC 平板的振幅先增大后减小，最终趋于稳定。在流体中

的 CMC 板的振幅更小，一方面由于流体中 CMC 板的最大位移小于其在真空的最大位移，因此流体中的 CMC 板具有更小的损伤程度和更大的刚度。两者的刚度由于 CMCs 的损伤都发生了降低，但是由于流体中 CMC 板刚度更大，考虑到前述弹性算例可知在当前密度的流体的附加质量对 CMC 板频率的影响很小，因此当前简谐载荷的频率更接近流体中 CMC 板的频率，而湿 CMC 板的振幅更小，这说明流体的附加阻尼是振幅减小的原因。

4.5 本章小结

(1) 建立了流体域和固体域的控制方程，流体域采用 FVM 进行求解，固体域采用中心差分法进行求解。流体域采用商业软件 Fluent 计算，结构动力学求解采用第 2 章介绍的中心差分法计算，并自编 C 语言计算程序进行计算。考虑到中心差分法步长较小，耦合求解采用一步流体域求解对应多步固体域求解的方式。

(2) 建立了 CMC 平板叶片固体域和流体域之间的数据交换格式，包括载荷、位移映射方法，并编写了 C 语言数据交换程序。将数据交换程序和结构动力学求解程序嵌入到 Fluent 用户自定义函数 UDF 中的 DEFINE_GRID_MOTION 宏中，从而实现了 CMC 平板叶片的流固耦合求解。

(3) 对 CMC 平板叶片的流固耦合振动响应进行了仿真计算。在空气中，弹性 CMC 平板叶片的自由振动发生了衰减，而在真空中是等幅振动的，因此流固耦合为振动系统引入了阻尼项。计算了不同进口流速下的瞬态响应，最终的位移稳定值与流速的平方成正比。计算了考虑 CMCs 变刚度和迟滞的流固耦合响应，损伤和流固耦合引入的阻尼使振幅衰减得更快，并计算了不同激励载荷、不同流体密度下的流固耦合响应，发现激励载荷越大、流体密度越大，CMC 平板叶片的振幅衰减越快，因为给系统带来了附加阻尼，而流体密度的增大同时会给系统带来附加质量导致系统自然频率的减小。

第5章 总结与展望

5.1 本文的主要工作和总结

本文针对陶瓷基复合材料结构的非线性振动响应的仿真方法开展了研究,开展的工作以及结论如下:

(1) 建立了单向 CMC 结构的非线性振动响应的仿真方法

将单向 CMCs 任意加卸载 shear-lag 模型扩展到三维,该模型在沿着纤维的方向考虑了基体的开裂以及界面的滑移。进行了单向 CMCs 的加卸载试验,获得了相应的应力应变曲线,进而确认了 shear-lag 模型的细观参数。进行了单向 CMC 梁振动试验,试验结果表明在振动过程中,损伤是逐步发展的,相同载荷下多次扫频后的幅频曲线趋向于稳定。基于三维 shear-lag 模型,对单向 CMC 梁振动响应利用多尺度方法结合有限元法进行求解。发现在损伤较小时,振动响应呈现“拍振”现象,这是因为在材料未损伤时,振动系统没有阻尼项,因此机械能在 CMC 梁和振动台之间互相传递,导致振动系统的能量忽大忽小,从而呈现“拍振”现象。而随着材料的损伤,为系统引入阻尼,最终呈现等幅振动。对不同载荷大小下的扫频振动进行了仿真,获得了相应的幅频曲线,仿真结果与试验结果相近。

(2)建立了平纹编织 CMC 结构的非线性振动响应的仿真方法

建立了平纹编织 CMCs 的唯象本构模型,对平纹编织 CMCs 的加卸载响应进行了仿真。加卸载试验结果表明,平纹编织 CMCs 的本构行为存在着明显的变模量和迟滞现象。开展了平纹编织 CMC 梁的振动试验,试验结果表明随着载荷的增大,CMC 梁的固有频率不断降低,这是 CMCs 的模量退化导致的,而平纹编织 CMC 梁的共振振幅随着载荷的增加不一点也相应增加,有时会减小,这是 CMCs 的迟滞行为导致的。最后,基于唯象本构模型结合显式动力学有限元法,对平纹编织 CMC 梁的振动进行了仿真。

(3)建立了 CMC 结构的 FSI 响应仿真方法

基于弱耦合方法对 CMC 结构的 FSI 响应进行了仿真。建立了 CMC 平板叶片固体域和流体域之间的数据交换格式,包括载荷、位移映射方法,编写数据交换程序。将数据交换程序和结构动力学求解程序嵌入商业软件 Fluent 的求解进程中,实现了 CMC 平板叶片的流固耦合求解。对 CMC 平板叶片的流固耦合振动响应进行了仿真计算。在空气中,弹性 CMC 平板叶片的自由振动发生了衰减,而在真空中是等幅振动的,因此流固耦合为振动系统引入了阻尼项。计算了不同进口流速下的瞬态响应,最终的位移稳定值与流速的平方成正比。计算了考虑 CMCs 变刚度和迟滞的流固耦合响应,损伤和流固耦合引入的阻尼使振幅衰减得更快,并计算了不同激励载荷、不同流体密度、不同粘度下的流固耦合响应。计算结果表明

激励载荷越大、流体密度越大、粘度越大，CMC 平板叶片的振幅衰减越快，因为给系统带来了附加阻尼，而流体密度的增大同时会给系统带来附加质量导致系统自然频率的减小。

5.2 研究展望

本文对 CMC 结构非线性振动的计算方法展开了研究，建立了单向、平纹编织 CMC 结构的非线性动力学仿真方法，以及 CMC 结构的流固耦合响应计算方法。目前还有一些不足之处需要进一步研究：

CMC 结构的振动仿真需要更高精度、更好鲁棒性、更小计算量的本构模型，且应该能够描述 CMCs 任意加卸载下的应力应变响应。

目前的研究仅限简单 CMC 结构，复杂应力状态下 CMCs 的损伤机理以及本构响应的模拟仍然目前依然是学界的难题。

振动疲劳也是影响 CMC 结构动力学特性的重要因素，以后需要把振动疲劳导致材料力学性能退化考虑到 CMC 结构的振动问题之中。

参考文献

- [1] 张立同, 成来飞. 新型碳化硅陶瓷基复合材料的研究进展. 航空制造技术, 2003, 1: 24-32.
- [2] Becher P, Hsueh C, Angelini P, et al. Toughening Behavior in Whisker-Reinforced Ceramic Matrix Composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 1988, 71(12): 1050-1061.
- [3] Jinoop A, Paul C, Bindra K. Laser-assisted directed energy deposition of nickel super alloys: A review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, 2019, 233(11): 2376-2400.
- [4] Ohnabe H, Masaki S, Onozuka M, et al. Potential application of ceramic matrix composites to aero-engine components. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1999, 30(4): 489-496.
- [5] 李丽英, 孟松鹤, 许承海, 等. 织物结构对复合材料力学性能影响的试验研究. *材料科学与工艺*, 2015, 23(1): 6-12.
- [6] Presby M, Mansour R, Manigandan K, et al. Characterization and simulation of foreign object damage in curved and flat SiC/SiC ceramic matrix composites. *Ceramics International*, 2019, 45(2): 2635-2643.
- [7] Mir-Haidari S, Behdini K. On the vibration transfer path analysis of aero-engines using bond graph theory. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 95: (In press).
- [8] 孟光, 瞿叶高. 复合材料结构振动与声学. 北京: 国防工业出版社, 2017: 253-270.
- [9] Librescu L, Nosier A. Response of laminated composite flat panels to sonic boom and explosive blast loadings. *AIAA journal*, 1990, 28(2): 345-352.
- [10] Berthelot J, Assarar M, Sefrani Y, et al. Damping analysis of composite materials and structures. *Composite Structures*, 2008, 85(3): 189-204.
- [11] 胡殿印, 曾雨琪, 张龙, 等. 二维编织SiC/SiC陶瓷基复合材料宏观弹性常数预测及模态试验研究. *推进技术*, 2018, 39(2): 465-472.
- [12] Birman V, Byrd L. Effect of Matrix Cracks on Damping in Unidirectional and Cross-Ply Ceramic Matrix Composites. *Journal of Composite Materials*, 2002, 36(15): 1859-1877.
- [13] Cho C, Holmes J W, Barber J R. Estimation of Interfacial Shear in Ceramic Composites from Frictional Heating Measurements. *Journal of the American Ceramic Society*, 1991, 74(11): 2802-2808.
- [14] Wang C, Zhu Z, Hou X, et al. Damping characteristics of CVI-densified carbon-carbon composites. *Carbon*, 2000, 38(13): 1821-1824.
- [15] Birman V, Byrd L W. Damping in ceramic matrix composites with matrix cracks. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(16): 4239-4256.
- [16] Zhang Q, Cheng L, Wang W, et al. Effect of SiC coating and heat treatment on damping behavior of C/SiC composites. *Materials Science and Engineering: A*, 2008, 473(1): 254-258.
- [17] Birman V, Byrd L W. Matrix cracking in transverse layers of cross-ply beams subjected to bending and its effect on vibration frequencies. *Composites Part B: Engineering*, 2001, 32(1): 47-55.
- [18] Gao X, Song Y, Sun Z, et al. Numerical Simulation of Dynamic Response of Fiber Reinforced Ceramic Matrix Composite Beam with Matrix Cracks Using Multiscale Modeling.

Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23(5): 537-548.

[19] 陈晶. 陶瓷基复合材料本构模型及振动分析, [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2017.

[20] Marshall D, Evans A. Failure Mechanism in Ceramic-Fiber/Ceramic-Matrix Composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 1985, 68(5): 225-231.

[21] Keith W, Kedward K. The stress-strain behaviour of a porous unidirectional ceramic matrix composite. *Composites*, 1995, 26(3): 163-174.

[22] Chateau C, Gélébart L, Bornert M, et al. Modeling of damage in unidirectional ceramic matrix composites and multi-scale experimental validation on third generation SiC/SiC minicomposites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, 63: 298-319.

[23] Beyerle D, Spearing S M, Zok F W, et al. Damage and failure in unidirectional ceramic-matrix composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 1992, 75(10): 2719-2725.

[24] Keith W, Kedward K T. Shear Damage Mechanisms in a Woven, Nicalon-Reinforced Ceramic-Matrix Composite. *Journal of the American Ceramic Society*, 1997, 80(2): 357-364.

[25] Mazars V, Caty O, Couégnat G, et al. Damage investigation and modeling of 3D woven ceramic matrix composites from X-ray tomography in-situ tensile tests. *Acta Materialia*, 2017, 140: 130-139.

[26] 郭洪宝, 王波, 贾普荣, 等. 平纹编织陶瓷基复合材料面内剪切细观损伤行为研究. *力学学报*, 2016, 48(2): 361-368.

[27] Maillet E, Singhal A, Hilmas A, et al. Combining in-situ synchrotron X-ray microtomography and acoustic emission to characterize damage evolution in ceramic matrix composites. *Journal of the European Ceramic Society*, 2019, 39(13): 3546-3556.

[28] Smith C, Morscher G, Xia Z. Monitoring damage accumulation in ceramic matrix composites using electrical resistivity. *Scripta Materialia*, 2008, 59(4):463-466.

[29] Li J, Jiao G, Wang B, et al. Damage characteristics and constitutive modeling of the 2D C/SiC composite: Part I - Experiment and analysis. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(6): 1586-1597.

[30] 宋迎东, 高希光, 孙志刚. 航空发动机陶瓷基复合材料疲劳迟滞机理与模型研究进展. *南京航空航天大学学报*, 2019, 51(04): 417-426.

[31] Hedgepeth J M. Stress concentrations in filamentary structures. NASA TND-882, 1961.

[32] Kuo W, Chou T. Multiple Cracking of Unidirectional and Cross-Ply Ceramic Matrix Composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 1995, 78(3): 745-755.

[33] Solti J, Mall S, Robertson D. Modeling damage in unidirectional ceramic-matrix composites. *Composites Science and Technology*, 1995, 54(1): 55-66.

[34] 高希光, 宋迎东, 孙志刚. 陶瓷基复合材料高精度宏细观统一本构模型研究. *航空动力学报*, 2008, 23(9): 1617-1622.

[35] Curtin W. Exact theory of fibre fragmentation in a single-filament composite. *Journal of Materials Science*, 1991, 26(19): 5239-5253.

[36] Gao X, Fang G, Song Y. Hysteresis loop model of unidirectional carbon fiber-reinforced ceramic matrix composites under an arbitrary cyclic load. *Composites Part B: Engineering*, 2014, 56: 92-99.

[37] Han X, Gao X, Song Y. Parameters Identification of Interface Friction Model for Ceramic Matrix Composites Based on Stress-Strain Response. *Applied Composite Materials*, 2018,

25(5):1057-1073.

[38] Gao X, Zhang S, Fang G, et al. Distribution of slip regions on the fiber-matrix interface of ceramic matrix composites under arbitrary loading. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2015, 34(20): 1713-1723.

[39] Zhang S, Gao X, Han X, et al. Prediction of strength and constitutive response of SiC/SiC composites considering fiber failure. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 163: 252-259.

[40] Gao X, Luo P, Yu G, et al. Micro-XCT-based finite element method for prediction of elastic modulus of plane woven carbon fiber-reinforced ceramic matrix composites. *Journal of Composite Materials*, 2014, 49(27): 3373-3385.

[41] 王勳成. 有限单元法. 北京: 清华大学出版社, 2003: 145-148.

[42] 石多奇, 牛宏伟, 景鑫, 等. 考虑孔隙的三维编织陶瓷基复合材料弹性常数预测方法. *航空动力学报*, 2014, 29(12): 2891-2897.

[43] Wang Y, Zhang L, Cheng L, et al. Characterization of tensile behavior of a two-dimensional woven carbon/silicon carbide composite fabricated by chemical vapor infiltration. *Materials Science and Engineering: A*, 2008, 497(1): 295-300.

[44] Vagaggini E, Domergue J M, Evans A G. Relationships between Hysteresis Measurements and the Constituent Properties of Ceramic Matrix Composites: I, Theory. *Journal of the American Ceramic Society*, 1995, 71(10): 2709-2720.

[45] 郭洪宝, 贾普荣, 王波, 等. 基于迟滞行为的2D-SiC/SiC复合材料组份力学性能分析. *力学学报*, 2015, 47(2): 260-269.

[46] Bazilevs Y, Calo V M, Hughes T J R, et al. Isogeometric fluid-structure interaction: theory, algorithms, and computations. *Computational Mechanics*, 2008, 43(1): 3-37.

[47] Hou G, Wang J, Layton A. Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction-A Review. *Communications in Computational Physics*, 2012, 12(2): 337-377.

[48] 徐敏, 安效民, 陈士橧. 一种CFD/CSD耦合计算方法. *航空学报*, 2006, 27(1):33-37.

[49] Bhardwaj M, Kapania R, Reichenbach E, et al. A CFD/CSD interaction methodology for aircraft wings. *AIAA Paper*, 1997: 98-4783.

[50] 郭洪涛, 陈德华, 张昌荣, 等. 基于CFD/CSD方法的跨声速静气动弹性数值模拟应用研究. *空气动力学学报*, 2018, 36(1): 12-16.

[51] 崔鹏, 韩景龙. 基于CFD/CSD的非线性气动弹性分析方法. *航空学报*, 2010, 31(3): 480-486.

[52] 朱以文, 李伟, 蔡元奇. 基于解析性质的等参有限元逆变换高效算法. *武汉大学学报(工学版)*, 2002, 35(2): 62-65.

[53] Yang G, Zheng G, Li G. Computational methods and engineering applications of static/dynamic aeroelasticity based on CFD/CSD coupling solution. *Science China Technological Sciences*, 2012, 55(9): 2453-2461.

[54] 张小伟, 王延荣, 张潇, 等. 涡轮机械叶片的流固耦合数值计算方法. *航空动力学报*, 2009, 24(7): 1622-1626.

[55] 焦健, 王宇, 邱海鹏, 等. 陶瓷基复合材料不同加工工艺的表面形貌分析研究. *航空制造技术*, 2014, 6: 89-92.

[56] Steen M. Effect of residual stresses on the mechanical response of continuous fibre reinforced ceramic matrix composites. *Advanced Multilayered and Fibre-Reinforced Composites*, Dordrecht: Springer, 1998: 297-309.

- [57] 张盛. 编织陶瓷基复合材料力学行为的多尺度分析, [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.
- [58] 李人宪. 有限体积法基础. 北京: 国防工业出版社, 2005: 125-150.
- [59] Farhat C, Lesoinne M, Tallec P L. Load and motion transfer algorithms for fluid/structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1998, 157(1-2):95-114.
- [60] Patankar S V, Spalding D B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972, 15(10): 1787-1806.
- [61] Murti V, Valliappan S. Numerical inverse isoparametric mapping in remeshing and nodal quantity contouring. *Computers & Structures*, 1986, 22(6):1011-1021.

致谢

如白驹过隙般地，硕士阶段的生活现已渐入尾声。此刻我的心情是无以言表的，有激动也有不舍。这期间有幸遇到很多温暖的人和事，请容我一一道来。

导师高希光教授，不仅在学习上为我授业解惑，生活上也对我关怀备至。犹记得初识高老师是在大三的有限元课上，老师每节课都不厌其烦地板书、推导公式，黑板上经常密密麻麻地写满了数学公式，这是十分令人动容的，也让我们体验到了力学的严谨之美。之后加入高老师的课题组，这种一丝不苟的工作作风感染了这里的每一个人。而生活中的高老师却是一个不折不扣的暖男，当我们遇到无论是学习上还是生活中的难题时，都会毫不犹豫地提供帮助，给予我们披荆斩棘的勇气和动力。

宋迎东教授，带领课题组筚路蓝缕，攻克了航空发动机高温结构的一个又一个难题。伟大的科学先贤牛顿曾说过他的成就是站在了巨人的肩膀上，而宋老师无疑是课题组的巨人。课题组的孙志刚教授、胡绪腾老师也在学习上为我提供了不少帮助。

本科阶段的授课老师王开福教授、陶秋帆副教授以及陶海军副教授，他们对力学、材料等课程深刻而又饶有趣味的讲解，让我体会到力学的魅力所在，也为我之后硕士期间的研究奠定了坚实的基础。

陈晶硕士，在科研上给予了我无私而又卓有成效的帮助。张盛博士、韩笑博士生和董洪年博士生在 CMCs 细观本构模型计算方面为本文提供了不可或缺的帮助。硕士生徐雅洁、张世榕等为本文的试验方面提供了很大帮助。此外，硕士王赛、鞠晓蓉，硕士生张煦、赵学灿，室友单睿斌、沈加东等在生活中给予了我很多关照。还有课题组大家庭的其他成员们，为科研生活平添了很多乐趣。

最后，对一直以来默默支持我的父母、爷爷、奶奶、哥哥、姐姐道一声谢谢，是他们在生活中对我无微不至的关怀让我能一路前行。

韩 栋

2019 年 12 月于南航·明故宫

在学期间的研究成果及发表的学术论文

攻读硕士学位期间发表(录用)论文情况

1. Gao X, **Han D**, Chen J, Dong H, Song Y. Numerical and experimental study on the nonlinear dynamic response of a ceramic matrix composites beam. *Ceramics International*, 2018, 44(6): 6223-6231. (SCI)
2. **Han D**, Gao X, Zhang H, Zhang S, Yu G, Song Y. Dynamic and fluid-structure interaction simulations of a ceramic matrix composite plate. *Composite Structures*, (Accept, SCI)

攻读硕士学位期间发表专利情况

1. 宋迎东, **韩栋**, 高希光, 张盛, 于国强. 一种陶瓷基复合材料流固耦合响应计算方法. 发明专利 (公开, CN110633556A)